

МАКРОЭКОНОМИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ

В. А. Кипяткова

канд. экон. наук, старший преподаватель факультета экономики Европейского университета в Санкт-Петербурге, научный сотрудник Санкт-Петербургского экономико-математического института

Е. В. Полякова

докт. техн. наук, профессор факультета экономики Европейского университета в Санкт-Петербурге

ПРОЦЕССЫ ГРУППОВОЙ СОЦИАЛИЗАЦИИ В МОДЕЛИ КУЛЬТУРНОЙ ТРАНСМИССИИ С ГЕТЕРОГЕННЫМИ АГЕНТАМИ

Введение

На протяжении последнего столетия в экономике большинства развитых стран обозначился ряд общих устойчивых тенденций: экономический рост, технический прогресс, увеличение совокупного материального благосостояния, выраженного в ВВП на душу населения, повышение уровня образования и накопление человеческого капитала. Улучшение качества жизни сопровождалось резким снижением уровня смертности, но вместе с тем уровень рождаемости также существенно снизился. Это явление хорошо известно в демографии и носит название второго демографического перехода. Большинство ученых сходятся во мнении, что несмотря на то, что характер этого процесса является фундаментальным и универсальным, картина его реализации имеет ярко выраженную региональную специфику. К тому же в рамках второго демографического перехода можно говорить не просто об отдельных явлениях, таких как снижение рождаемости, но скорее об общем феномене — модернизации процессов воспроизводства населения (Демографическая модернизация России, 1900—2000; 2006). Этот феномен рассматривается в непосредственной связи с теми глобальными изменениями, которые происходят в обществе, более того, характер изменения рождаемости и других демографических показателей зависит от множества культурных, институциональных, исторических и прочих особенностей, присущих каждой конкретной стране.

Следует признать, что не все в теории демографического перехода представляется полностью осмысленным и не все в должной мере объясняет реальность. Одним из способов примирить теорию и эмпирические данные является попытка рассматривать динамику рождаемости с учетом региональной специфики и через призму институционального подхода. «Институты, сложившиеся в регионе, оказываются также призмой, сквозь которую преломляются “внешние” по отношению к нему воздействия (например, глобальные изменения в технологиях, политических и экономических отношениях, импульсы, идущие от других культур, и т. д.)» (Клупт, 2008).

Многие ведущие экономисты пытались осуществить данную идею. Один из первых шагов в данном направлении можно сделать, полагая выбор количества детей эндогенным. На этом пути было развито много интересных и разнообразных теорий. Одна из первых попыток учесть темпы роста населения в контексте развития экономики и, более того, рассмотреть рождаемость как эндогенную переменную была предпринята еще Т. Мальтусом. Его количественные прогнозы относительно увеличения численности населения совершенно не оправдались, тем не менее идея рассматривать количество детей в качестве выбираемой переменной оказалась продуктивной и была в дальнейшем развита рядом известных экономистов. Так, например, в работе Нерлова и Раута (Nerlove, Raut, 1997) приведена простая модификация модели Солоу—Свана, в которой темп роста населения является эндогенной величиной и находится в зависимости от текущего уровня потребления. В результате введения этой предпосылки в модели появляются дополнительные равновесия, не все из которых, естественно, являются устойчивыми. Однако подобная модификация не позволяет объяснить указанный выше факт: с ростом потребления и уровня жизни рождаемость имеет устойчивую тенденцию к снижению.

Идеи эндогенизации рождаемости получили дальнейшее развитие в работах Лукаса (Lucas, 1988) и Ромера (Romer, 1990), которые приписывали ключевую роль возрастающей отдаче от масштаба, обусловленной техническим прогрессом, и связанным с этим процессом неуклонным накоплением человеческого капитала. Тем самым в рамках моделей, разработанных этими авторами, родители, движимые стимулами к инвестициям в человеческий капитал, как свой, так и своих детей, решают задачу выбора количества потомков.

Последующее развитие экономической мысли и распространение неоклассической парадигмы привело к тому, что анализ эндогенного воспроизводства перенесся внутрь семьи, и для решения данной задачи стали использоваться микроэкономические методы. Основополагающей в серии подобных моделей является модель Беккера—Льюиса (Becker, Lewis, 1973). Авторы исходят из того, что родители движимы альтруистическими чувствами по отношению к своим детям, т. е. наличие детей само по себе приносит пользу. При этом ресурс агентов ограничен, в результате чего им приходится выбирать между «качеством» и количеством потомков. Подобные модели лучше согласуются с эмпирическими данными, тем не менее сугубо микроэкономический уровень анализа не позволяет объяснить явление снижения темпов роста рождаемости в разных регионах, поскольку ее невозможно рассматривать в отрыве от развития экономики данного региона в целом.

Синтезируя перечисленные выше подходы, мы получаем возможность максимально близко подойти к объяснению имеющихся фактов. На наш взгляд, решение задачи можно искать, отказываясь от предположения об однородности населения и рассматривая участников взаимодействия как гетерогенных агентов. В этом случае мы приходим к тому, что на характер демографического перехода определяющим образом влияет структура населения.

Подобные соображения подтверждаются многочисленными источниками. Так, например, по итогам Всероссийской переписи населения¹ число детей у женщин отрицательно связано с уровнем образования. Аналогичные сведения приводятся, например, в журнале «Демоскоп»: «Большинство демографических исследований отмечают сильное влияние на рождаемость уровня образования населения. Действительно, снижение рождаемости в странах Запада и в бывшем СССР часто связывают со стремительным ростом уровня образования, в первую

¹ URL: http://www.gks.ru/free_doc/new_site/perepis2010/croc/perepis_itogi1612.htm

очередь женщин. И наоборот, высокую рождаемость демонстрируют в основном страны третьего мира, где доступность и качество образования значительно отстает от мировых стандартов и где именно женщины находятся в наиболее уязвимом положении»¹.

Таким образом, характер изменения темпов рождаемости зависит не только от половозрастной структуры популяции, но, вполне возможно, также и от распределения образования среди населения. Ведь снижение рождаемости, наблюдаемое в рамках второго демографического перехода, не происходит равномерным образом и, если отказаться от теории репрезентативного агента и дифференцировать рождаемость в зависимости от достатка семьи, ее культурных традиций, уровня образования и пр., можно наблюдать существенный разброс. Все это очевидным образом вносит свой вклад в совокупный, усредненный темп роста населения. В итоге мы приходим к необходимости отдельно изучать рождаемость в разных группах.

В этом направлении также проводились теоретические исследования. Например, Лам (Lam, 1997) строит теоретическую модель, предполагая, что темпы рождаемости зависят от принадлежности индивида к тому или иному классу. Более того, он предполагает также возможность перехода агента из одного класса в другой, при этом вероятности переходов заданы экзогенно и не зависят от предпринимаемых агентом усилий. Эта модель достаточно хорошо объясняет эмпирические данные, но тем не менее автор пишет о необходимости учета «эндогенной» рождаемости, обусловленной выбором между «качеством» детей и их количеством.

Учет указанных выше обстоятельств приводит к необходимости рассматривать возможности перехода агентов из одного класса в другой в зависимости от их собственных усилий или от усилий их родителей. Для моделирования подобных явлений используется важное понятие, зародившееся в этнопсихологии, — «*культурная трансмиссия*, включающая процессы инкультурации и социализации и представляющая собой механизм, с помощью которого этническая группа “передает себя по наследству” своим новым членам, прежде всего детям» (Стефаненко, 1999). Культурная трансмиссия — процесс, благодаря которому культура передается от предшествующих поколений к последующим через обучение, обеспечивается преемственность культуры, ее непрерывность во времени. Используя культурную трансмиссию, группа может увековечить свои особенности в последующих поколениях с помощью основных механизмов научения. Обычно выделяют три вида трансмиссии (цит. по: Стефаненко, 1999):

- *вертикальную трансмиссию*, в процессе которой культурные ценности, умения, верования и т. п. передаются от родителей к детям;
- *горизонтальную трансмиссию*, когда от рождения до взрослости ребенок осваивает социальный опыт и традиции культуры в общении со сверстниками;
- «*непрямую*» трансмиссию, при которой индивид обучается в специализированных институтах социализации (школах, вузах), а также на практике — у окружающих его помимо родителей взрослых (родственников, старших членов общины, соседей и т. п.).

Одними из первых построили общую теорию культурной трансмиссии и интегрировали ее в научный обиход Кавалли-Сфорца и Фельдман (Cavalli-Sforza, Feldman, 1981). Этот подход оказался весьма плодотворным и активно использовался в последующих научных работах. Так, например, Бойд и Райчerson (Boyd, Richerson, 1985) исследовали как горизонтальную трансмиссию, так и возможность передавать культурные ценности вертикально посредством обучения.

¹ URL: <http://demoscope.ru/weekly/2007/0309/analit02.php>

Они приводят также эмпирические подтверждения того, что оба вида трансмиссии, и горизонтальный и вертикальный, оказывают существенное влияние на динамику воспроизводства населения. Авторы пишут об удивительном феномене: с одной стороны, в результате действия технического прогресса существенно увеличился объем ресурсов, что должно было бы привести к увеличению рождаемости, но тем не менее этого не происходит. По мнению Бойда и Райчersonа, возможное объяснение данного явления состоит в том, что свойственная людям ориентация на статус и профессиональный успех входят в конфликт с большим размером семьи. Кроме того, индивиды, обладающие высоким профессиональным статусом, стремятся к тому, чтобы их дети также достигли профессиональных вершин, что, в свою очередь, увеличивает затраты на воспитание каждого ребенка и может приводить к снижению количества детей в семье.

Использование концепции культурной трансмиссии нашло отражение и в экономике. Самые значимые работы написаны Бизином и Вердьё (Bisin, Verdier, 2001; 2011). Именно их модели мы используем в качестве исходных. Бизин и Вердьё предложили рассматривать процесс культурной трансмиссии как происходящий не самопроизвольным образом, а как результат осознанного выбора экономическими агентами усилий по передаче признаков своего типа в рамках решения задачи максимизации полезности. В этом их подход существенно отличается от альтернативных «эпидемиологических» теорий, в которых передача атрибутов зависит от различных экзогенных факторов, таких как численность/плотность населения и др. В отличие от модели Беккера—Льюиса (Becker, Lewis, 1973), родитель получает полезность не только от самого факта наличия детей; уровень его полезности зависит от того, принадлежит ли потомок к тому же классу, что и родитель, или нет. Исходя из этого у родителя появляются стимулы тратить усилия на социализацию своего потомка за счет вертикального канала. Этот вид социализации отличается от так называемой горизонтальной тем, что усилия родителя являются целенаправленными и определяются в результате решения задачи оптимизации. Бизин и Вердьё (Bisin, Verdier, 2011) получили динамическую систему, обладающую единственным устойчивым состоянием равновесия, в котором оба типа индивидов, рассматриваемые в модели, сосуществуют в обществе в определенных пропорциях. В этом отношении данная модель отличается от стандартных моделей репликационной динамики, поскольку помимо горизонтального канала передачи задействован также и вертикальный, что и объясняет устойчивость сложившегося в обществе социального многообразия, в отличие от моделей Кавалли-Сфорца и Фельдмана (Cavalli-Sforza, Feldman, 1981).

В серии моделей, разработанных Бизином и Вердьё (Bisin, Verdier, 2001; 2011), были проанализированы основные особенности динамических процессов, происходящих в обществе с точки зрения присутствующего в нем социального многообразия. Тем не менее не удастся найти ответ на вопрос, почему темпы роста снижаются в целом и как именно происходит изменение темпов роста у различных групп населения.

В предлагаемой работе рассмотрена динамическая модель культурной трансмиссии с гетерогенными агентами. Вводя в рассмотрение разнообразные механизмы социализации, мы пытаемся объяснить существование культурного многообразия в процессах взаимодействия различных типов агентов. Базовая модель культурной трансмиссии А. Бизина и Т. Вердьё обобщается на случай наличия агентов высокого и низкого типов, которые одновременно выбирают количество детей и уровень усилий по их воспитанию. Высокий тип мы трактуем, например, как тип с более высоким уровнем образования или человеческого капитала по сравнению с малообразованным низким типом.

В отличие от исходной модели, предполагается, что часть агентов «низкого» типа предпочитает воспитывать своих потомков в культурной традиции «высокого» типа. Таким образом, агенты могут прикладывать усилия, направленные на перевод своих детей в другой класс посредством инвестиций в их образование и человеческий капитал. В результате этого образование может служить механизмом так называемого социального лифта и сделать возможным переход из одного класса в другой, причем уровень образования, передаваемого родителями своим детям, является эндогенной величиной и определяется в результате решения родителями некоторой оптимизационной задачи. В разработанной нами модели, как и в модели Беккера—Льюиса (Becker, Lewis, 1973), агенты связаны бюджетным ограничением и вынуждены делать выбор между «качеством» и количеством своих потомков. При введении данного предположения темпы роста каждого класса становятся эндогенными, что позволяет смоделировать темпы роста населения как результат сложного динамического процесса с взаимодействием гетерогенным агентов и оценить вклад, вносимый агентами разного типа. В процессе анализа, как у Бизина и Вердые (Bisin, Verdier, 2011), установлена сходимости к равновесному распределению с несколькими типами, но при этом темпы роста населения в целом могут как снижаться, так и повышаться. Вместе с тем в случае общего падения численности в первую очередь снижаются темпы роста агентов высокого типа.

Описание модели

Предположим, что население некоторой закрытой страны состоит из двух типов индивидов — образованных (тип e , *educated individuals*) и необразованных (тип u , *uneducated individuals*). Доли указанных высокого и низкого типов в населении обозначим через q^e и q^u соответственно, $q^e + q^u = 1$. Будем считать, что процесс воспроизводства в стране является асексуальным и каждый родитель имеет возможность выбрать «качество» и количество своих потомков, решая задачу максимизации полезности, которая будет конкретизирована ниже.

В рамках данной модели предполагается, что образованные индивиды склонны к воспроизводству только собственного типа, в то время как необразованные индивиды подразделяются на две группы: доля ρ необразованных индивидов осознает важность образования и имеет стимулы к тому, чтобы перевести своего ребенка в другой тип, доля $1 - \rho$ необразованных индивидов мотивирована к сохранению у своего потомства того же типа (рис. 1). Заметим, что параметр ρ характеризует культурную толерантность (Bisin, Verdier, 2011) и отражает отношение общества к ценности образования.

Таким образом, население страны состоит из следующих трех групп:

- образованные индивиды, склонные к воспроизводству своего типа (группа e , состоящая из индивидов типа e , доля которой в населении равна q^e);

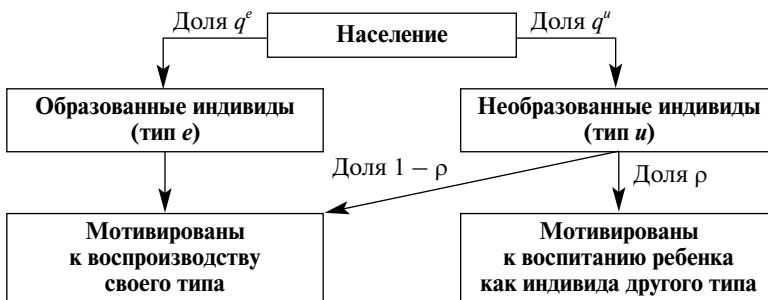


Рис. 1. Различные типы индивидов и их мотивация

- необразованные индивиды, имеющие мотивацию к переводу ребенка в другой тип (группа ue , доля которой в населении равна ρq^u);
- необразованные индивиды, стремящиеся воспитать ребенка своего типа (группа uu , доля которой в населении равна $(1 - \rho)q^u$).

Если обозначить через $V^{i,j}$ полезность представителя группы i , вырастившего ребенка типа j , $i \in \{e, ue, uu\}$, $j \in \{e, u\}$, то стимулы, определяющие поведение индивидов различных групп, описываются неравенствами

$$V^{e,e} > V^{e,u}; \quad V^{ue,e} > V^{ue,u}; \quad V^{uu,e} > V^{uu,u}. \quad (1)$$

Следуя подходу, развитому в моделях Бизина и Вердые (Bisin, Verdier, 2011), культурная трансмиссия в популяции может осуществляться двумя возможными способами: за счет вертикальной (от родителя) и горизонтальной (от того или иного окружения) социализации.

Пусть τ^i — усилия, прикладываемые индивидом из группы i для воспитания ребенка желаемого типа, $d^i(\tau^i)$ — вероятность того, что вертикальная социализация приведет к желаемому результату, $i \in \{e, ue, uu\}$. Здесь $d^i(\cdot)$ — некоторая задаваемая функция, удовлетворяющая следующим естественным требованиям:

$$0 \leq d^i \leq 1; \quad d^i(0) = 0; \quad (d^i)'_{\tau^i} > 0; \quad (d^i)''_{\tau^i} < 0; \quad \lim_{\tau^i \rightarrow +\infty} d^i(\tau^i) = 1, \quad i \in \{e, ue, uu\}. \quad (2)$$

Будем считать, что горизонтальная социализация осуществляется за счет формируемого случайным образом круга общения молодого поколения. Более точно, предполагаем, что если передача желаемого типа вертикальным путем не происходит, то горизонтальная социализация происходит с вероятностью, совпадающей с долей соответствующего типа (или группы, в зависимости от допущений модели) в населении.

Введем в рассмотрение параметр α , определив его следующим образом: $\alpha = 0$, если представители группы ue эгоистичны и готовы прикладывать усилия для обеспечения социального лифта только своим детям; $\alpha = 1$, если представители группы ue являются альтруистами и ведут себя одинаково по отношению к своим и чужим детям.

Обозначим через $p^{i,j}$ вероятность того, что ребенок представителя группы i получит тип j в результате культурной трансмиссии, $i \in \{e, ue, uu\}$, $j \in \{e, u\}$. В соответствии с принятыми допущениями будем иметь

$$p^{e,e} = d^e(\tau^e) + (1 - d^e(\tau^e))(q^e + \alpha \rho q^u); \quad p^{e,u} = (1 - d^e(\tau^e))(1 - \alpha \rho)q^u; \quad (3)$$

$$p^{ue,e} = d^{ue}(\tau^{ue}) + (1 - d^{ue}(\tau^{ue}))(q^e + \alpha \rho q^u); \quad p^{ue,u} = (1 - d^{ue}(\tau^{ue}))(1 - \alpha \rho)q^u; \quad (4)$$

$$p^{uu,e} = (1 - d^{uu}(\tau^{uu})) + (q^e + \alpha \rho q^u); \quad p^{uu,u} = d^{uu}(\tau^{uu}) + (1 - d^{uu}(\tau^{uu}))(1 - \alpha \rho)q^u. \quad (5)$$

Как и в модели Беккера—Льюиса (Becker, Lewis, 1973), мы предполагаем, что родители осуществляют выбор между количеством и «качеством» детей. «Качество» определяется объемом усилий τ^i .

Обозначим через n^i количество потомков представителя группы i , $i \in \{e, ue, uu\}$ и запишем выражение его функции полезности в виде

$$U^i(n^i, \tau^i) = n^i(p^{i,e}V^{i,e} + p^{i,u}V^{i,u}), \quad i \in \{e, ue, uu\}. \quad (6)$$

Равенства (6) означают, что индивиды одинаково воспринимают ценность каждого своего потомка, т. е. предельная полезность каждого ребенка не зависит от количества рожденных детей.

Выпишем «бюджетное» ограничение индивида:

$$C^i(n^i, \tau^i) \leq c^i, \quad (7)$$

где $C^i(\cdot)$ — некоторая задаваемая функция, удовлетворяющая следующим требованиям:

$$C^i \geq 0; \quad C^i(0, \cdot) = 0; \quad (C^i)'_{n^i} > 0; \quad (C^i)'_{\tau^i} > 0; \quad (8)$$

c^i — задаваемая постоянная, $i \in \{e, ue, uu\}$.

Будем считать, что индивид из группы i , принимая решения о количестве и «качестве» детей, рассматривает задачу максимизации полезности (6) при бюджетном ограничении (7), $i \in \{e, ue, uu\}$.

Тогда задачи индивидов из групп e, ue, uu с учетом выражений (3)—(5) могут быть записаны в виде:

$$n^e((d^e(\tau^e) + (1 - d^e(\tau^e))(q^e + \alpha\rho q^u))V^{e,e} + (1 - d^e(\tau^e))(1 - \alpha\rho)q^u V^{e,u}) \rightarrow \max_{n^e, \tau^e} \quad (9)$$

при бюджетном ограничении

$$C^e(n^e, \tau^e) \leq c^e; \quad (10)$$

$$n^{ue}((d^{ue}(\tau^{ue}) + (1 - d^{ue}(\tau^{ue}))(q^e + \alpha\rho q^u))V^{ue,e} + (1 - d^{ue}(\tau^{ue}))(1 - \alpha\rho)q^u V^{ue,u}) \rightarrow \max_{n^{ue}, \tau^{ue}} \quad (11)$$

при бюджетном ограничении

$$C^{ue}(n^{ue}, \tau^{ue}) \leq c^{ue}; \quad (12)$$

$$n^{uu}((1 - d^{uu}(\tau^{uu}))(q^e + \alpha\rho q^u))V^{uu,e} + (d^{uu}(\tau^{uu}) + (1 - d^{uu}(\tau^{uu}))(1 - \alpha\rho)q^u) V^{uu,u}) \rightarrow \max_{n^{uu}, \tau^{uu}} \quad (13)$$

при бюджетном ограничении

$$C^{uu}(n^{uu}, \tau^{uu}) \leq c^{uu}. \quad (14)$$

Перейдем к рассмотрению динамики в условиях данной модели. Обозначим на шаге t решения задач (9), (11), (13) при бюджетных ограничениях (10), (12), (14) индивидов, являющихся представителями групп e, ue, uu , через $(\hat{\tau}^e(t), \hat{n}^e(t))$, $(\hat{\tau}^{ue}(t), \hat{n}^{ue}(t))$, $(\hat{\tau}^{uu}(t), \hat{n}^{uu}(t))$ соответственно. Легко видеть, что динамика долей образованных и необразованных типов описывается равенствами

$$q^e(t+1) = \frac{p^{e,e}(t)q^e(t)\hat{n}^e(t) + p^{ue,e}(t)\rho q^u(t)\hat{n}^{ue}(t) + p^{uu,e}(t)(1-\rho)q^u(t)\hat{n}^{uu}(t)}{q^e(t)\hat{n}^e(t) + \rho q^u(t)\hat{n}^{ue}(t) + (1-\rho)q^u(t)\hat{n}^{uu}(t)}, \quad (15)$$

$$q^u(t+1) = 1 - q^e(t+1).$$

Исследование модели для частного случая

Проведем исследование динамики долей образованных и необразованных типов индивидов в населении для частного случая, положив далее $\alpha = 0$, $d^i = 1 - e^{-d^i \tau^i}$, $C^i(n^i, \tau^i) = n^i(1 + \tau^i)$, $i \in \{e, ue, uu\}$.

При условиях $\alpha = 0$, $d^i = 1 - e^{-d^i \tau^i}$, $i \in \{e, ue, uu\}$ вероятности $p^{e,e}(t)$, $p^{ue,e}(t)$, $p^{uu,e}(t)$ имеют вид

$$p^{e,e}(t) = 1 - q^u(t)e^{-d^e \hat{\tau}^e(t)}; \quad p^{ue,e}(t) = 1 - q^u(t)e^{-d^{ue} \hat{\tau}^{ue}(t)}; \quad p^{uu,e}(t) = q^e(t)e^{-d^{uu} \hat{\tau}^{uu}(t)}, \quad (16)$$

и, следовательно,

$$q^e(t+1) = \left[\left(1 - q^u(t) e^{-a^e \hat{\tau}^e(t)} \right) q^e(t) \hat{n}^e(t) + \rho \left(1 - q^u(t) e^{-a^{ue} \hat{\tau}^{ue}(t)} \right) q^u(t) \hat{n}^{ue}(t) + (1-\rho) q^e(t) e^{-a^{uu} \hat{\tau}^{uu}(t)} q^u(t) \hat{n}^{uu}(t) \right] / \left[q^e(t) \hat{n}^e(t) + \rho q^u(t) \hat{n}^{ue}(t) + (1-\rho) q^u(t) \hat{n}^{uu}(t) \right]; \quad (17)$$

$$q^u(t+1) = 1 - q^e(t+1),$$

где $(\hat{\tau}^e(t), \hat{n}^e(t))$, $(\hat{\tau}^{ue}(t), \hat{n}^{ue}(t))$, $(\hat{\tau}^{uu}(t), \hat{n}^{uu}(t))$ являются решениями задач

$$n^e(V^{e,e} - e^{-a^e \tau^e} q^u(V^{e,e} - V^{e,u})) \rightarrow \max_{n^e, \tau^e} \quad (18)$$

при бюджетном ограничении

$$n^e(1 + \tau^e) \leq c^e; \quad (19)$$

$$n^{ue}(V^{ue,e} - e^{-a^{ue} \tau^{ue}} q^u(V^{ue,e} - V^{ue,u})) \rightarrow \max_{n^{ue}, \tau^{ue}} \quad (20)$$

при бюджетном ограничении

$$n^{ue}(1 + \tau^{ue}) \leq c^{ue}; \quad (21)$$

$$n^{uu}(V^{uu,u} - e^{-a^{uu} \tau^{uu}} q^e(V^{uu,u} - V^{uu,e})) \rightarrow \max_{n^{uu}, \tau^{uu}} \quad (22)$$

при бюджетном ограничении

$$n^{uu}(1 + \tau^{uu}) \leq c^{uu}. \quad (23)$$

Нетрудно показать, что $\hat{\tau}^e(t)$, $\hat{\tau}^{ue}(t)$, $\hat{\tau}^{uu}(t)$ являются единственными положительными корнями уравнения

$$e^{-a^e \tau^e} q^u(t)(V^{e,e} - V^{e,u})(1 + a^e + a^e \tau^e) - V^{e,e} = 0 \quad (24)$$

при условии

$$q^u(t)(V^{e,e} - V^{e,u})(1 + a^e) - V^{e,e} > 0; \quad (25)$$

уравнения

$$e^{-a^{ue} \tau^{ue}} q^u(t)(V^{ue,e} - V^{ue,u})(1 + a^{ue} + a^{ue} \tau^{ue}) - V^{ue,e} = 0 \quad (26)$$

при условии

$$q^u(t)(V^{ue,e} - V^{ue,u})(1 + a^{ue}) - V^{ue,e} > 0; \quad (27)$$

уравнения

$$e^{-a^{uu} \tau^{uu}} q^e(t)(V^{uu,u} - V^{uu,e})(1 + a^{uu} + a^{uu} \tau^{uu}) - V^{uu,u} = 0 \quad (28)$$

при условии

$$q^e(t)(V^{uu,u} - V^{uu,e})(1 + a^{uu}) - V^{uu,u} > 0. \quad (29)$$

Если какое-либо из условий (25), (27), (29) не выполняется, соответствующее значение решения максимизационной задачи $\hat{\tau}^e(t)$, $\hat{\tau}^{ue}(t)$ или $\hat{\tau}^{uu}(t)$ равно нулю.

Поскольку «бюджетные» ограничения индивидов в оптимальных точках $(\hat{\tau}^e(t), \hat{n}^e(t))$, $(\hat{\tau}^{ue}(t), \hat{n}^{ue}(t))$, $(\hat{\tau}^{uu}(t), \hat{n}^{uu}(t))$ выполняются как равенства, количество детей, рожденных индивидами группы i в периоде времени t , определяется выражениями

$$\hat{n}^i(t) = \frac{c^i}{1 + \hat{\tau}^i(t)}, \quad i \in \{e, ue, uu\}. \quad (30)$$

Равенства (30) позволяют исследовать темпы роста отдельных групп индивидов и населения в целом. Поскольку решения уравнений (24), (26), (28) не могут быть получены аналитически, перейдем к численному анализу.

Результаты численного анализа

Будем предполагать, что индивиды группы *uu* для достижения определенного значения вероятности успешной вертикальной социализации своих потомков прикладывают самые незначительные усилия по сравнению с представителями других групп населения, а индивиды группы *ue*, наоборот, вынуждены наиболее усиленно трудиться, чтобы достичь желаемого результата. Это естественное допущение, имеющее очевидную экономическую интерпретацию, находит отражение в следующем соотношении между экзогенными параметрами задачи: $a^{uu} > a^e > a^{ue}$ (рис. 2).

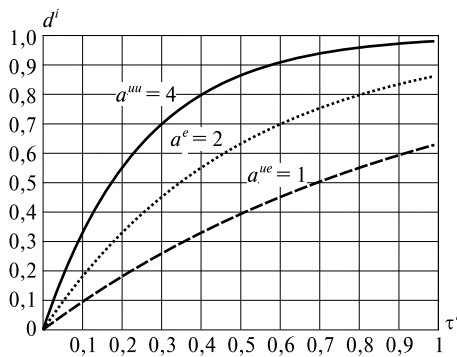


Рис. 2. Вероятности достижения желаемого результата при вертикальной социализации

Приведем результаты численного анализа при следующих начальных условиях и значениях экзогенных параметров: $q^e(0) = 0,3$, $q^u(0) = 0,7$, $\rho = 0,2$, $V^{e,e} = 10$, $V^{ue,e} = 15$, $V^{uu,u} = 8$, $V^{e,u} = V^{ue,u} = V^{uu,e} = 2$, $a^{uu} = 4$, $a^e = 2$, $a^{ue} = 1$, $c^e = c^{ue} = c^{uu} = 2$.

Расчеты показывают, что наблюдается достаточно быстрая сходимость долей $q^e(t)$, $q^u(t)$ образованных и необразованных типов индивидов в населении к следующим значениям:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} q^e(t) = 0,4231; \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} q^u(t) = 0,5769. \quad (31)$$

Динамика указанных долей иллюстрируется графиками, представленными на рис. 3. Заметим, что изменение начальных условий не оказывает влияния на предельные значения $q^e(t)$, $q^u(t)$. Так, например, при существенном изменении

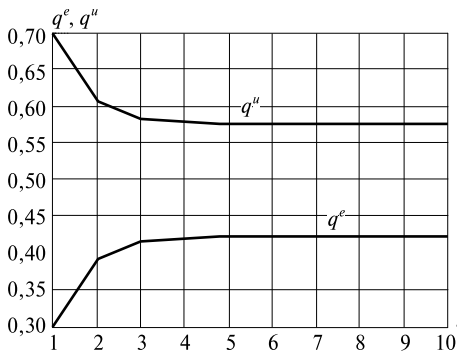


Рис. 3. Динамика долей $q^e(t)$, $q^u(t)$ при начальных условиях $q^e(0) = 0,3$, $q^u(0) = 0,7$

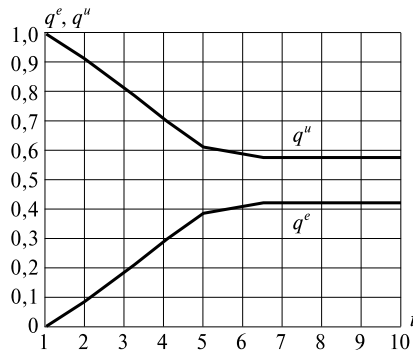


Рис. 4. Динамика долей $q^e(t)$, $q^u(t)$ при начальных условиях $q^e(0) = 0,01$, $q^u(0) = 0,99$

начальных данных по сравнению с первоначальными: $q^e(0) = 0,01$, $q^u(0) = 0,99$, наблюдается сходимость, хотя и более медленная, решений к тем же значениям (31) (рис. 4).

Увеличение доли ρ необразованных индивидов, стремящихся к воспитанию детей чужого типа, приводит к росту предельных значений $q^e(t)$ и соответствующему снижению предельных значений $q^u(t)$.

Так, например, при $\rho = 0,4$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} q^e(t) = 0,4674; \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} q^u(t) = 0,5326, \quad (32)$$

а при $\rho = 0,6$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} q^e(t) = 0,513; \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} q^u(t) = 0,487. \quad (33)$$

Заключение

В предлагаемой работе рассмотрена динамическая модель культурной трансмиссии с гетерогенными агентами. Проведено обобщение основополагающей модели А. Бизина и Т. Вердые на случай наличия агентов высокого и низкого типов, которые одновременно выбирают количество детей и уровень усилий по их воспитанию. Характерной чертой предлагаемой динамической модели является допущение о существовании «нестандартных» агентов низкого типа, которые предпочитают воспитывать своих потомков в культурной традиции высокого типа. В результате численного анализа выявлена сходимость долей индивидов различных типов к некоторым равновесным значениям. Исследована чувствительность равновесных значений к начальным условиям и экзогенным параметрам, в частности показано, что равновесная доля агентов «высокого» типа находится в положительной зависимости от параметра, описывающего значение человеческого капитала.

Источники

- Всероссийская перепись населения 2010. [Электронный ресурс]. — Режим доступа: http://www.gks.ru/free_doc/new_site/perepis2010/croc/perepis_itogi1612.htm (дата обращения: 03.07.2014).
- Демографическая модернизация России, 1900—2000 / под ред. А. Г. Вишневого. М., 2006.
- Демоскоп Weekly. [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://demoscope.ru/weekly/2007/0309/analit02.php> (дата обращения: 03.07.2014).
- Клутт М. Демография регионов Земли. СПб., 2008.
- Стефаненко Т. Г. Этнопсихология. М., 1999.
- Becker G. S. H., Lewis G. On the Interaction between the Quantity and Quality of Children // The Journal of Political Economy. 1973. Vol. 81. N 2. Pt. 2: New Economic Approaches to Fertility. P. S279—S288.

Bisin A., Verdier T. The Economics of Cultural Transmission and Socialization. Handbook of Social Economics. The Netherlands, 2011. Vol. 1A. P. 339—416.

Bisin A., Verdier T. The Economics of Cultural Transmission and the Dynamics of Preferences // Journal of Economic Theory. 2001. N 97. P. 298—319.

Boyd R., Richerson P. Culture and Evolutionary Process. The University of Chicago Press, 1985.

Cavalli-Sforza L. L., Feldman M. Cultural Transmission and Evolution: a Quantitative Approach. Princeton University Press, 1981.

Lam D. Demographic Variables and Income Inequality. Handbook of Population and Family Economics. Elsevier B. V., 1997.

Lucas R. On the Mechanics of Economic Development // Journal of Monetary Economics. 1988. N 22. P. 3—42.

Nerlove M., Raut L. Growth Models with Endogenous Population: a General Framework. Handbook of Population and family economics. Elsevier B. V., 1997.

Romer P. Endogenous Technological Change // Journal of Political Economy. 1990. Vol. 98. N 5. Pt. 2: The Problem of Development: A Conference of the Institute for the Study of Free Enterprise Systems. P. S71—S102.