СТРАХОВАНИЕ

М. А. Богданова

инженер Петербургского государственного университета путей сообщения

М. Рохманова

ученый секретарь Института сейсмостойкого строительства Министерства строительства и архитектуры Туркменистана

А. М. Уздин

докт. техн. наук, профессор кафедры теоретической механики Петербургского государственного университета путей сообщения

В. П. Чернов

докт. экон. наук, профессор кафедры экономической кибернетики и экономико-математических методов Санкт-Петербургского государственного экономического университета

ОЦЕНКА ЦЕНОВОГО КОРИДОРА ДЛЯ СТРАХОВАНИЯ РЕДКИХ СОБЫТИЙ

Введение

Страхование играет принципиальную роль в управлении рисками, вызванными землетрясениями, наводнениями и другими редкими катастрофическими событиями. В мировой практике имеется уже значительный опыт такого страхования, как негативного (Клячко, 1999), так и позитивного характера (Stojanovski, Dong, Wagh, Mortgat, Shah, 2010). Однако до настоящего времени этот опыт не получил должного распространения в системе управления стихийными бедствиями. В России система страхования от стихийных бедствий практически не применяется. Ниже анализируются причины, затрудняющие страхование редких событий и указываются пути их преодоления.

В работе (Богданова, 2011) приведен коридор для оценки страховой премии. Он получен из следующих простых соображений. Годовой ущерб собственника оценивается по формуле

$$R_{owner} = \sum_{i=1}^{n} D \cdot p^i = D \cdot \frac{p(1-p^n)}{1-p} \approx D \cdot p, \tag{1}$$

где D — величина ущерба от одного неблагоприятного события; n — среднегодовое число событий; p — вероятность одного события.

Величину D измеряют в долях от стоимости страхуемого объекта, т. е. $0 \leqslant D \leqslant 1$. Будем в дальнейшем для ущерба D использовать термин *уязвимость*.

При рассмотрении редких событий вместо вероятности появления события p за время T часто используют его повторяемость L. При этом предполагают, что события распределены по закону Пуассона и вероятность p определяется по формуле

$$p = 1 - e^{-T/T_0} = 1 - e^{-TL} \approx TL|_{T=1} = L,$$

где $T_0 = 1/L$ — среднее время ожидания события.

При рассмотрении редких событий, когда $p \ll 1$, пользуются приближенным вариантом формулы (1). Величину $R = D \cdot p$ в соответствии с терминологией, введенной Нобелевским лауреатом, академиком Л. В. Канторовичем, будем называть риском, рассматривая его как математическое ожидание годового ущерба (Канторович, Кейлис-Борок, Молчан, 1974; Кейлис-Борок, Нерсесов, Яглом, 1962).

В работе (Stojanovski, Dong, Wagh, Mortgat, Shah, 2010) предполагается, что формула (1) дает верхнюю оценку страховой премии, поскольку собственнику нет смысла выплачивать страховой взнос, превышающий ожидаемый ущерб.

Страховщик имеет дело с N клиентами. У него может произойти от 0 до N страховых случаев. Его риск при этом оценивается следующей величиной:

$$R_{ins} = \sum_{k=1}^{N} D \cdot k \cdot p^k = D \cdot \left[\frac{p \cdot \left(1 - p^N\right)}{\left(1 - p\right)^2} - \frac{N \cdot p^{N+1}}{1 - p} \right] = D \cdot p \cdot S_N. \tag{2}$$

Если через F обозначить величину страхового взноса от одного собственника, то из (1) и (2) получаем оценку ценового коридора для F:

$$1 \leqslant \frac{F}{D \cdot p} \leqslant \frac{S_N}{N}, \tag{3}$$

где

$$S_N = \frac{1 - p^N}{(1 - p)^2} - \frac{N \cdot p^N}{1 - p} \approx 1 - N \cdot p^N. \tag{4}$$

Учитывая малость p, можно считать, что

$$1 \geqslant \frac{F}{D \cdot p} \geqslant \frac{1}{N} \tag{5}$$

или

$$R \geqslant F \geqslant \frac{R}{N}. \tag{6}$$

Из приведенных формул следует, что для больших значений величины N возникает большой ценовой коридор, в котором можно найти цену страхования, выгодную как для страховщика, так и для собственника. Полученный по формуле (5) ценовой коридор показан на рис. 1. На первый взгляд кажется, что страхование должно быть крайне выгодным как собственнику, так и страховщику. Однако на практике возникают проблемы, связанные с дисперсией полученных выше оценок. Дисперсия оценок обусловлена двумя причинами: случайностью неблагоприятного события и случайностью величины ущерба. В результате границы ценового коридора оказываются размытыми.

Ущерб собственника и страховщика может меняться как в одну, так и в другую сторону. При этом осторожный собственник будет завышать стоимость возможного ущерба, а рисковый — наоборот, вплоть до отказа от страхования. Аналогичная картина наблюдается и для страховщиков. Известно, что после землетрясения на Аляске в 1964 г. многие страховые фирмы разорились (Клячко, 1999), полагая до этого, что страхование от землетрясения является хорошим

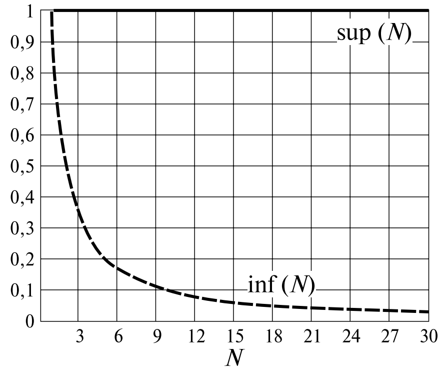

Рис. 1. Ценовой коридор для страхового взноса в зависимости от числа застрахованных N

источником дохода, поскольку повторяемость страхового события крайне мала. Что касается собственника, то степень его рискованности в большей мере зависит от его дохода, чем от его характера. Данные анализа страхового рынка в Турции (Durukal, Franco, Deodatis, Erdik, Hancilar, Smyth, 2006) показали, что собственники с доходом более 100000 евро в год практически все страхуются и проводят антисейсмическое усиление мест проживания, в то время как собственники с доходом менее 25000 евро в год не страхуются вовсе и предпочитают дешевое несейсмостойкое жилье.

На рис. 2 показан пример ценового коридора для рискового собственника и осторожного страховщика. Для аккуратной оценки ценового коридора необходимо знать функцию плотности распределения (ФПР) риска R, которая определяется ФПР ущерба D и повторяемостью неблагоприятных событий p.

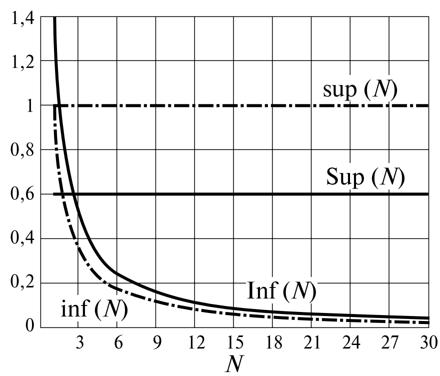

Рис. 2. Изменение ценового коридора для осторожного страховщика и рискового собственника. Штрих-пунктиром показана граница, очерченная по математическим ожиданиям ущербов

Оценка функций плотности распределения для уязвимости и риска

Для задания ФПР уязвимости (ущерба) необходимо учесть, что ущерб измеряется в диапазоне от 0 (ничего не пострадало) до 1 (объект полностью уничтожен). Для описания такого процесса удобно использовать β-распределение, ФПР которого имеет вид

$$f_D = \frac{x^{\nu} \cdot (1 - x)^{\mu}}{B(\nu, \mu)}, \tag{7}$$

где μ и ν — параметры распределения; $B(\nu, \mu)$ — β-функция.

Для задания параметров β-распределения необходимо знать математическое ожидание $\overline{D}$ и дисперсию σ_D^2 случайной величины D. При этом параметры распределения могут быть вычислены по формулам

$$\nu = \frac{1 - \overline{D} - V \cdot \overline{D}}{V}; \quad \mu = \frac{\nu}{\overline{D}} - \nu; \quad V = \frac{\sigma_D^2}{\overline{D}^2}. \tag{8}$$

На рис. 3 приведены в качестве примера ФПР уязвимости кирпичного здания, рассчитанного на 9 баллов от землетрясений различной силы.

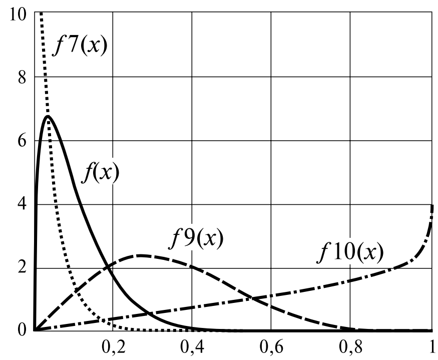

Рис. 3. ФПР ущерба *D* от землетрясений силой 7 баллов (точечная кривая), 8 баллов (сплошная кривая), 9 баллов (пунктир) и 10 баллов (штрих-пунктир)

Эти ФПР построены авторами в (Богданова, Сигидов, 2011) по данным исследований (Полтавцев, Айзенберг, Кофф, Мелентьев, Уломов, 1998). Отметим, что для сейсмостойкого строительства уязвимость характеризуется значительной дисперсией, что определяет распластанность ФПР. Для событий, ущерб от которых характеризуется малой дисперсией, вместо β-распределения можно использовать нормальное распределение.

При построении функции распределения величины R необходимо учитывать вероятность того, что землетрясение не произойдет. При этом получается предложенный в (Богданова, Огнева, Уздин, Чернов, 2013) δ-скорректированный процесс, показанный на рис. 4. Площадь под δ-функцией на этом рисунке равна вероятности того, что землетрясение не произойдет, т. е. равна $1 - L$. В приведенном на рис. 4 примере принято $L = 0{,}2$, $\overline{D} = 1$ и среднеквадратичное отклонение для функции ущерба D $\sigma_D = 0{,}2$. Закон распределения ущерба принят

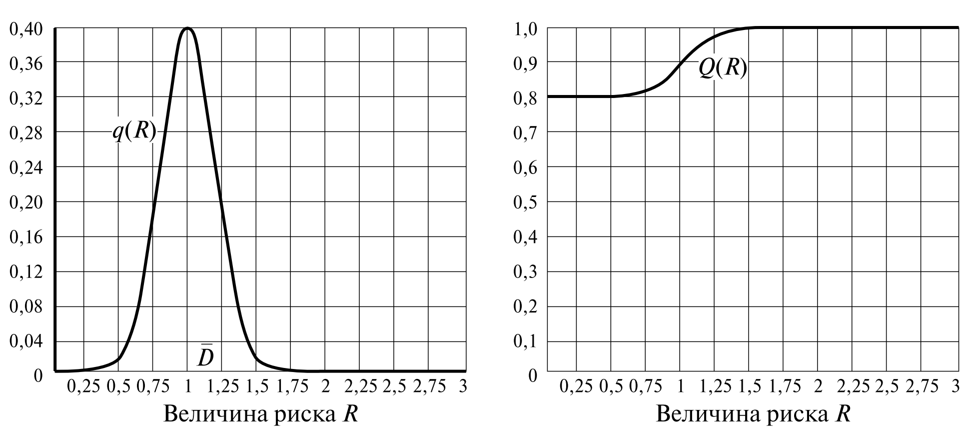

Рис. 4. Характер распределения величины риска. Слева — функция плотности распределения, справа — функция распределения

нормальным. Аналитически ФПР величины риска f_R можно представить в виде суммы

$$f_R = L \cdot f_D + \delta(x) \cdot (1 - L), \tag{9}$$

где f_D — ФПР ущерба.

Математическое ожидание такого процесса определяется как

$$\bar{R} = \int_{-\infty}^{\infty} x p_R(x)\, dx = \bar{D} \cdot L. \tag{10}$$

ФПР (9) определяет функцию распределения (ФР) риска, показанную на рис. 4, снизу. Ее особенностью является то, что она начинается из точки $P(0) = 1 - L$.

Вид функции плотности распределения $f_R(x)$ не зависит от величины L, а значение риска R не зависит от наличия δ-функции при $x = 0$ и равно площади под графиком $f_D(x)$.

Дисперсия δ-скорректированного распределения оценивается следующим образом:

$$\sigma_R^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left(x - \bar{D}L\right)^2 q(x)dx = L \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left(x - \bar{D}L\right)^2 q_0(x)dx = L \cdot \left[\sigma_D^2 + \bar{D}^2 \left(1 - L\right)^2\right]. \tag{11}$$

Формулу (11) можно преобразовать к виду

$$\frac{\sigma_R^2}{\bar{D}^2} = L \cdot \left[\frac{\sigma_D^2}{\bar{D}^2} + \left(1 - L\right)^2\right] \approx L \cdot \left[\frac{\sigma_D^2}{\bar{D}^2} + 1\right], \tag{12}$$

или

$$V = \frac{\sigma_R^2}{R^2} = \frac{1}{L} \cdot \left[\frac{\sigma_D^2}{\bar{D}^2} + \left(1 - L\right)^2\right] \approx \frac{1}{L} \cdot \left[\frac{\sigma_D^2}{\bar{D}^2} + 1\right]. \tag{13}$$

В формуле (13) величина V представляет собой коэффициент вариации оценки риска. Полученные формулы достаточно важны для анализа рисков.

Прежде всего, дисперсия оценки риска может значительно превышать дисперсию ожидаемого ущерба. При повторяемости опасных событий раз в сто лет величина $\frac{\sigma_R^2}{R^2}$ в 100 раз превышает аналогичную величину $\frac{\sigma_D^2}{\bar{D}^2}$, которая сама по себе значительна.

Кроме того, для величины риска его математическое ожидание уменьшается пропорционально уменьшению вероятности возникновения события L, а среднеквадратичное отклонение падает пропорционально падению величины $\sqrt{L}$.

Рассмотрим простой пример. По данным (Воронец, Сахаров, Уздин, 2000) уязвимость сооружения, рассчитанного на 9-балльное землетрясение, при землетрясении расчетной силы составляет $\bar{D} = 0{,}2$, а среднеквадратичное отклонение $\sigma_D = 0{,}06$. Если повторяемость землетрясения составляет раз в 1000 лет (L=1/1000), то ожидаемая величина риска $R = \bar{D} \cdot L = 2 \cdot 10^4$, а среднеквадратичное отклонение $\sigma_R = [L \cdot [\sigma_D^2 + \bar{D}^2(1 - L)^2]]^{1/2} = 6{,}597 \cdot 10^{-3}$, т. е. $\sigma_R/R = 32{,}99$.

Для случая, когда объект подвержен группе статистически независимых событий с вероятностью возникновения L_i, например землетрясениям силой 5, 6, 7, 8 и 9 баллов, площадь под δ-функцией составит величину

$$S = \prod_{i=1}^{n}(1 - L_i) \approx 1 - \sum_{i=1}^{n} L_i, \tag{14}$$

где n — число событий.

Математическое ожидание риска будет равно сумме ожидаемых рисков, т. е. $\overline{R} = \sum_{i=1}^{n} \overline{D}_i L_i$, а дисперсия величины R будет равна сумме дисперсий

$$\sigma_R^2 = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 = \sum_{i=1}^{n} L_i \cdot [\sigma_{D_i}^2 + \overline{D}^2(1 - L_i)^2]. \tag{15}$$

Функция плотности распределения суммарного риска, с учетом статистической независимости определяющих его процессов, определяется сверткой функций распределения отдельных рисков. Для двух процессов с функциями плотности распределения рисков p и q функцию плотности распределения их суммы $f(x)$ можно записать следующим образом:

$$\begin{gathered} f(x) = \int_0^x p(z) \cdot q(x-z)\, dz = \\ = \int_0^x \left[\left(1 - L_p\right) \cdot \delta(z) + L_p p_0(z) \right] \cdot \left[\left(1 - L_q\right) \cdot \delta(x-z) + L_q q_0(x-z) \right] dz, \end{gathered} \tag{16}$$

где p_0 и q_0 — соответствующие ФПР ущербов.

ФПР (16) преобразуется следующим образом:

$$\begin{gathered} f(x) = \left(1 - L_p\right)\left(1 - L_q\right) \cdot \delta(x) + L_p \left(1 - L_q\right) \cdot p_0(x) + \\ + L_q \left(1 - L_p\right) \cdot q_0(x) + L_q L_p \cdot \int_0^x \delta(z) q_0(x-z)\, dz \approx \\ \approx \left(1 - L_p - L_q\right) \cdot \delta(x) + L_p \left(1 - L_q\right) \cdot p_0(x) + L_q \left(1 - L_p\right) \cdot q_0(x). \end{gathered} \tag{17}$$

Обратимся теперь к риску страховщика $R^{(ins)}$. В соответствии с оценкой (6) можно записать:

$$R^{(ins)} = \frac{R}{N}. \tag{18}$$

По аналогии с ФПР для риска R введем δ-скорректированную функцию распределения ФПР для риска страховщика. В соответствии с (18)

$$\int_0^\infty R^{(\mathrm{ins})}(x) dx = \int_0^\infty \frac{R(x)}{N} dx = \int_0^\infty \frac{D(x) \cdot L}{N} dx = \frac{L}{N}. \tag{19}$$

Соответственно площадь под δ-корректирующей функцией будет равна величине $(1 - L/N)$. ФПР для риска страховщика записывается при этом в виде:

$$f_R^{(ins)} = \frac{L}{N} \cdot f_D + \delta(x) \cdot \left(1 - \frac{L}{N}\right). \tag{20}$$

Причем коэффициент вариации для страховщика возрастет по сравнению с аналогичным коэффициентом для собственника в N раз:

$$V^{(ins)} \approx \frac{N}{L} \cdot \left[\frac{\sigma_D^2}{\overline{D}^2} + 1\right]. \tag{21}$$

Для оценки доверительных границ рисков необходимо решить уравнение относительно R_ε — величины риска, который может быть превышен с вероятностью ε_R:

$$\int_{R_\varepsilon}^1 f_R(x)\, dx = \varepsilon_R. \tag{22}$$

Уравнение (22) проиллюстрировано на рис. 5.

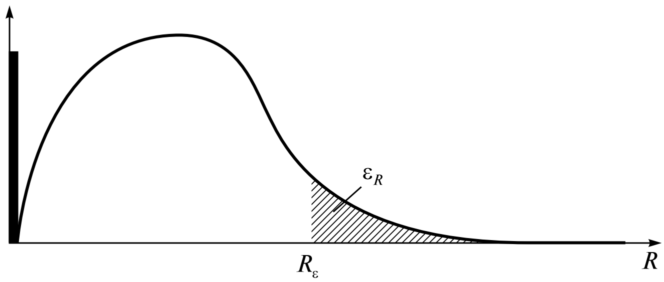

Рис. 5. Иллюстрация к определению доверительного интервала для риска

Особенностью уравнения (22) является то, что $0 < \varepsilon_R < L$. При $\varepsilon_R = L$ собственник вообще пренебрегает возможностью возникновения опасного события.

Подстановка в (22) выражения (6) позволяет записать:

$$\int_{R_\varepsilon}^{1} f_D(x)\,dx = \frac{\varepsilon_R - (1-L)}{L}. \tag{23}$$

Использование уравнений (22), (23) позволяет вместо линии математического ожидания риска построить область рисков, реализующихся с той или иной вероятностью. Эта зависимость для события с повторяемостью раз в 200 лет приведена на рис. 6.

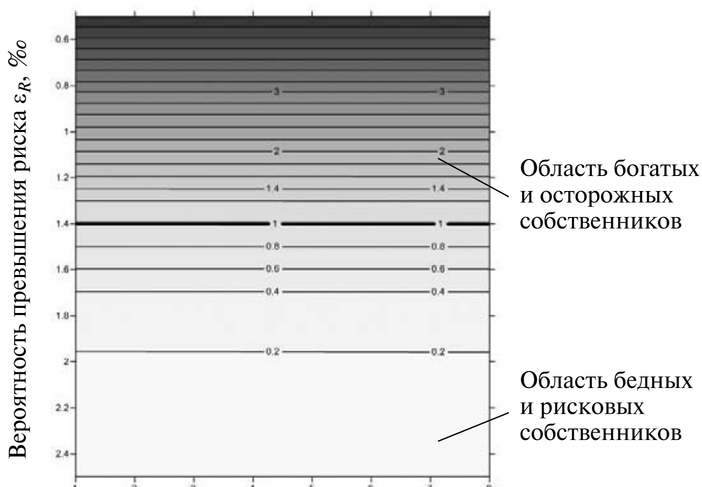

Рис. 6. Изолинии приемлемой страховой премии от вероятности возникновения риска ε_R

Однако ряд зарубежных страховых компаний активно проводит страхование редких событий. Рассмотрим возможности успешного управления рисками при таком страховании.

Пути успешного страхования редких событий

В рамках настоящей статьи хотелось бы выделить три подхода к страхованию редких событий.

Первый подход — существенное увеличение числа застрахованных. Если в условии (6) устремить N к бесконечности, то нижняя граница ценового коридора уйдет в 0, а ФПР выродится в единичную δ-корректирующую функцию. Тогда можно назначить страховые взносы настолько малыми, что они будут приемлемы для беднейших слоев населения.

Такой вариант страхования реализовала фирма упомянутого выше профессора Х. Шаха под эгидой ЮНЕСКО по микрострахованию малообеспеченных китайских крестьян на случай потери жилья от землетрясения. Страховой взнос в этом случае составлял всего 10 юаней (примерно 1,7 долл. США) в год при страховом покрытии 16 000 юаней (примерно 10 000 долл.). Программа планирует охватить страхованием 55 млн семей, что обеспечит годовую премию 550 млн юаней (34 млн долл.). К середине 1990 г. было застраховано более 19 млн семей. В результате к 1993 г. страховая фирма получила премию в размере около 570 млн юаней (353 млн долл.). С учетом вложения этих средств в бизнес общий доход фирмы за 3 года должен составить около 380 млн долл. После катастрофического землетрясения 2008 г. предположительно в фирму должно было обратиться около 6000 семей, потерявших свое жилье, и платежи фирмы на возмещение ущерба могли составить около 100 млн юаней (60 млн долл.). Несмотря на форс-мажорную ситуацию (землетрясения имеют повторяемость раз в 1000 лет, а произошло страховое событие через 8 лет после начала страхования) фирма смогла оплатить страховое возмещение и осталась в прибыли. Эта ситуация оказалась возможной благодаря огромному количеству страхователей. Фактическая ситуация на самом деле является более сложной, поскольку часть средств ушла на перестрахование, а проект имел частично государственную поддержку. Детальное описание проекта имеется (Stojanovski, Dong, Wagh, Mortgat, Shah, 2010).

Второй подход — переход от страхования отдельных объектов к страхованию группы объектов. Например, страхование отдельных поселений или даже больших городов[1]. Это позволяет существенно снизить разброс в оценке уязвимости объекта страхования.

На рис. 7 приведены ФПР уязвимости 5-этажных кирпичных зданий для отдельного здания, по данным (Воронец, Сахаров, Уздин, 2000), для группы из 5 и 18 зданий.

При переходе от одного объекта к группе из n объектов математическое ожидание $\overline{D_S}$ и дисперсия σ_S^2 суммируются, т. е.

$$\overline{D_S} = n \cdot \overline{D}; \quad \sigma_S^2 = n \cdot \sigma^2. \tag{24}$$

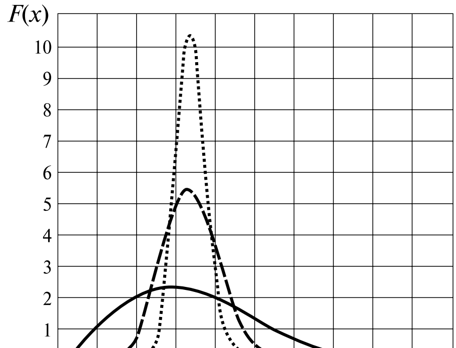

Рис. 7. ФПР уязвимости 5-этажных кирпичных зданий с классом сейсмостойкости 8 от 9-балльного землетрясения. Сплошная линия — одно здание, пунктир — 5 зданий, точечная кривая — 18 зданий

[1] В случае наступления страхового события в отношении застрахованного территориального объекта происходит наложение на отдельные страховые события множества застрахованных мелких объектов (жилища, автомобили, жизнь и т. п.) (*прим. рецензента*).

При этом коэффициент вариации уменьшается пропорционально корню из n:

$$V_S = \frac{\sigma_S}{n \cdot \bar{D}} = \frac{\sigma}{\bar{D} \cdot \sqrt{n}} = \frac{V}{\sqrt{n}}. \tag{25}$$

Зависимость оценок риска от числа объектов в страховом пакете показана на рис. 8.

Полученное сокращение дисперсии позволяет расширить анализируемый ценовой коридор. Указанный путь начал применяться зарубежными страховыми фирмами последние 15 лет. Можно упомянуть здесь фирму того же Х. Шаха, которая застраховала Бомбей и Тегеран на случай землетрясения.

Третий подход — вовлечение государства в управление страховой политикой. Как отмечалось выше, рисковать без тяжелых последствий могут только богатые собственники. Поскольку математическое ожидание прибыли от страхования весьма значительно, рано или поздно эта прибыль будет получена. В настоящее время государство терпит огромные убытки, занимаясь ликвидацией последствий землетрясений и наводнений. Между тем целесообразно было бы забрать на себя часть рисков и прибыли, обеспечив процесс страхования. Здесь может быть

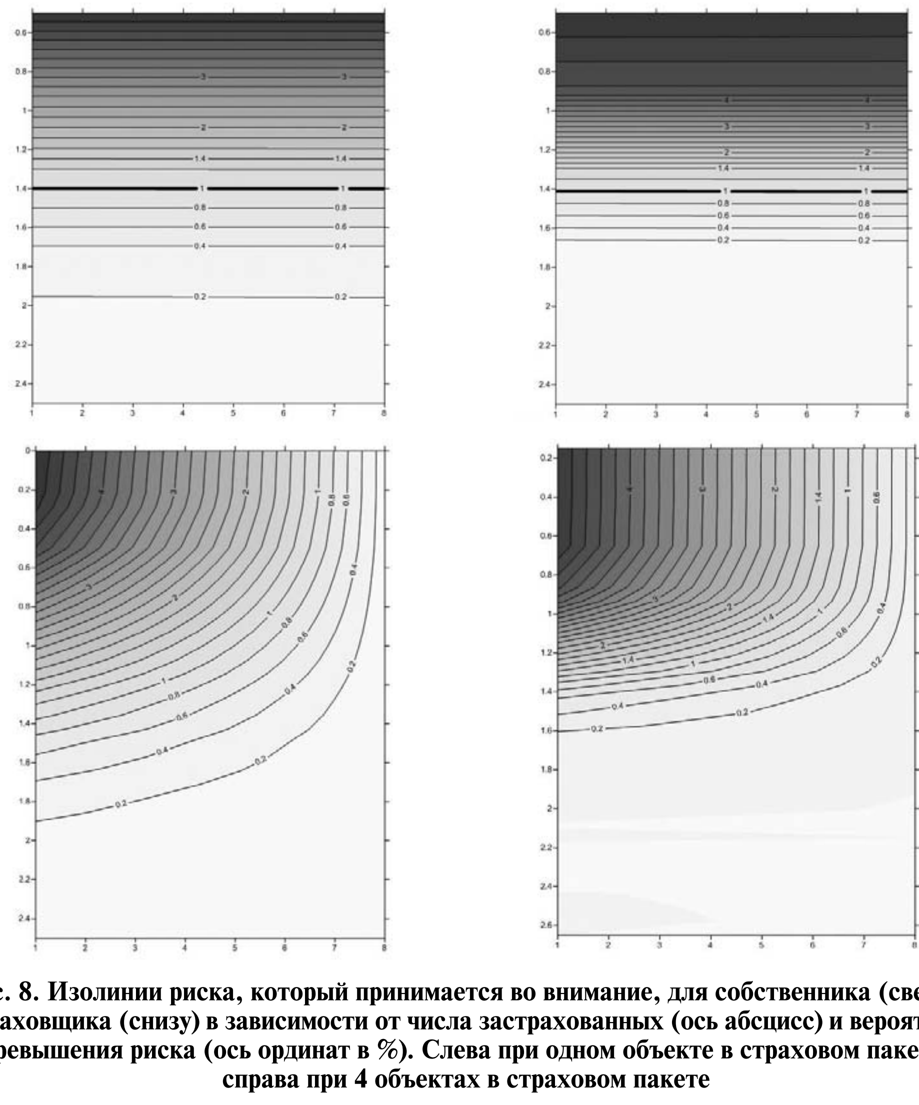

Рис. 8. Изолинии риска, который принимается во внимание, для собственника (сверху) и страховщика (снизу) в зависимости от числа застрахованных (ось абсцисс) и вероятности превышения риска (ось ординат в %). Слева при одном объекте в страховом пакете, справа при 4 объектах в страховом пакете

участие в страховании населенных пунктов (часть страховой премии выплачивает собственник, а часть местные и (или) государственные структуры), кредитование мероприятий по снижению уязвимости объектов и дисперсии этой уязвимости, участие в перестраховании рисков и т. п.

Источники

Богданова М. А. Оценка стоимости недвижимости с учетом сейсмического риска. Сейсмостойкое строительство // Безопасность сооружений. 2011. № 4. С. 56—58.

Богданова М. А., Огнева С. С., Уздин А. М., Чернов В. П. Оценка доверительных границ для величины риска. Природные и техногенные риски // Безопасность сооружений. 2013. № 3. С. 46—49.

Богданова М. А., Сигидов В. В. Функции уязвимости для оценки сейсмического риска. Природные и техногенные риски // Безопасность сооружений. 2011. № 6. С. 54—57.

Воронец В. В., Сахаров О. А., Уздин А. М. Оценка статистических характеристик экономического сейсмического риска // Сейсмостойкое строительство. 2000. № 2. С. 6—8.

Канторович Л. В., Кейлис-Борок В. И., Молчан Г. И. Сейсмический риск и принципы сейсмичсекого районирования // Вычислительные и статистические методы интерпретации сейсмических данных. Вычислительная сейсмология. Вып. 6. М., 1974. С. 3—20.

Кейлис-Борок В. И., Нерсесов И. А., Яглом А. М. Методы оценки экономического эффекта сейсмостойкого строительства. М., 1962.

Клячко М. А. Землетрясение и мы. СПб., 1999.

Полтавцев С. И., Айзенберг Я. М., Кофф Г. Л., Мелентьев А. М., Уломов В. И. Сейсмостойкое районирование и сейсмостойкое строительство (методы, практика, перспектива). М., 1998.

Durukal E., Franco G., Deodatis G., Erdik M., Hancilar U., Smyth A. Probabilistic Vulnerability Analysis: an Application to a Typical School Building in Istanbul // First European Conference on Earthquake Engineering and Seismology (a joint event of the 13th ECEE & 30th General Assembly of the ESC), Geneva, Switzerland, 3—8 September 2006. Paper N 889.

Stojanovski P., Dong W., Wagh S., Mortgat C., Shah H.C. Double Trigger Earthquake Micro-Insurance Program for Rural China // Viability and Sustainability Study: Fourteen Europen Conference on Earthquake Engineering. Macedonia, 2010.