Н. В. Смирнов

докт. физ.-мат. наук, профессор кафедры моделирования экономических систем факультета прикладной математики — процессов управления Санкт-Петербургского государственного университета

Т. Е. Смирнова

канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры моделирования социально-экономических систем факультета прикладной математики — процессов управления Санкт-Петербургского государственного университета

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ МАКРОЭКОНОМИЧЕСКИХ ТЕНДЕНЦИЙ И УПРАВЛЕНИЕ МНОГОПРОДУКТОВОЙ ЭКОНОМИКОЙ НА ОСНОВЕ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ МЕЖОТРАСЛЕВОГО БАЛАНСА

Введение

Экономика государства представляет собой сложную многомерную динамическую систему. По сути, это многоотраслевой комплекс с перекрещивающимися связями. Номенклатура секторов и характер их взаимосвязей постоянно изменяются под воздействием непрерывно развивающихся и углубляющихся процессов разделения и кооперации общественного труда. В мировой практике для выявления межотраслевых связей, анализа и формирования структуры экономики на прогнозируемый период широко используются межотраслевые балансы (МОБ). В англоязычной литературе модель МОБ носит название «затраты-выпуск» (Input-Output). В настоящее время она является признанным инструментом научного анализа состояния региональных социально-экономических систем, а также макроэкономических тенденций в этих системах. Этот факт подтверждается 25-летним существованием и активным функционированием международной ассоциации IIOA (International Input-Output Association, 2014), которая объединяет ученых, занимающихся теорией и практикой приложений моделей межотраслевого баланса.

В России статистические данные об изменениях коэффициентов таблицы МОБ ежегодно публикуются Росстатом (Национальные счета России в 2002—2009 гг., 2010; Россия в цифрах, 2008; Елисеева, Щирина, 2012). Их номенклатура определяется системой национальных счетов (СНС). СНС представляет собой совокупность взаимоувязанных показателей, которые используются при анализе типов пропорций и взаимосвязей, существующих в экономике. Эта система унифицирована на международном уровне. В 2008 г. Статистическая комиссия ООН утвердила обновленную версию «СНС 2008», которая рекомендована Межгосударственным статистическим комитетом СНГ к применению в статистических службах стран СНГ (Обзор основных положений пересмотренной Системы Национальных счетов 1993 г., 2009). Положения СНС 2008 приняты к использованию Росстатом в практике его работы с 2009 г. Говоря об актуальности данной информации, следует подчеркнуть, что в основных положениях СНС 2008 введено новое название активов — «Компьютерное программное обеспечение и базы данных». Затраты на них (как и на результаты научно-исследовательской деятельности) должны отражаться в документах как валовое накопление основного капитала. В балансе актива и пассива для этой статьи выделена отдельная позиция в составе основных фондов. Этот пример показывает направление развития статистического анализа экономики по мере возникновения новых отраслей. В данном случае речь идет об учете информационных технологий (ИТ), которые приравниваются к средствам производства. Заметим, что сами базы данных СНС 2008 относятся к ИТ индустрии. При этом они дадут отдачу, как основные фонды, только при условии, что вся информация, содержащаяся в них, используется по возможности максимально полно.

Теоретические основы концепции «затраты-выпуск» были обеспечены работами В. В. Леонтьева и Л. В. Канторовича (Леонтьев, 1990, 1997; Канторович, 1939). Благодаря работам Леонтьева в послевоенные годы модель «затраты-выпуск» стала для корпораций и государственных служб США инструментом, позволившим рационально прогнозировать экономический рост, структурные изменения и занятость. В 1950—1960-е гг. аналитический метод «затраты-выпуск» применялся уже в большинстве стран мира, в международных расчетах и сопоставлениях, проводимых учреждениями ООН.

В СССР теоретические основы межотраслевого баланса были заложены в 20-е гг. прошлого века. Однако серьезные комплексные работы в этом направлении появились во второй половине прошлого века. Использование модели МОБ позволило в 1960-е гг. приступить к разработке системы управления инвестициями, которая обеспечивала бы комплексное развитие страны. Под руководством директора института кибернетики АН Украины, академика В. М. Глушкова была спроектирована и создана общегосударственная автоматизированная система учета и обработки информации (ОГАС). Эта система структурно состояла из единой государственной сети вычислительных центров (ЕГСВЦ), размещенных в крупных промышленных городах и центрах экономических районов, объединенных каналами связи. Сам автор системы ОГАС так описывал ее функции в своей книге (Глушков, 1982): «Помимо учета и текущего управления главной задачей вертикальных связей в ОГАС является обеспечение системы объемно-календарного территориально-отраслевого планирования во всех звеньях экономики (от Госплана СССР до цеха, участка, а в краткосрочном планировании и до отдельных рабочих мест)... Смысл вертикальных связей в ОГАС в этом аспекте состоит в том, чтобы обеспечить интеграцию локальных программ по всем уровням иерархии территориального управления, вплоть до общесоюзного уровня». Таким образом, ОГАС обеспечивала информационную поддержку реализации модели МОБ в управлении экономикой страны. Материалы отчетных балансов публиковались в статистических сборниках. За разработку и внедрение МОБ в практику в 1968 г. группа советских экономистов была удостоена Государственной премии СССР. В ее составе: академик А. Н. Ефимов (руководитель работы), Э. Ф. Баранов, Л. Я. Берри, Э. Б. Ершов, Ф. Н. Клоцвог, В. В. Коссов, Л. Е. Минц, С. С. Шаталин, М. Р. Эйдельман.

Следующий этап теоретического развития моделей МОБ связан с разработкой их динамических аналогов. В СССР этот этап связан с именем создателя первых автоматизированных систем управления, основателем научной школы стратегического планирования Н. И. Ведуты. Именно он одним из первых разработал динамическую модель МОБ. В его схеме МОБ впервые системно согласованы балансы доходов и расходов производителей и конечных потребителей: государства, домашних хозяйств, экспортеров и импортеров. В работе (Ведута, 1999) подытожен многолетний научный и практический опыт Н. И. Ведуты. В настоящее время динамические модели МОБ описаны и представлены не только в научных монографиях, но и в учебниках (Гранберг, 1985; Ефимов, 2007; Федосеев и др., 1999).

В рамках настоящей работы предлагается рассмотреть динамическую модель МОБ как инструмент прогнозирования долгосрочных тенденций экономической динамики, а также использовать ее с целью разработки алгоритмов долгосрочного управления экономическим ростом на основе теоретически обоснованных инвестиционных программ. Для этого предлагается ее некоторая модификация, ориентированная на одновременное моделирование сферы производства и сферы потребления (Пересада, 2010). При таком подходе важнейший экономический показатель — валовой внутренний продукт (ВВП) рассматривается в качестве одной из фазовых переменных, для которой выводится соответствующее уравнение. Кроме того, именно динамические модели МОБ позволяют использовать для решения практических задач экономического развития все методы и достижения современной математической теории управления. Показать эти возможности, сформулировать постановки задач и описать подходы к их решению для широкого круга специалистов — вторая главная задача данной статьи.

Основные элементы таблицы МОБ

Прежде всего рассмотрим основные элементы таблицы МОБ (Елисеева, Пересада, 2003; Пересада, 2010). Каждый из n, представленных в таблице МОБ, секторов экономики является одновременно производителем и потребителем определенных видов продукции или услуг.

Первым квадрантом общей матрицы МОБ является $(n \times n)$-матрица *сферы производства Ap* с элементами p_{ij} (руб.) (в качестве примера см. табл.). Столбцы этого квадранта определяют *промежуточное потребление* каждого j-го сектора экономики как производителя, т. е. потребление продуктов других секторов для производства своего продукта. Элементы матрицы Ap задаются соотношением $p_{ij} = P_i a_{ij} In_j$. Они представляют собой произведение цены потребленной продукции P_i (руб./ед$_i$) каждого i-го сектора, *технологического коэффициента a_{ij}* и объема In_j годового выпуска j-го сектора в натуральном выражении (ед$_j$/год) (например, кубометры/год, и т. д.). Величина a_{ij} (в натуральном выражении ед$_i$/(ед$_j$/год)) определяет количество i-го вида продукции, необходимое для выпуска единицы j-го вида продукции в единицу времени. Технологические коэффициенты a_{ij} характеризуют совершенство технологий, используемых в каждом секторе экономики. Диагональные элементы p_{ij} представляют собой затраты каждого сектора на собственные нужды.

Сумма элементов каждого столбца матрицы Ap равна стоимости промежуточного потребления Pp_j в j-м секторе. В строках матрицы Ap приводятся стоимости продукции p_{ij}, которую i-й сектор, как производитель, поставляет за год каждому j-му потребителю. Сумма элементов каждой i-й строки и конечного потребления равна стоимости объема реализованной продукции (годовым продажам) X_i этого сектора экономики.

Второй квадрант общей матрицы МОБ (см. $(n + 1)$-й столбец табл.) представляет собой n-мерный вектор-столбец *стоимостей продукции конечного потребления* $Y = (Y_1, ..., Y_n)^T = (P_1 Yn_1, ..., P_n Yn_n)^T$.

Таблица

Совмещенные матрицы МОБ для трехпродуктовой экономики в денежном выражении $Ap\{p_{ij}\}$ (млрд) и в относительных величинах $R\{r_{ij}\}$ (год)

Производители	Потребители				Годовой выпуск
	Сельское хозяйство	Промышленность	Энергетика	Конечное потребление	
1. Сельское хозяйство Промежуточное потребление Относительные затраты	$p_{11} = 71{,}8$ $r_{11} = 0{,}25$	$p_{12} = 57{,}7$ $r_{12} = 0{,}2$	$p_{13} = 0{,}0$ $r_{13} = 0{,}0$	$Y_1 = 157{,}8$ $Yr_1 = 0{,}325$	$I_1 = 287{,}3$
2. Промышленность Промежуточное потребление Относительные затраты	$p_{21} = 81$ $r_{21} = 0{,}28$	$p_{22} = 34{,}8$ $r_{22} = 0{,}12$	$p_{23} = 46{,}4$ $r_{23} = 0{,}312$	$Y_2 = 128{,}2$ $Yr_2 = 0{,}264$	$I_2 = 290{,}4$
3. Энергетика Промежуточное потребление Относительные затраты	$p_{31} = 54{,}8$ $r_{31} = 0{,}19$	$p_{32} = 18{,}4$ $r_{32} = 0{,}063$	$p_{33} = 20{,}6$ $r_{33} = 0{,}138$	$Y_3 = 55$ $Yr_3 = 0{,}113$	$I_3 = 148{,}8$
Добавленная стоимость Относительная стоимость	$V_1 = 79{,}7$ $Vr_1 = 0{,}277$	$V_2 = 179{,}5$ $Vr_2 = 0{,}618$	$V_3 = 81{,}8$ $Vr_3 = 0{,}55$	$V_b = 145$ $rg = V_b/I_4 =$ $= 0{,}298$	$I_4 =$ ВВП $=$ $= 486$
Годовой выпуск	$I_1 = 287{,}3$	$I_2 = 290{,}4$	$I_3 = 148{,}8$	$I_4 =$ ВВП $=$ $= 486$	$I_s = 1212{,}5$
Оплата труда Оплата относительная	$W_1 = 47{,}7$ $Wr_1 = 0{,}166$	$W_2 = 108$ $Wr_2 = 0{,}372$	$W_3 = 47{,}8$ $Wr_3 = 0{,}321$	$W_b = 93{,}2$ $Wr_b = 0{,}192$	
Прибыль Относительная прибыль	$Pr_1 = 32$ $Prr_1 = 0{,}111$	$Pr_2 = 71{,}5$ $Prr_2 = 0{,}246$	$Pr_3 = 34$ $Prr_3 = 0{,}228$	$Pr_b = 51{,}8$ $Prr_b = 0{,}107$	
Производственные затраты Относительная себестоимость	$Pc_1 = 255{,}3$ $Rs_1 = 0{,}889$	$Pc_2 = 218{,}9$ $Rs_2 = 0{,}754$	$Pc_3 = 114{,}8$ $Rs_3 = 0{,}772$	$Pc_b = 434{,}2$ $Rs_b = 0{,}893$	

Третьим квадрантом матрицы «затраты-выпуск» является $(n + 1)$-я строка V. Ее элементы V_i представляют собой показатели *добавленной стоимости*. Добавленная стоимость V_j, созданная в каждом секторе производственной сферы экономики, определяется разностью между ожидаемой стоимостью годового выпуска продукции $I_j = P_j In_j$ в j-м секторе и стоимостью его промежуточного потребления Pp_j, т. е. $V_j = I_j - Pp_j$. При этом добавленная стоимость V_j включает три составляющие: *затраты на оплату труда* наемных работников W_j, *налоги* Tx_j и *чистую прибыль* Prh_j. Чистая прибыль является как источником инвестиций в развитие экономики, так и доходов работодателя. Прибыль до уплаты налогов Pr_j и W_j — экзогенно заданные параметры. Их величины задаются внешними управленческими (административными) решениями на основе прогнозной оценки ожидаемой конъюнктуры и прежнего опыта. Наконец, сумма затрат на промежуточное потребление и оплату труда составляет *производственные затраты* (*себестоимость*) $Pc_j = Pp_j + W_j$. Откуда $Pr_j = I_j - Pc_j$ или $Pr_j = V_j - W_j$.

Четвертым квадрантом таблицы МОБ, расположенным ниже второго квадранта, является *государственный бюджет* V_b, который представлен в $(n + 1)$-м диагональном элементе таблицы МОБ. Госбюджет формируется как сумма всех налогов и других выплат. При этом V_b — экзогенный параметр, т. е. его величина, с одной стороны, соотносится с прошлогодним периодом, но, с другой стороны, задается внешними управленческими решениями.

В условиях равновесной экономики годовые продажи считаются равными годовым выпускам $X_i = I_i$, а суммарная добавленная стоимость — суммарному потреблению $V = Y$. В этом случае основные балансовые соотношения, записанные в относительных величинах, примут вид (Пересада, 2010):

$$I_i = r_{i1}I_1 + \ldots + r_{in}I_n + Yr_iI_{n+1}, \ i = 1, \ldots, n, \qquad (1)$$

где $r_{ij} = p_{ij}/I_j$ — элементы *матрицы относительных цен* $R\{r_{ij}\}$; I_{n+1} — ВВП; $Yr_i = Y_i/I_{n+1}$ — нормированные по ВВП компоненты вектора конечного потребления. Под ВВП (руб./год) здесь и далее будем понимать сумму добавленных стоимостей V_j, созданных в производственной сфере экономики, и бюджета V_b, который рассматривается как добавленная стоимость сферы потребления.

Построение динамической модели МОБ

Наиболее ответственным моментом построения математической модели является опора на объективные закономерности, выявленные в процессе экономического развития. По этой причине для всех специалистов по моделированию макроэкономических процессов важно показать принцип построения системы дифференциальных уравнений, описывающей изменение объемов выпуска продукции I_j и ВВП как функций времени. Для этого рассмотрим балансовое соотношение, описанное выше: $V_j = W_j + Pr_j = W_j + Tx_j + Prh_j$. Здесь каждая из величин является некоторой долей от стоимости суммарного выпуска продукции в j-м секторе (Пересада, 2010):

$$\begin{gathered} Pp_j = rp_jI_j, \quad V_j = (1-rp_j)I_j, \quad rp_j = \sum_{i=1}^{n} r_{ij}, \\ W_j = rw_jV_j = rw_j(1-rp_j)I_j, \quad Pr_j = (1-rw_j)(1-rp_j)I_j, \\ W_j = Wr_jI_j, \quad Pc_j = Rs_jI_j, \quad Pr_j = (1-Rs_j)I_j, \end{gathered} \qquad (2)$$

В (2) величина rp_j определяет суммарную долю промежуточного потребления Pp_j в выпуске I_j; величина Wr_j есть доля оплаты труда W_j в выпуске I_j; rw_j — средняя ставка оплаты труда в j-м секторе; $Rs_j = rp_j + Wr_j$.

Введем в рассмотрение налог на прибыль tp и будем считать, что он один и тот же для всех секторов экономики. Тогда $Tx_j = tp\,Pr_j$, $Prh_j = (1 - tp)Pr_j$. С учетом (2), получим два представления для чистой прибыли:

$$Prh_j = (1 - tp)(1 - rw_j)(1 - rp_j)I_j, \quad Prh_j = (1 - tp)(1 - Rs_j)I_j. \qquad (3)$$

Для построения еще более детальной модели можно ввести коэффициент kn_j, определяющий долю чистой прибыли, идущей на потребление Prn_j и на инвестиции Prc_j. Тогда $Prh_j = Prn_j + Prc_j$, $Prn_j = kn_jPrh_j$, $Prc_j = (1 - kn_j)Prh_j$. При этом $V_j = W_j + Tx_j + Prn_j + Prc_j$. В этом случае, с учетом (3), инвестиции Prc_j также можно выразить как долю от величины выпуска продукции в j-м секторе:

$$Prc_j = (1 - kn_j)(1 - tp)(1 - rw_j)(1 - rp_j)I_j, \ Prc_j = (1 - kn_j)(1 - tp)(1 - Rs_j)I_j. \qquad (4)$$

Теперь приступим к непосредственному выводу уравнений. Приведенные выше соотношения позволяют сделать это с разной степенью детализации и с учетом различных факторов. Известно, что объем инвестиций Cp_j, необходимый для расширения выпуска (ускорения производства), пропорционален требуемому ускорению (Пересада, 2010):

$$Cp_j(t) = Fe_j\dot{I}_j(t), \ j = 1, \ldots, n, \qquad (5)$$

где Fe_j — *фондоемкости* каждого сектора экономики. Фондоемкость характеризует затраты капитала на единицу прироста выпуска продукции в единицу времени. Отметим, что источники инвестиций Cp_j могут иметь различную природу.

В зависимости от этого получаются различные варианты динамической модели МОБ.

Вариант первый. Допустим, что источником инвестиций является вся прибыль, полученная в секторах экономики, т. е. $Cp_j = Pr_j$. Тогда, используя представление прибыли Pr_j из (2) в уравнении (5) и учитывая балансовые соотношения (1), получим две эквивалентные системы дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \dot{I}_j &= \frac{1-Rs_j}{Fe_j} I_j = \frac{1-Rs_j}{Fe_j}(r_{j1}I_1 + \ldots + r_{jn}I_n + Yr_j I_{n+1}), \;\; j=1,\ldots,n; \\ \dot{I}_j &= \frac{(1-rw_j)(1-rp_j)}{Fe_j} I_j = \frac{(1-rw_j)(1-rp_j)}{Fe_j}(r_{j1}I_1 + \ldots + r_{jn}I_n + Yr_j I_{n+1}), \;\; j=1,\ldots,n. \end{aligned} \tag{6}$$

Эти системы отличаются друг от друга лишь детализацией коэффициентов. В первой они зависят только от удельной себестоимости Rs_j, а во второй — от величин rp_j и rw_j. Соответственно, каждая из систем позволяет учитывать влияние своего набора макроэкономических показателей на динамику производства. Это замечание в полной мере относится к последующим вариантам динамических моделей МОБ.

Вариант второй. Допустим, что источником инвестиций является чистая прибыль, полученная в секторах экономики, т. е. $Cp_j = Prh_j$. Тогда, используя представление чистой прибыли Prh_j из (3) в уравнении (5) и учитывая балансовые соотношения (1), получим две эквивалентные системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{I}_j &= \frac{(1-tp)(1-Rs_j)}{Fe_j}(r_{j1}I_1 + \ldots + r_{jn}I_n + Yr_j I_{n+1}), \;\; j=1,\ldots,n; \\ \dot{I}_j &= \frac{(1-tp)(1-rw_j)(1-rp_j)}{Fe_j}(r_{j1}I_1 + \ldots + r_{jn}I_n + Yr_j I_{n+1}), \;\; j=1,\ldots,n. \end{aligned} \tag{7}$$

Оба варианта модели (7) отличаются от соответствующих систем (6) тем, что учитывают помимо всего прочего влияние ставки налога на прибыль tp.

Вариант третий. Допустим, что источниками инвестиций являются величины инвестиционных накоплений Prc_j, т. е. $Cp_j = Prc_j$. Тогда, используя представление Prc_j из (4) в уравнении (5) и учитывая балансовые соотношения (1), получим две эквивалентные системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{I}_j &= \frac{(1-kn_j)(1-tp)(1-Rs_j)}{Fe_j}(r_{j1}I_1 + \ldots + r_{jn}I_n + Yr_j I_{n+1}), \;\; j=1,\ldots,n; \\ \dot{I}_j &= \frac{(1-kn_j)(1-tp)(1-rw_j)(1-rp_j)}{Fe_j}(r_{j1}I_1 + \ldots + r_{jn}I_n + Yr_j I_{n+1}), \;\; j=1,\ldots,n. \end{aligned} \tag{8}$$

Оба варианта модели (8) отличаются от соответствующих систем (6), (7) тем, что учитывают помимо всего прочего влияние коэффициента kn_j.

Заметим, что вторая система в блоке (8) отличается от предыдущих аналогов тем, что в ней отражено влияние на ее коэффициенты четырех экономических показателей: коэффициентов kn_j; налога на прибыль tp; ставок оплаты труда rw_j в секторах экономики; суммарных долей промежуточного потребления rp_j. Таким образом, эта система имеет максимальную детализацию в плане учета распределения добавленной стоимости.

В целом, все шесть вариантов представленных систем дифференциальных уравнений дают широкие возможности моделирования динамики производства в зависимости от конкретных прикладных задач и одновременно служат методическим примером для построения других возможных вариаций этого класса динамических моделей МОБ.

Для окончательного построения модели необходимо сделать еще один шаг. Дело в том, что все системы (6)—(8) состоят из n уравнений, правые части которых зависят от $n + 1$ переменной. Недостающее уравнение можно получить, описывая динамику сферы потребления (бюджетной сферы), фазовой переменной которой является I_{n+1} = ВВП. Для этого введем понятие *обобщенного налога rg*, определяющего долю бюджета в ВВП: $V_b = rg\,I_{n+1}$. Учитывая определение ВВП и формулы (2), можно записать уравнение, описывающее структуру ВВП и добавить его в систему балансовых соотношений (1):

$$I_{n+1} = V_1 + \ldots + V_n + V_b = (1 - rp_1)I_1 + \ldots + (1 - rp_n)I_n + rgI_{n+1}. \tag{9}$$

По аналогии с фондоемкостями секторов экономики введем понятие *фондоемкости сферы потребления* Fe_b, которая определяет требуемый объем бюджетных инвестиций Cp_b на единицу прироста *ВВП* в единицу времени. Тогда, как и в (5), имеем:

$$Cp_b(t) = Fe_{b1}\dot{I}_{n+1}(t). \tag{10}$$

При этом ВВП делится на себестоимость бюджетной сферы и бюджетную прибыль, т. е. $I_{n+1} = Pc_b + Pr_b$. Долю Pc_b в ВВП обозначим rs_b, тогда $Pc_b = Pc_bI_{n+1}$, $Pr_b = (1 - rs_b)I_{n+1}$. Если вся бюджетная прибыль идет на бюджетные инвестиции $Cp_b = Pr_b$, то, учитывая уравнения (9), (10), получим искомое $(n + 1)$-е дифференциальное уравнение:

$$\dot{I}_{n+1} = \frac{1 - rs_b}{Fe_b}\Big((1 - rp_1)I_1 + \ldots + (1 - rp_n)I_n + rgI_{n+1}\Big). \tag{11}$$

Уравнение (11) дополняет любую из систем (6)—(8). Таким образом, каждая из динамических моделей (6), (11)—(8), (11) является полной, т. е. состоит из $(n + 1)$-го уравнения. Они позволяют анализировать влияние основных экономических показателей, таких как Rs_j, rp_j, rw_j, tp, kn_j, rg, rs_b, на динамику процесса производства и потребления.

Каждую систему (6), (11)—(8), (11) можно записать в векторной форме. Для этого введем в рассмотрение вектор фазовых переменных $I = (I_1, \ldots, I_n, I_{n+1})^T$. Получим:

$$\dot{I} = DI, \tag{12}$$

где матрица системы имеет вид $D = M\widetilde{R}$. При этом матрица $\widetilde{R}$ общая для всех систем:

$$\tilde{R} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} & Yr_1 \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} & Yr_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \cdots & r_{nn} & Yr_n \\ 1 - rp_1 & 1 - rp_2 & \cdots & 1 - rp_n & rg \end{pmatrix},$$

а диагональная матрица M — своя для каждого варианта модели. Например, для случая (6), (11) она имеет вид:

$$M = \begin{pmatrix} \dfrac{(1-rw_1)(1-rp_1)}{Fe_1} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \dfrac{(1-rw_n)(1-rp_n)}{Fe_n} & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \dfrac{1-rs_b}{Fe_b} \end{pmatrix}.$$

Матрицу M несложно выписать для каждого из предложенных выше вариантов динамической модели (12).

В заключение этого пункта отметим, что предложенная динамическая модель МОБ аналогична описанию динамики механических объектов. Инвестиции Cp_j (в общем случае финансовые) являются аналогом силы, приложенной к телу. Фондоемкости Fe_j — это аналоги массы, а величины $\dot{I}_j$ — ускорения, поскольку сами годовые выпуски продукции в секторах экономики I_j представляют собой скорости производства (например, один миллион автомобилей в год). При этом если источником инвестиций являются внутренние резервы экономической системы (прибыль или ее отдельные части), то мы имеем дело с *собственными движениями* системы (как принято говорить в механике). Если же инвестиции носят внешний (плановый) характер, то модель будет описывать управляемый процесс экономического развития, что соответствует *управляемому движению* механической системы.

Управляемая динамическая модель МОБ и сценарный подход реализации инвестиционных программ

В предыдущем пункте было показано, как внутренние резервы экономической системы превращаются в инвестиции, которые, в свою очередь, инициируют динамику развития производства. При этом очевидно, что инвестиции могут иметь внешнюю природу. В этом случае они являются управляющим воздействием (внешней силой), способным изменить динамику в соответствии с заранее сформулированными целями развития. Система (12) в этом случае примет вид линейной управляемой системы:

$$\dot{I} = DI + Qu, \ \ 0 \leqslant u_j \leqslant L_j, \tag{13}$$

где $u = (u_1, ..., u_n, u_{n+1})^T$ — вектор управлений (инвестиций); $L_j, j = 1, ..., n + 1,$ — неотрицательные константы, определяющие естественные ограничения на управления; Q — диагональная матрица, по диагонали которой стоят либо нули, либо величины, обратные фондоемкостям секторов экономики, в зависимости от того, какой из секторов получает доступ к инвестиционным программам.

Покажем, как на основе динамической модели МОБ (13) решается задача прогнозирования и управления макроэкономическими тенденциями. Самый общий алгоритм ее решения состоит из двух частей. Во-первых, необходима статистическая оценка всех основных макроэкономических показателей региона. Конечная цель при этом — идентификация элементов матрицы D системы (12). А во-вторых, требуется численно проинтегрировать получившуюся систему дифференциальных уравнений. Найденные решения дадут представление о существующих макроэкономических тенденциях региона. Оценку адекватности модели можно осуществить, используя статистическую информацию об экономике региона за прошлые годы.

Для решения задачи управления инвестиционными программами будем использовать управляемую систему (13). С экономической точки зрения интерес представляют следующие задачи: 1) для запланированного роста производства разработать план инвестиций для каждого сектора экономики; 2) обеспечить не только контроль реализации инвестиционных проектов, но и их коррекцию в режиме реального времени по мере необходимости на основе принципа обратной связи. С математической точки зрения первая задача есть задача программного управления, а вторая — задача стабилизации программного режима функционирования объекта управления (Андреев, 1976; Зубов, 2009). Поскольку они неразрывно связаны, то сначала рассмотрим суть сценарного подхода реализации программных управлений.

Для того чтобы адаптировать методы математической теории управления к прикладным задачам управления экономикой, введем понятие *инвестиционного сценария*. Под этим термином будем понимать определенность по следующим позициям: 1) *горизонт планирования* T — отрезок времени (в годах), на котором планируются инвестиции; 2) *контрольные моменты времени* $t_0, \ldots, t_N \in [t_0, t_0 + T]$; 3) *контрольные показатели*, которым должны удовлетворять фазовые переменные в контрольные моменты времени $I_{ij} = I_j(t_j)$, $i = 1, \ldots, n + 1$, $j = 0, \ldots, N$, здесь могут быть условия и более общего вида; 4) допустимый класс функций, описывающих инвестиции $u(t)$.

В работе (Пересада, 2010, с. 110—120) приведен содержательный пример разработки инвестиционного сценария для экономики, агрегированной до двух субъектов, т. е. матрица D имеет размеры (2×2), при $T = 10$ лет, двух контрольных точках (начальной и конечной), соответствующих значениям фазовых переменных, и классе управлений в виде полиномов по времени второй степени.

Простейший способ классификации сценариев может опираться на критерий жесткости фиксации его основных элементов. Приведенный выше пример относится к *жесткому сценарию*, поскольку в нем все однозначно определено. Такая определенность имеет понятный практический смысл, но, с другой стороны, мы не видим альтернативных вариантов решения исходной задачи. Приведем варианты *мягких сценариев*.

Покажем общую схему решения задачи планирования инвестиционной программы в рамках мягкого сценария для заданной пары начальных и конечных данных $I(t_0) = I_0$, $I(t_0 + T) = I_1$, по вектору выпуска продукции секторов экономики. Для этого введем в рассмотрение фундаментальную матрицу $F(t)$ однородной системы (12), состоящую из ее линейно независимых решений. Тогда для системы (13) можно записать общее решение в форме Коши и получить интегральное уравнение, которому должно удовлетворять любое программное управление на отрезке времени $t \in [t_0, t_0 + T]$:

$$I_1 = F(t_0 + T)\left(I_0 + \int_{t_0}^{t_0 + T} F^{-1}(\tau) Q u(\tau) d\tau \right). \tag{14}$$

Интегральное уравнение (14) универсально в том смысле, что оно возникает при любом сценарии программного управления системой (13). Нюанс состоит только в том, что при жестких сценариях, когда класс функций $u(t)$ задан, он сразу подставляется в (14), и мы получаем систему алгебраических уравнений относительно неопределенных коэффициентов. А в общем случае (при нежестком варианте планирования) можно показать (Зубов, 2009), что любое программное управление, как решение интегрального уравнения (14), представимо в виде:

$$u(t) = K^T(t)C + \varphi(t). \tag{15}$$

В формуле (15) $K(t) = F^{-1}(t)Q$, вектор C является решением системы алгебраических уравнений $AC = g$, где

$$A = \int_{t_0}^{t_0+T} K(\tau)K^T(\tau)d\tau, \quad g = F^{-1}(t_0 + T)I_1 - I_0,$$

а векторная функция $\varphi(t)$ должна удовлетворять условию ортогональности:

$$\int_{t_0}^{t_0+T} K(\tau)\varphi(\tau)d\tau = 0.$$

Особенность программных управлений вида (15) состоит в том, что они учитывают внутреннюю динамику исходной системы, поскольку зависят от ее фундаментальной матрицы. С экономической точки зрения (15) — это общее представление инвестиционных планов по секторам экономики, описанной моделью (13).

Заметим, что если матрица A невырожденная и нет дополнительных ограничений на управленческий ресурс, то управление (15) формально существует для любой пары начальных и конечных данных. Такая ситуация в математической теории управления называется полной управляемостью системы (13).

Следует отметить, что реализация в реальной жизни непрерывных программных управлений затруднена. В экономических системах это связано с дискретным характером отчетности (раз в месяц, квартал или год). На этот случай существуют алгоритмы построения дискретных аналогов программных управлений. Реализация таких управлений на практике означает, что разработан конкретный (например, поквартальный) план инвестиций для каждого субъекта экономической деятельности. Следовательно, каждый субъект экономики получает хорошо обоснованную программу инвестирования. Кроме того, на множестве функций (15) можно ставить и решать задачи оптимизации инвестиционных планов по наперед заданным критериям качества.

Для коррекции инвестиционных программ необходимо дополнительное управляющее воздействие, которое принято называть стабилизирующим управлением. Если в рамках некоторого сценария реализуется программный режим инвестиций $u_p(t)$ и соответствующий плановый выпуск продукции $I_p(t)$, то его коррекция возможна по закону линейной обратной связи $v_s = L(I(t) - I_p(t))$. Здесь вектор разности $I(t) - I_p(t)$ характеризует меру отклонения реального выпуска и планового. Общий алгоритм решения задачи стабилизации (построения матрицы L) и разнообразные примеры его реализации можно найти в монографиях (Андреев, 1976; Зубов, 2009; Смирнов, Смирнова, Тамасян, 2013). Результирующее управление для системы (13) примет вид:

$$u(t) = u_p(t) + L(I(t) - I_p(t)). \tag{16}$$

Оно описывает научно обоснованную программу инвестирования и алгоритм ее коррекции в процессе реализации для каждого субъекта экономики.

Заключение

Подводя итоги, отметим ключевые моменты и возможные направления дальнейших исследований. В данной работе детально обоснован регулярный метод построения матриц коэффициентов системы уравнений динамической модели МОБ, что делает ее удобной для различных приложений. В этой модели вектор фазовых переменных включает валовой внутренний продукт, что обеспечивает полноту модели и выгодно отличает ее от остальных аналогов. Включение *ВВП* в состав фазовых переменных позволяет анализировать влияние основных экономических показателей одновременно на динамику процесса производства и потребления. Это особенно важно при подготовке социально значимых управленческих решений на уровне региона и страны в целом. Показано, как инвестиции (внутренние и внешние по отношению к экономике региона) определяют правые части дифференциальных уравнений модели. Инвестиции из внутренних резервов задают собственную динамику производства, а внешние — являются управляющими воздействиями. Таким образом, установлена тесная взаимосвязь задач и методов математической теории управления с задачами прогнозирования макроэкономических тенденций и управления многопродуктовой экономикой.

Описанные алгоритмы построения программных и стабилизирующих управлений, а равно инвестиционных программ и их коррекции — это лишь базовые варианты приложений теории управления в экономической динамике. С точки зрения программного управления интерес представляют задачи построения дискретных аналогов непрерывных управляющих функций, а также параллельный учет дополнительных специфических ограничений, которыми изобилует реальная экономическая практика. Дискретизация модели важна по той причине, что бухгалтерская отчетность объективно носит дискретный характер (раз в месяц, квартал или год).

Рассмотренный выше вариант стабилизации программных режимов (коррекции инвестиционных программ) неявно предполагает, что отклонения выпуска товаров и услуг от плановых показателей $I(t) - I_p(t)$ полностью доступны для измерения, т. е. имеет место случай так называемой полной обратной связи. В реальности это не всегда возможно. В этом случае могут быть использованы методы синтеза специальных идентификаторов состояния системы (Андреев, 1976; Смирнов, 2002, 2006), которые позволяют по наблюдениям восстановить полный вектор отклонений для дальнейшего использования в каналах стабилизирующих обратных связей. Этот класс задач называется стабилизацией при неполной обратной связи.

Задача построения и практической реализации результирующего управления (16) также имеет перспективы расширения сферы применения. Эта формула иллюстрирует связь между программным и стабилизирующим управлениями. В настоящее время развивается многопрограммный подход, который обобщает задачу обеспечения устойчивости программного режима функционирования объекта управления на случай заданного множества программных движений. С точки зрения экономических приложений это означает возможность предварительного расчета нескольких инвестиционных проектов и гарантированную устойчивую реализацию одного из них с учетом складывающихся реальных условий реализации проекта. Примеры постановок задач многопрограммного управления и методов их решения, в том числе и для задач управления экономическими объектами, можно найти в работах (Смирнов, Смирнова, 1998, 2000; Смирнов, 2005; Смирнов, Смирнова, Шахов, 2012; Smirnov et al., 2014).

Источники

Андреев Ю. Н. Управление конечномерными линейными объектами. М., 1976.

Ведута Н. И. Социально эффективная экономика / под общей ред. докт. экон. наук. Е. Н. Ведута. М., 1999.

Глушков В. М. Основы безбумажной информатики. М., 1982.

Гранберг А. Г. Динамические модели народного хозяйства. М., 1985.

Елисеева И. И., Пересада В. П. Межотраслевой баланс и экономическое прогнозирование: учеб. пособие. СПб., 2003.

Елисеева И. И., Щирина А. Н. Совершенствование построения национальных счетов России // Вопросы статистики. 2012. № 1. С. 84—86.

Ефимов В. А. Методология экономического обеспечения демографической политики устойчивого развития. СПб., 2007.

Зубов В. И. Лекции по теории управления. М., 2009.

Канторович Л. В. Математические методы организации и планирования производства. Л., 1939.

Леонтьев В. В. Экономические эссе. Теории, исследования, факты и политика. М., 1990.

Леонтьев В. В. Межотраслевая экономика / пер. с англ., автор предисл. и науч. ред. А. Г. Гранберг. М., 1997.

Национальные счета России в 2002—2009 годах: стат. сб. / Росстат. М., 2010.

Обзор основных положений пересмотренной Системы Национальных счетов 1993 года (СНС 2008 года) и предложения по их поэтапному применению в статистике стран СНГ (по материалам Статкомитета СНГ) // Вопросы статистики. 2009. № 11. С. 3—18.

Пересада В. П. Управление динамикой развития экономики на базе межотраслевого баланса. СПб., 2010.

Россия в цифрах. 2008: стат. сб. / Росстат. М., 2008.

Смирнов Н. В. Задачи многопрограммного управления и стабилизации в различных классах динамических систем // Труды Средневолжского математического общества. 2005. Т. 7, № 1. С. 192—201.

Смирнов Н. В. Синтез гибридного идентификатора полного порядка в задаче многопрограммной стабилизации // Автоматика и телемеханика. 2006. № 7. С. 41—52.

Смирнов Н. В. Синтез идентификаторов состояния в задаче многопрограммной стабилизации билинейных систем // Математические заметки. 2002. Т. 72. Вып. 4. С. 535—546.

Смирнов Н. В., Смирнова Т. Е. Синтез многопрограммных управлений в билинейных системах // Прикладная математика и механика. 2000. Т. 64. № 6. С. 929—932.

Смирнов Н. В., Смирнова Т. Е. Стабилизация семейства программных движений билинейной нестационарной системы // Вестник Санкт-Петербургского университета. Сер. 1: Математика, механика, астрономия. 1998. Вып. 2. № 8. С. 70—75.

Смирнов Н. В., Смирнова Т. Е., Тамасян Г. Ш. Стабилизация программных движений при полной и неполной обратной связи. СПб., 2013.

Смирнов Н. В., Смирнова Т. Е., Шахов Я. А. Стабилизация заданного набора положений равновесия нелинейных систем // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2012. № 2. С. 3—9.

Федосеев В. В., Гармаш А. Н., Дайитбегов Д. М. и др. Экономико-математические методы и прикладные модели / под ред. В. В. Федосеева. М., 1999.

International Input-Output Association (IIOA). [Электронный ресурс]. — Режим доступа: http://www.iioa.org/ (дата обращения: 11.09.14).

Smirnov N. V., Smirnova T. E., Smirnov M. N. et al. Multiprogram Digital Control // Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists, IMECS 2014, March 12—14, Hong Kong. 2014. Vol. 1. P. 268—271.