

# ДЕНЕЖНО-КРЕДИТНАЯ ПОЛИТИКА

Д. В. Антонова<sup>1</sup>

магистрант факультета экономики Европейского университета в Санкт-Петербурге

## СПРОС НА ДЕНЬГИ В РОССИИ: ДРОБНО-КОИНТЕГРАЦИОННЫЙ ПОДХОД

### Введение

Одна из важных задач регуляторов современной экономики — проводить грамотную экономическую политику. Для реализации этой задачи нужны модели, данные и правильные оценки этих моделей. Особенностью экономической науки является отсутствие возможности проведения контролируемых экспериментов, и ценой ошибки может быть благосостояние целой страны. Поэтому единственным возможным способом проверки адекватности модели является ее тестирование на исторических данных и интерпретация результатов на основе уже известных моделей.

С точки зрения оценки моделей важно применять адекватные методы, учитывая особенности рассматриваемых данных в каждом конкретном случае: специфические свойства требуют специальных статистических методов. Так, одновременный рост нескольких переменных со временем (временной тренд), приводящий к ложным регрессиям, учитывается проверкой интегрируемости рядов, выявлением причинности, оценкой коинтеграционных соотношений. К подобным свойствам экономических рядов относится и так называемая длинная память.

«Длинная память» наблюдается обычно во временных рядах и характеризуется медленным убыванием автокорреляционной функции. В этом случае единичный шок в фиксированный момент времени будет оказывать влияние на значение переменной не только в этот момент, но и в последующие. Ряды, обладающие таким свойством, представляют собой нечто среднее между стационарными рядами, где единичный шок учитывается только в момент возникновения, и нестационарными, где шоки «живут» вечно.

Обычно, если основной интерес в исследовании представляют долгосрочные соотношения между переменными, оцениваются коинтеграционные векторы. Однако если ряды обладают «длинной памятью», традиционный подход к поиску коинтеграционных соотношений требует пересмотра.

Примером задачи, для которой подобные методы могут быть необходимы, является изучение спроса на деньги — особенно долгосрочных его аспектов, использующих коинтеграцию. Включаемые в рассмотрение факторы могут быть различны, однако само наличие коинтеграционного соотношения в данном

---

<sup>1</sup> Эл. адрес: [dantonova@eu.spb.ru](mailto:dantonova@eu.spb.ru)

случае позволяет говорить о стабильности функции спроса на деньги в долгосрочной перспективе, что является важным для проведения денежно-кредитной политики (ДКП), так как позволяет прогнозировать результаты принимаемых мер ДКП и выявлять оптимальные пути достижения поставленных целей.

Целью данного исследования является применение методов оценки коинтеграционных соотношений для рядов с «длинной памятью» к изучению спроса на деньги в России. Анализ литературы по этому вопросу позволяет выделить коинтеграцию как наиболее распространенный метод изучения долгосрочных зависимостей, а структура исходных данных обуславливает выбор спецификаций, учитывающих дробный порядок интегрируемости. Подобный подход позволяет провести сравнение с результатами, полученными традиционными методами, уточнить влияние отдельных мер ДКП на спрос на деньги, а также сформулировать общие рекомендации для регуляторов (Банк России).

### Спрос на деньги

**Теоретические модели.** Функционирование денежно-кредитной системы традиционно описывается в рамках теории неоклассического синтеза, где деньги определяются через свои функции, главной из которых считается упрощение транзакций. Следовательно, ценность денег определяется их покупательной способностью, и спрос предъявляется не на сами деньги, а на реальные денежные остатки, которые представляют собой денежную массу, нормированную на уровень цен. Опуская различные теоретические изыскания (Friedman, 1956; Fisher, 1963; Tobin, 1969), отметим лишь общий вывод, важный для эмпирических исследований: поскольку при проведении количественного анализа обычно рассматривается именно транзакционный мотив держания денег, одним из факторов, влияющих на спрос на реальные денежные остатки, должен быть общий уровень экономической активности. В большинстве исследований в этом качестве обычно используется реальный ВВП или ВНП исследуемой страны, что объясняется простотой в получении данных. Выбирая подобную интерпретацию, исследователь ограничивается изучением спроса на деньги для проведения сделок с конечной продукцией, что не отражает полностью уровень экономической активности. В то же время найти более удовлетворительный показатель, по-видимому, не представляется возможным.

Другими факторами, оказывающими влияние на спрос на реальные денежные остатки, являются переменные, отражающие альтернативные издержки от держания наличных денег (Burda, Wyplosz, 1997). Наиболее очевидной из них является номинальная ставка процента по депозитам, являющаяся мерой стоимости отказа от хранения денег в банке и отражающая таким образом потери агентов, предпочитающих наличность (либо счета до востребования). Поскольку сами деньги имеют нулевую доходность, именно уровень номинальных процентных ставок влияет на принятие решений о форме хранения денег.

В эмпирических исследованиях, посвященных странам с переходной экономикой, в рассмотрение также включаются другие переменные, которые могут оказывать влияние на спрос на деньги в каждом конкретном случае. Например, при высоких темпах роста инфляции агенты склонны скорее тратить, чем сберегать, и тогда темп инфляции оказывает более сильное влияние на спрос на деньги, чем депозитные ставки (Cuthbertson, Bredin, 2001), при этом связь ожидается положительной. Если к тому же наблюдается нестабильность обменного курса, то более предпочтительным может оказаться держание денег в иностранной валюте, и тогда значимым фактором, влияющим на спрос, оказывается обменный курс (Bahmani-Oskooee, Barry, 2000; Korhonen, Mehrotra, 2010). Ожида-

емый характер связи в этом случае отрицательный: при росте номинального обменного курса спрос на реальные денежные остатки будет падать.

Рассмотрение спроса на деньги возможно на различных временных горизонтах, что определяет выбор применяемого метода. Так, для изучения особенностей влияния краткосрочных факторов используется авторегрессионная модель с распределенными лагами (ARDL) — методология, основанная на портфельной теории спроса на деньги (см., например, Борисов, Вымятина, 2005). Для исследования долгосрочных зависимостей проводится анализ коинтеграционных соотношений, при этом набор включаемых в рассмотрение факторов зависит от целей исследования и от априорных предположений о характере ожидаемых зависимостей.

Изучение вопроса о стабильности функции спроса на деньги неразрывно связано с политикой Центрального Банка. Основной целью Банка России является обеспечение устойчивости национальной валюты — как в смысле покупательной способности, так и в смысле поддержания стабильного обменного курса, при этом приоритетным является постепенное снижение инфляции (ст. 3 Федерального закона о Банке России № 86-ФЗ). В качестве промежуточной цели устанавливаются ожидаемые значения прироста денежной массы (M2 в национальном определении). Помимо этого, Банком России также выбирается показатель, которым Банк может управлять напрямую для достижения краткосрочных желаемых эффектов — денежная база («Основные направления единой государственной денежно-кредитной политики на 2011 год и период 2012 и 2013 годов», с. 16). Центробанк может изменять ставку рефинансирования, рассчитывая тем самым влиять на уровень инфляционного давления, создаваемого кредитной деятельностью банков. При условии что существуют устойчивые спрос на деньги и денежный мультипликатор, подобные действия ЦБ приводят к прогнозируемым изменениям денежной массы и позволяют достигать поставленных целей. Важно помнить, что в зависимости от целей ДКП следует ориентироваться на разные функции спроса на деньги, так как критичным является горизонт прогнозирования. Исследуемые в данной работе коинтеграционные соотношения отражают долгосрочный характер зависимости между переменными, что должно учитываться как при интерпретации результатов, так и при оценке возможных эффектов от проведения тех или иных мер по достижению конкретных целей ДКП.

Наличие стабильной функции спроса на деньги в странах с переходной экономикой является предметом обсуждения в целом ряде статей. Так, Bahmani-Oskooee и Vargu, исследовавшие спрос на деньги в России 1990-х гг., показали, что функция, учитывающая такие факторы, как ВВП, уровень инфляции и изменения обменного курса, является нестабильной (Bahmani-Oskooee, Vargu, 2000). Buch нашла спрос на деньги в Венгрии и Польше стабильным, а знаки долгосрочных оценок эластичностей переменных, входящих в соотношение — соответствующими теории (Buch, 2001). Сходный результат получили Cuthbertson и Bredin для Чехии, исследуя соотношение между реальными денежными остатками, инфляцией и реальным доходом (Cuthbertson, Bredin, 2001). Стабильную функцию спроса на деньги для Хорватии нашел Payne, также с ожидаемыми знаками для переменных, отражающих альтернативные издержки (Payne, 2003). Slovoва показала, что после периода гиперинфляции спрос на деньги в Болгарии стабилизировался (Slovoва, 2003).

Стоит отметить, что в существующей литературе, посвященной эмпирическим исследованиям спроса на деньги, лишь малая часть посвящена как переходным экономикам вообще, так и России в частности. Имеющиеся же исследования демонстрируют противоречивые результаты. Так, Tullio и Ivanova (1998)

нашли функцию спроса на деньги стабильной, несмотря на то, что исследовали период гиперинфляции 1993—1996 гг. (Tullio, Ivanova, 1998). Однако в их работе в качестве переменной, отражающей альтернативные издержки, брались доходности по ГКО, а также учитывались политические риски. Oomes и Ohnsorge показали, что в период с апреля 1996 г. по январь 2004 г. функция спроса на деньги в России была нестабильна, а прямая связь между инфляцией и ростом денежной массы нарушалась, поскольку изменения последней были в значительной степени зависимы от процессов валютного замещения (Oomes, Ohnsorge, 2005). Harrison и Vymyatnina на данных с июля 1995 г. по июль 2004 г. показали, что функция спроса на деньги имеет признаки нестабильности, а связь между приростом денежной массы и инфляцией ослаблена (Harrison, Vymyatnina, 2005). Korhonen и Mehrotra показали наличие стабильной функции спроса на деньги в десятилетие после кризиса 1998 г., отмечая значительное влияние обменного курса рубль/доллар на величину спроса (Korhonen, Mehrotra, 2010).

**Эмпирическое исследование.** Приведенные результаты исследований для России позволяют надеяться, что в периоде 1995—2010 гг., рассматриваемом в данной работе, функция спроса на реальные денежные остатки будет стабильной. Поскольку на значительной части выборки наблюдалась достаточно стабильная инфляция, включать ее в коинтеграционное соотношение излишне. Однако рассматриваемый период охватывает переходные процессы и сильные экономические потрясения, проявлявшиеся в частности в нестабильности обменного курса рубля, поэтому хранение денег в иностранной валюте рассматривается в качестве альтернативы рублевым депозитам. Падение доверия к национальной валюте после кризиса 1998 года с одной стороны, и последовавший за этим рост цен на нефть, укрепивший курс рубля, с другой, заставляли агентов часто «переключаться» с одной валюты на другую. Для того чтобы отразить этот факт, в уравнение, описывающее спрос на реальные денежные остатки, включается номинальный обменный курс рубля к доллару США.

Таким образом, функция спроса на реальные денежные остатки, исследуемая в данной работе, приобретает вид

$$\frac{M}{P} = f(Y(+), R(-), cur(-)), \quad (1)$$

где  $M$  — номинальная денежная масса;  $P$  — уровень цен;  $Y$  — ВВП в реальном выражении;  $R$  — номинальная процентная ставка по депозитам;  $cur$  — номинальный обменный курс RUR/USD; в скобках показан ожидаемый тип зависимости спроса на реальные денежные остатки от каждого из рассматриваемых факторов.

В эмпирических исследованиях зависимость обычно представляется в следующем виде:

$$m_t = \varepsilon_y y_t + \varepsilon_R R_t + \varepsilon_{cur} cur_t, \quad (2)$$

где  $m_t$  — реальный денежный агрегат (строчные буквы соответствуют логарифмам указанных переменных);  $y_t$  — реальный уровень национального дохода;  $R_t$  — номинальная процентная ставка;  $cur_t$  — номинальный обменный курс;  $\varepsilon_i$  — соответствующие эластичности.

Принято считать (Burda, Wyplosz, 1997), что долгосрочная эластичность спроса на деньги по доходу ( $\varepsilon_y$ ) должна быть равна единице, однако во всех отмеченных выше исследованиях для России коэффициент при реальном выпуске оказывался выше прогнозируемого теоретического значения в два-три раза. Также относительно велико (от 2 до 5) было значение коэффициента при обменном курсе, хотя теоретических оценок ожидаемого значения для этого случая нет.

В работе используются квартальные данные за период 1995Q3 — 2010Q4 (начало выборки обусловлено доступностью данных; все данные — с сайтов Росстата (<http://gks.ru>) и Банка России (<http://cbr.ru>). Поскольку на данный временной промежуток приходятся два экономических кризиса (1998 и 2008 гг.), рассматривается также ограниченная выборка 1999Q3 — 2008Q2. Ожидается, что функция спроса на деньги в этом периоде будет существенно отличаться от полной выборки и, возможно, лучше соответствовать теоретическим предположениям.

Соотношение (2) включает в себя следующие величины:  $m_t = \ln \frac{M_t}{P_t}$ ;  $M_t$  — денежная масса М2 в национальном определении. Согласно методологии Банка России, «Денежный агрегат М2 представляет собой объем наличных денег в обращении (вне банков) и остатков средств в национальной валюте на счетах нефинансовых организаций, финансовых (кроме кредитных) организаций и физических лиц, являющихся резидентами Российской Федерации» (Бюллетень банковской статистики, 2012 г., с. 238). Поскольку денежная масса сравнивается с реальным ВВП, номинальные значения, предоставляемые Банком России, дефлировались на уровень цен  $P_t$ . Ряд логарифмирован.

$P_t$  — уровень цен, полученный на основе индекса потребительских цен. Ряд отражает относительные изменения уровня цен, начало периода при этом берется за единицу.

$y_t$  — реальный уровень дохода, ВВП в ценах 2003 года. Ряд содержит сезонную компоненту, поэтому она была исключена с помощью стандартной процедуры Census X12 в пакете EViews в предположении, что сезонность аддитивна (поскольку данные логарифмированы).

$R_t = (1 + i)$ ,  $i$  — номинальная процентная ставка по депозитам (в долях). По методологии Банка России, «Депозитная ставка — средневзвешенная ставка по депозитам физических лиц в кредитных организациях (включая Сбербанк России) сроком до 1 года» (там же, с. 245). При этом годовые и квартальные ставки рассчитываются как среднеарифметические месячных данных.

$cur_t$  — номинальный среднеквартальный обменный курс рубля к доллару, рассчитанный по официальному курсу ЦБ РФ. Ряд логарифмирован.

**О дробной коинтеграции.** Дробный порядок интегрируемости ряда является верным признаком наличия свойств «длинной памяти». Однако обнаружение этого порядка — задача нестандартная, поскольку классические методы (тесты на стационарность/единичный корень) ограничены выбором между  $I(0)$  и  $I(1)$ . Несмотря на то, что часто этого бывает достаточно, существуют разнообразные методы определения именно дробной размерности, такие, как GPH, Sperto, EML, вейвлет-преобразование. Основная идея большинства из них заимствована из теории сигналов: для извлечения информации сигнал переводят из временного представления в частотное, используя спектральное преобразование (Фурье, вейвлет-разложение). В ряде случаев подобный подход существенно упрощает расчеты, а применение этой логики к временным рядам позволяет оценить порядок интегрируемости, не ограничиваясь натуральными числами.

Исследования дробной коинтеграции стимулированы обнаружением во многих рядах эффекта «длинной памяти» (порядок интегрируемости  $I(d)$ , где  $0 < d < 1$ ). Название отражает основное свойство такого ряда: шоковое воздействие, произошедшее в момент  $t$ , не «забывается» на следующем же шаге, как в рядах  $I(0)$ , и не остается в системе навсегда, как для рядов  $I(1)$ , а существует некоторое конечное время, постепенно уменьшая свое влияние — «забывается». Ряды с длинной памятью характеризуются специфическим поведением автокорреляционных функций: их убывание имеет степенной характер, т. е. происходит существенно медленнее, чем в случае стационарных рядов.

Основной работой, где впервые были подробно описаны дробно-дифференцируемые ряды, является статья «*An introduction to long-memory models and fractional differencing*» (Granger, Joyeux, 1980). Авторы рассматривали дифференцирование как применение фильтра типа  $(1 - L)^d$  к ряду  $x_t$  так, чтобы результирующий ряд  $y_t$  описывался ARMA-моделью (т. е. был стационарным). Здесь же «из соображений удобства» авторы осуществляют преобразование Фурье и рассматривают форму спектра такого ряда:

$$f_x(\omega) = |1 - z|^{-2d} f(\omega), \omega \neq 0, \quad (3)$$

где  $f(\omega)$  — спектр ARMA-ряда  $y_t$ , а  $z = e^{-j\omega}$ .

Ряды со спектром типа (3), где  $0,5 \leq d < 1$ , имеют бесконечную дисперсию, однако если продифференцировать такой ряд еще раз в надежде сделать дисперсию конечной, ряд окажется передифференцированным.

Granger и Joyeux отмечают важное свойство: хотя спектр ряда с  $0 < d < 1$  можно приблизить спектром стандартной модели ARMA ( $p, d, q$ ) с целым  $d$ , приближение будет хорошим только при достаточно больших частотах  $\omega$ , т. е. у этих рядов будут одинаковы краткосрочные свойства (в частности прогнозы, которые рассматривали авторы). Долгосрочные же свойства описываются как раз поведением в низкочастотной части спектра. Подробно приводя некоторые вычисления, авторы показывают, что стационарный ряд имеет экспоненциальный вид автокорреляционной функции, в то время как ряд со спектром типа (3) — степенной, т. е. обладает свойствами длинной памяти (что, по их мнению, имеет большой потенциал для развития прогнозирования на основе этого свойства).

**Методы оценки дробного  $d$ .** Наиболее распространенным и, по-видимому, первым методом определения дробного порядка интегрируемости является метод GPH, предложенный Geweke и Porter-Hudak (Geweke, Porter-Hudak, 1983).

Рассмотрим ряд  $X_t$  порядка интегрируемости  $I(d)$ . Тогда ряд  $W_t = (1 - L)^d X_t$  является стационарным. Обозначив через  $f_X$  спектральную плотность  $X_t$ , а через  $f_W$  — спектральную плотность  $W_t$ , получим соотношение для них:

$$f_X(\omega) = f_W(\omega) [2\sin(\omega/2)]^{-2d}. \quad (4)$$

Авторы метода показали, что для близких к нулю значений частот  $\omega$  параметр  $d$  может быть состоятельно оценен методом наименьших квадратов из уравнения

$$\ln(I(\omega_j)) = c - d \ln[4\sin^2(\omega/2)] + \eta_j, \quad (5)$$

где  $\omega_j = 2\pi j/T$ , а  $I(\omega_j)$  является периодограммой  $X_t$  и определяется как

$$I(\omega) = \frac{1}{2\pi T} \left| \sum_{t=1}^T e^{it\omega} (X_t - \bar{X}) \right|^2. \quad (6)$$

В некоторых аналитических пакетах реализованы также модификации этого метода, применяющие различные функции сглаживания. Однако основным остается исходный метод GPH. Разные авторы дают разные оценки сдвига для данного метода. Так, Holmes отмечает, что GPH дает заниженную оценку по сравнению с методом максимального правдоподобия, т. е. склонен диагностировать «длинную память», а не нестационарность (Holmes, 2002). С другой стороны, Jensen, проводивший исследования на синтетических данных, отмечает, что GPH имеет положительный (относительно истинного уровня) сдвиг в оценке размерности (Jensen, 1999). Однако, несмотря на появление новых методов, обладающих сравнительными преимуществами, GPH широко используется в эмпирических исследованиях (например, Tkacz, 2000; Lardic, Mignon, 2004; Holmes, 2002) в качестве некоей универсальной меры для сравнений результатов.

Важной является работа Jensen, целью которой было разработать метод, альтернативный GPH (Jensen, 1999). Предложенный способ оценки методом наименьших квадратов с использованием вейвлет-разложения (OLS wavelet estimator) дает меньшую стандартную ошибку как для больших, так и для малых выборок, а также прост в реализации (в отличие от стандартных методов, процедуры для определения дробного  $d$  не являются встроенными в основные аналитические пакеты, потому сложность/простота реализации является существенным фактором при выборе метода).

Рассмотрим процесс  $X_t$  с нулевым средним, такой, что  $X_t \sim I(d)$ ,  $|d| < 0,5$ :

$$(1 - L)^d X_t = \varepsilon_t. \quad (7)$$

Используя вид распределения вейвлет-коэффициентов, Jensen (1999) показывает, что состоятельная оценка параметра  $d$  может быть получена методом наименьших квадратов из уравнения

$$\ln R(j) = \ln \sigma^2 - d \ln 2^{2j}, \quad (8)$$

где  $R(j)$  — дисперсия вейвлет-коэффициентов в зависимости от параметра масштаба  $j$ ;  $\sigma^2$  — конечная постоянная дисперсия  $\varepsilon_t$ .

Важно отметить, что вейвлет-разложение применяется не к самому исследуемому ряду, а к его автоковариациям. При этом, исходя из структуры вейвлет-разложения, количество наблюдений всегда должно быть четным. Что же касается типа применяемого вейвлет-преобразования, устоявшегося мнения на этот счет нет. Большинство авторов вслед за Jensen (1999) используют разложение Добеши (например, Daubechies-4, Daubechies-12, где номер отражает степень сглаживания).

**Расширение понятия коинтеграции на дробный случай.** Тема единичных корней и коинтеграции широко представлена в эконометрической литературе. Большинство рядов реальных данных не являются стационарными, потому необходимы специальные методы для работы с ними. Еще Yule предположил, что регрессии, основанные на временных рядах, содержащих тренд, могут быть ложными (Yule, 1926). В дальнейшем эта идея развивалась и была положена в основу концепции коинтеграции.

Часто экономистам важны не величины сами по себе, а то, как они ведут себя относительно друг друга: в частности, есть ли между ними устойчивые долгосрочные соотношения, позволяющие по поведению одной величины судить о поведении другой. Такое свойство переменных отражает коинтеграция. Следуя Maddala и Kim, отметим, что определяющим в концепции коинтеграции является понижение порядка интегрируемости: для переменных порядка  $I(1)$  может существовать такая линейная комбинация этих переменных, что ее порядок интегрируемости будет  $I(0)$ . Если это так, переменные называют коинтегрированными (Maddala, Kim, 1998).

Допустим, есть два ряда  $x_t$  и  $y_t$ , оба порядка  $I(1)$ . Тогда их называют коинтегрированными, если существует  $\beta$  такое, что их линейная комбинация  $(y_t - \beta x_t)$  имеет порядок  $I(0)$ . В более широком смысле, следуя Dueker и Startz (Dueker, Startz, 1995), если существует линейная комбинация рядов  $x_t$  и  $y_t$ , имеющая порядок интегрирования  $I(d - b)$ ,  $b > 0$ , тогда как исходные ряды оба порядка  $I(d)$ , говорят о дробной коинтеграции. Это означает, что регрессионное уравнение

$$y_t = \beta x_t + u_t \quad (9)$$

имеет смысл, так как  $x_t$  и  $y_t$  не «расходятся» со временем, а изменяются согласованно. Таким образом, уравнение выражает долгосрочное равновесное соотношение между ними. В случае отсутствия коинтеграции регрессия будет ложной.

Если коинтеграционное соотношение существует и его коэффициенты ( $\beta$  в (9)) определены, скажем, процедурой Йохансена, то ряд остатков  $e_t$ :

$$e_t = y_t - \beta x_t \quad (10)$$

должен быть стационарным. Однако в процедуре Йохансена не рассматривается возможность дробного порядка интегрируемости, поэтому фактический ряд остатков может иметь размерность  $d \in [0, 0,5)$ . В этом случае логичным представляется попытаться подобрать такие коэффициенты  $\beta$ , чтобы порядок интегрируемости остатков был минимален. Тогда долгосрочное соотношение между изучаемыми переменными, описываемое новым набором коэффициентов, может рассматриваться как более устойчивое и обладать лучшими прогнозными свойствами.

Dueker и Startz отмечали недостатки существующей процедуры тестирования наличия коинтеграции (в том числе дробной): на первом этапе двухшаговой процедуры Йохансена проводится тест на единичный корень (нулевая гипотеза  $d = 1$ ), на втором строятся линейные комбинации из тех переменных, для которых гипотеза о единичном корне не отвергнута, и проверяется стационарность остатков ( $d' = 0$ ) или, в случае дробной коинтеграции, определяется их дробный порядок интегрируемости ( $d' < 1$ ). В таком подходе авторы видят серьезные ограничения, считая, что сравнения с априорно заданной константой (единицей) имеют «плохие» статистические свойства, что приводит к «склонности» теста не отвергать нулевую гипотезу об отсутствии коинтеграции. Предлагаемая же авторами концепция одношаговой процедуры предполагает одновременную оценку параметров  $d$  и  $d'$ , чтобы затем проверять гипотезу  $d - d' = 0$  (нет коинтеграции). По мнению авторов, такой подход позволяет более точно отслеживать понижение порядка интегрируемости, а значит, устанавливать наличие долгосрочных соотношений там, где двухшаговая процедура покажет их отсутствие.

**Применение методов дробной коинтеграции в экономическом анализе.** Методы с использованием дробной размерности привлекают внимание различных исследователей, а их применение охватывает широкий спектр тем и задач. Расширенная концепция коинтеграции позволяет уточнять результаты, полученные традиционным способом, лучше учитывает свойства исследуемых данных (наличие длинной памяти в рядах, трендоустойчивость). В настоящей работе подход дробной коинтеграции применяется к проблеме исследования спроса на деньги в России.

Толчок к изучению рядов с «длинной памятью» дали статьи Granger и Joyeux, и Hosking, где рассматривалась модель авторегрессионного дробно-интегрируемого процесса скользящего среднего (Granger, Joyeux, 1980; Hosking, 1981). Введение в рассмотрение дробного порядка интегрируемости также позволило расширить привычное определение коинтеграции. Такой подход, по-видимому, удобен для агрегированных данных: Granger и Joyeux показали, что сумма большого числа процессов AR(1) со случайными параметрами может обладать свойствами длинной памяти, т. е. привычный подход к проверке на коинтеграцию может давать неверные результаты. Поскольку большинство данных, особенно макроэкономических, являются агрегированными, важность наличия методов для их анализа не вызывает сомнений.

Lardic и Mignon рассматривали теорию ожиданий с точки зрения наличия дробной коинтеграции между краткосрочными и долгосрочными процентными ставками на примере стран G7, считая, что разница доходов между краткосрочными и долгосрочными инвестициями является оптимальным предиктором для будущих изменений краткосрочных процентных ставок (Lardic, Mignon, 2004). Однако результаты эмпирических исследований, призванных проверить эту ги-



потезу, неоднозначны. Авторы связывают данный факт с ограниченностью стандартной теории коинтеграции и обращаются к версии Granger (Granger, 1986). Объединяя результаты разных тестов, Lardic и Mignon делают вывод о наличии дробной коинтеграции для всех стран Большой Семерки, кроме Германии, показывая тем самым наличие устойчивого долгосрочного соотношения между кратко- и долгосрочными процентными ставками в этих странах. В завершение авторы приводят несколько возможных объяснений наличия «длинной памяти» в коинтеграционных соотношениях для процентных ставок. Одно из них, наиболее простое и понятное, состоит в наличии «длинной памяти» в фундаментальных показателях, которые влияют на процентные ставки в долгосрочном периоде.

Holmes (Holmes, 2002) рассматривал паритет покупательной способности (ППС) для тридцати менее развитых стран (Аргентина, Барбадос, Бразилия, Венесуэла, Гана, Гватемала, Гондурас, Египет, Израиль, Индия, Индонезия, Кения, Колумбия, Коста-Рика, Маврикий, Мексика, Марокко, Нидерландские Антильские острова, Нигерия, Пакистан, Сальвадор, Сингапур, Суринам, Таиланд, Уругвай, Филиппины, Чили, Эквадор, ЮАР, Ямайка). ППС считается важным показателем, особенно для принятия решений относительно экономической политики — в первую очередь потому, что влияет на реальный обменный курс и является основным критерием пере- и недооценки национальной валюты. Также многие теории обменных курсов основаны на ППС, а значит, экономическая политика, проводимая на основе этих теорий, зависит от его обоснованности.

Автор подчеркивает необходимость исследования относительного, а не абсолютного ППС — именно поэтому цены представляются в индексах, а не в номинальных величинах, и на единичный корень тестируется таким образом не сам обменный курс, а его изменение относительно некоего базового уровня. Обычно считается, что процентное изменение номинального обменного курса при долгосрочном ППС должно быть равно разнице инфляций между рассматриваемой и базовой страной (гипотеза об абсолютном ППС). В реальном мире уровень номинального обменного курса может отличаться от паритета из-за неточностей в учитываемых ценах (к примеру, из-за различного состава потребительских корзин), специальных тарифов, транспортных расходов и проч. (относительный ППС).

Проверка на ППС состоит в тесте на наличие коинтеграционных соотношений между внутренними ценами и мировыми, скорректированными на обменный курс. Стандартные процедуры отвергают гипотезу о наличии ППС в рассматриваемых странах, однако применение методов дробной размерности показывает, что выборка неоднородна, и для группы стран паритет покупательной способности действительно соблюдается.

В работе Tkacz проводится изучение долгосрочной функции спроса на деньги. Обычно для ее изучения использовалась двухшаговая процедура Йохансена, однако ограничения такого подхода очевидны: полностью отсутствует допущение наличия «длинной памяти» в рядах, и потому ошибки возможны на каждом шаге процедуры (Tkacz, 2000). С одной стороны, гипотеза о единичном корне может быть ложно принята для рядов порядка меньше единицы, хотя и близких к ней, и в коинтеграционное соотношение будут включены не только переменные  $I(1)$ . С другой — даже при наличии соотношений, снижающих порядок интегрируемости, например с  $d = 0,8$  до  $d = 0,2$ , тест покажет отсутствие коинтеграции.

В этой работе автор рассматривает традиционное выражение для долгосрочного спроса на деньги

$$m_t = \varepsilon_y y_t + \varepsilon_R R_t + \varepsilon_p p_t + \eta_t, \quad (11)$$

где  $m_t$  — номинальный денежный агрегат;  $y_t$  — реальный уровень агрегированного дохода;  $R_t$  — краткосрочная процентная ставка (в долях);  $p_t$  — уровень цен;

$\eta_t$  — независимые, одинаково распределенные случайные величины (ошибки). Строчные буквы соответствуют логарифмам указанных переменных.

Все количественные оценки в данной работе проводились по квартальным данным для Канады 1968—1999 гг. (128 наблюдений). В качестве денежного агрегата  $m_t$  использовался M1, для вычисления реального уровня дохода номинальный ВВП нормировался на индекс потребительских цен ( $p_t$ ). В качестве процентных ставок брались ставки по 90-дневным государственным облигациям.

Тест ADF (Augmented Dickey-Fuller) для каждого ряда, входящего в уравнение, показал, что нулевую гипотезу о единичном корне нельзя отвергнуть ни для одного из них. порядок интегрируемости оценивался не столько стандартным для таких работ методом GPH, сколько вейвлет-оценкой наименьших циклов Йохансена, которая была признана основной в силу большей мощности. Вторая же оценка приводится исключительно для сравнения с другими статьями — общие результаты получились сходными, однако ошибка оценки существенно выше.

Уточненные с помощью поиска по сетке коэффициенты показывают, что эластичность, соответствующая ВВП, должна быть на 10% больше, чем значение, полученное с помощью процедуры Йохансена, в то время как для процентной ставки величина должна быть на 25% меньше, а для цен остается практически неизменной. Также показано, что наибольшее влияние на порядок интегрируемости оказывает именно изменение процентной ставки.

**Методология и результаты эмпирического исследования.** Реализованная в данной работе процедура нахождения оптимального коинтеграционного соотношения осуществляется следующим образом: после проверки на стационарность (и выявления нестационарности) исходных рядов проводится тест Йохансена. Значения коэффициентов коинтеграционного соотношения, полученные с помощью теста, рассматриваются как первое приближение, и с помощью поиска по мелкой сетке подбираются значения коэффициентов, минимизирующие порядок интегрируемости остатков. При этом есть возможность изменять только часть коэффициентов, оставляя фиксированными остальные, либо изменять одновременно все коэффициенты. Изменяя коэффициенты поочередно, можно понять чувствительность к изменениям соответствующей переменной, что также может являться ценной информацией.

Согласно тесту ADF все рассматриваемые ряды содержат единичный корень (являются нестационарными). В соответствии со свойствами ряда выбиралась версия теста, учитывающая константу/тренд.

В табл. 1 показаны порядки интегрируемости описанных выше рядов, определенные методом GPH. Расчет проводился с помощью подключаемого пакета *fracdiff* в программной среде для статистической обработки данных R. Видно, что ряд процентных ставок обладает свойствами «длинной памяти» ( $d < 1$ ), поэтому можно ожидать, что остатки коинтеграционного соотношения также будут иметь дробный порядок интегрируемости, так как хотя бы по одной переменной шоки в системе будут убывать степенным, а не экспоненциальным образом. Согласно же тесту ADF все ряды являются нестационарными, что поз-

Таблица 1

**Порядок интегрируемости входных данных**

Переменная	Порядок интегрируемости
$m$	1,113827
$y$	1,217737
$cur$	1,022725
$R$	0,5383516

воляет применить к ним стандартную процедуру Йохансена (реализована в пакете EViews). Полученное с ее помощью коинтеграционное соотношение для полной выборки (1995Q3—2010Q4) имеет следующий вид:

$$m = 3,515y - 0,402cur - 3,369R. \quad (13)$$

Знаки коэффициентов совпадают с ожидаемыми (соотношение (1)), однако эластичность спроса на деньги по доходу существенно выше единицы, что может объясняться отмечаемым многими исследователями (Harrison and Vymyatnina, 2005, Korhonen and Mehrotra, 2010) низким уровнем монетизации ВВП в России. Коэффициенты при переменных, отражающих альтернативные издержки, достаточно высоки, что может свидетельствовать об активных переключениях агентов между различными формами держания денег (вклады, наличность, иностранная валюта).

Для ограниченной выборки (1999Q3—2008Q2) тест Йохансена в тех же предположениях показывает наличие одного коинтеграционного вектора (статистика  $\lambda$  — max). Коэффициенты для него несколько отличаются:

$$m = 3,473y + 0,019cur - 1,756R. \quad (14)$$

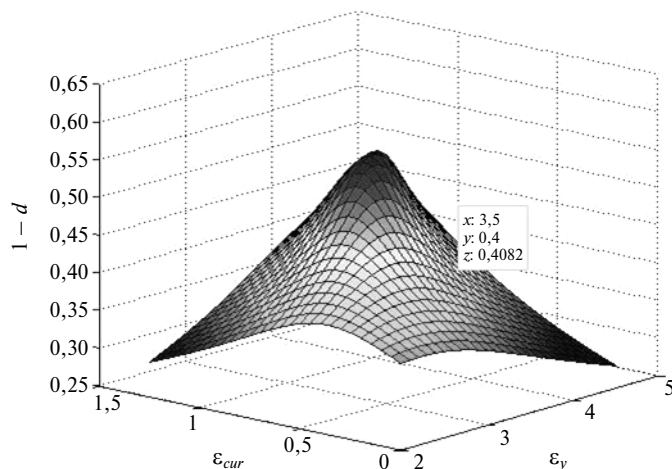
Наиболее существенно изменился коэффициент при обменном курсе: не только по модулю, но и по знаку. На наш взгляд, это объясняется тем, что в межкризисный период (1999Q3—2008Q2) обменный курс был более стабилен, чем на концах полной выборки, к тому же рост цен на нефть на протяжении всего периода порождал у агентов позитивные ожидания относительно перспектив курса рубля, и со временем у них становилось меньше стимулов держать деньги в долларах. Несмотря на то что коэффициент значим, вклад его в величину спроса на реальные денежные остатки незначителен. Эластичность спроса на деньги по реальному доходу практически не изменилась, что показывает сохранение низкого уровня монетизации. Существенное снижение коэффициентов при переменных, отражающих альтернативные издержки (обменный курс и процентная ставка) показывает, что в период большей стабильности процентные ставки по депозитам практически покрывали инфляцию, а вложения в иностранной валюте были не более предпочтительны, чем вклады в рублях.

**Процедура минимизации порядка интегрируемости.** Считается, что при входящих переменных порядка  $I(1)$ , остатки коинтеграционного соотношения имеют порядок  $I(0)$ , т. е. стационарны. Однако, включая в рассмотрение дробные значения порядка интегрируемости, можно получить оценки  $0 \leq d \leq 0,5$ . Так, для полной выборки 1995Q3 — 2010Q4 получено значение  $d = 0,59 \pm 0,1$ . Поэтому полученные с помощью метода Йохансена соотношения (13), (14) использовались как первое приближение. С помощью поиска по сетке в пакете MATLAB проводился подбор коэффициентов, позволяющих понизить порядок интегрируемости остатков, определяемый вейвлет-преобразованием. На рис. 1 и 2 показаны зависимости параметра  $d$  от значений коэффициентов. В соотношениях (13), (14) фиксировался один из коэффициентов, а два других изменялись в заданном (из теоретических соображений) диапазоне. Для каждого значения параметров оценивался дробный порядок интегрируемости остатков. Для более удобной визуализации на графиках строились значения  $(1 - d)$ . Таким образом, целью поиска являются коэффициенты для локального максимума  $(1 - d)$ . Отмеченные точки с координатами соответствуют оценкам, полученным с помощью теста Йохансена.

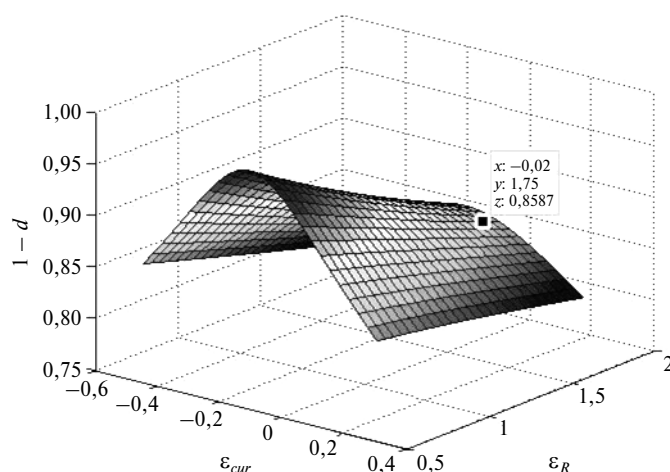
В результате подбора значений коэффициентов, минимизирующих дробный порядок интегрируемости ряда остатков, коинтеграционное соотношение для полной выборки приобретает вид

$$m = 3,45y - 0,75cur - 1,20R, \quad (15)$$

что дает понижение размерности остатков до  $d = 0,4 \pm 0,1$  (рис. 1).



**Рис. 1. Изменение порядка интегрируемости остатков в зависимости от параметров (полная выборка)**



**Рис. 2. Изменение порядка интегрируемости остатков в зависимости от параметров (ограниченная выборка)**

*Примечание к рис. 1 и 2:* отмеченная точка с координатами соответствует результату, полученному с помощью процедуры Йохансена

В случае ограниченной выборки локального минимума порядка интегрируемости не наблюдается (рис. 2), однако можно сказать, в какую сторону (увеличения/уменьшения) должны меняться коэффициенты при включенных переменных для понижения размерности ряда остатков. Итоговое соотношение выглядит следующим образом:

$$m = 3,40y + 0,17cur - 0,65R, \quad (16)$$

что понижает среднюю размерность остатков с  $d = 0,14$  до нуля, делая ряд «идеально» стационарным. Построенные соотношения, являясь «более стационарными» в смысле дробного порядка интегрируемости, позволяют, по-видимому, лучше прогнозировать изменения от проведения экономической политики, так как полученные оценки эластичностей спроса на реальные денежные остатки по включенным в рассмотрение переменным лучше отражают долгосрочные зависимости между ними.

Можно заметить, что в обоих случаях тест Йохансена переоценивает вклад депозитных ставок ( $\varepsilon_R$ ) в величину спроса на деньги, и это — важный результат с точки зрения проведения экономической политики. Если предполагать, что ставка рефинансирования, которой Банк России управляет напрямую, влияет на процентные ставки по кредитам и депозитам, то изменение ставки рефинансирования меньше повлияет на выбор формы держания денег (наличные деньги, вклады), чем можно было бы ожидать, основываясь на классических методах. Косвенно это подтверждается тем, что волатильность темпов прироста депозитных вкладов на рассматриваемом периоде невысока: порядка 0,1% (табл. 2)

Таблица 2

**Оценка волатильностей темпов прироста денежных агрегатов**

Денежный агрегат	Волатильность
Наличность в рублях	0,002031177
Наличность в долларах США	0,008419298
Вклады в рублях	0,000785996
Вклады в долларах США	0,006730615
Денежная масса в рублях	0,007331778
Денежная масса в долларах США	0,001248203

Источник: вычисления автора на основе оценок ЦБ РФ.

Что касается коэффициента при обменном курсе, то в обоих случаях процедура понижения размерности остатков увеличивает его по модулю, сохраняя знак. Такая оценка является более правдоподобной, так как в ряде исследований были получены большие значения эластичности по обменному курсу. Подтверждает этот вывод и тот факт, что волатильность валютных держаний во всем рассматриваемом периоде существенно выше, чем волатильность наличных денег и вкладов в рублях (см. табл. 2). При этом на полной выборке влияние обменного курса сильнее, что подтверждает гипотезу о повышенном спросе на валюту в кризисные периоды (1998, 2008 гг.).

**Выводы и рекомендации относительно денежно-кредитной политики Банка России.** Наличие устойчивого долгосрочного соотношения, описывающего спрос на реальные денежные остатки, является важным фактором в проведении денежно-кредитной политики Центробанком страны. В настоящей работе проводился анализ спроса на реальные денежные остатки для России на двух разных выборках: 1995Q3—2010Q4 (полная) и 1999Q3—2008Q2 (ограниченная периодом между экономическими кризисами). Коинтеграционные соотношения, полученные с помощью теста Йохансена для каждого случая, уточнялись специальными методами для рядов с «длинной памятью», что позволило учесть особенные свойства входных данных. Полученные результаты согласуются с наблюдаемыми фактами в отношении динамики депозитов и наличных средств в рублях и валютных запасов на руках у населения и могут быть полезны при прогнозировании результатов проведения денежно-кредитной политики Банком России.

В результате исследования получены соотношения ((15), (16)), позволяющие более уверенно прогнозировать влияние шоков, в том числе и от действий регулятора по применению мер денежно-кредитной политики, на величину спроса на реальные денежные остатки. Основные выводы состоят в следующем:

- эластичность спроса на деньги по доходу оказалась довольно высокой, что, по-видимому, указывает на недостаточно высокую монетизацию экономики

и согласуется с выводами других авторов (Harrison, Vymyatnina, 2005; Korhonen, Mehrotra, 2010);

- эластичность спроса на деньги по обменному курсу выше (по модулю), чем в случае оценок стандартным тестом Йохансена. Это говорит о том, что на самом деле обменный курс является более важным показателем с точки зрения влияния на величину спроса на реальные денежные остатки, чем считалось ранее. При управлении обменным курсом Банк России как регулятор денежно-кредитной политики должен принимать во внимание результирующее влияние обменного курса рубль/доллар на равновесные реальные показатели рынка денег;
- модуль эластичности по депозитной ставке процента оказывается меньше, чем в случае коинтеграционных соотношений по методу Йохансена, что означает, что управление процентными ставками в экономике (в частности ставкой рефинансирования, которая коррелирует со ставками кредитования и ставками по депозитам) дает не такой существенный эффект, как можно было бы предположить, исходя из коинтеграционного соотношения, не учитывающего возможность дробной интегрируемости остатков. Таким образом, можно полагать, что изменение ставок процента влияет в большей степени на развитие кредита в российской экономике, чем на результирующий спрос экономических агентов на реальные денежные остатки.

Принимая во внимание результаты, полученные с применением методов дробной коинтеграции, Банк России может получить более надежный прогноз долгосрочного влияния управления обменным курсом и ставками процента на спрос на реальные денежные остатки.

Возможными дальнейшими направлениями развития данной работы является проверка результатов и основных выводов с использованием других методов исследования, а также сравнение эффективности различных подходов с точки зрения прогнозирования изменений спроса на деньги от конкретных действий ЦБ.

### Источники

- Банк России. Основные направления единой государственной денежно-кредитной политики на 2010 год. 2009. [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://www.cbr.ru>
- Банк России. Бюллетень банковской статистики — 2012. [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://www.cbr.ru/publ/BBS/Bbs1201r.pdf>
- Борисов К. Ю., Вымятина Ю. В. Спрос на деньги в процессе перехода к рыночной экономике: российский случай // Экономико-математические исследования. Математические модели и информационные технологии. Сб. трудов Санкт-Петербургского экономико-математического института РАН сборник статей СПб ЭМИ РАН. 2005. 4. Ч. I. С. 40—60.
- Федеральный закон № 86-ФЗ «О Центральном банке Российской Федерации (Банке России)» (в ред. от 27 октября 2008 г.). [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://cbr.ru/today/status-functions/lawcb.pdf>
- Bahmani-Oksooe M., Barry M. P. Stability of the Demand for Money in an Unstable Country: Russia // Journal of Post-Keynesian Economics. 2000. Vol. 22. 4. P. 619—629.
- Buch C. M. Money Demand in Hungary and Poland // Applied Economics. 2001. Vol.33. С. 189—199.
- Burda M., Wyplosz C. Macroeconomics: a European text // Oxford University Press. 1997.
- Cuthbertson K., Bredin D. Money demand in the Czech Republic since Transition // Journal of Policy Reform. 2001. Vol. 4. С. 271—290.
- Dueker M. and Startz R. Maximum-Likelihood Estimation of Fractional Cointegration with an Application to U.S. and Canadian Bond Rates // Working Paper 1994-027C 37. [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://research.stlouisfed.org/wp/1994/94-027.pdf>
- Geweke J. and Porter-Hudak S. The estimation and application of long memory time series models // Journal of Time Series Analysis. 4: 221—238.
- Granger C. W. J., Joyeux R. An introduction to long-memory models and fractional differencing // Journal of Time Series Analysis 1. 15—39.
- Harrison B., Vymyatnina Y. Demand for Money During Transition: The Case of Russia // Working paper Ec-01/05.
- Holmes M. Purchasing Power Parity and the Fractional Integration of the Real Exchange Rate: New Evidence for Less Developed Countries // Journal of Economic Development. Vol. 27. N 1. June 2002

- Hosking J.R.M.* Fractional differencing // *Biometrika* 68. P. 165—176
- Jensen M.* Using Wavelets to Obtain a Consistent Ordinary Least Squares Estimator of the Long-memory Parameter // *Journal of Forecasting* 18. P. 17—32 (1999).
- Fisher I.* The Purchasing Power of Money // New York, Macmillan (reprinted, 1963, New York, Augustus M Kelly) — 1911.
- Friedman M.* The demand for Money: some theoretical and empirical results // *Journal of Political Economy* 1956. Vol. 67. P. 327—351.
- Korhonen I., Mehrotra A.* Money Demand in Post-Crisis Russia: Dedollarization and Remonetization // *Emerging Markets Finance and Trade*, M.E. Sharpe, Inc. Vol. 46 (2). P. 5—19. March.
- Lardic S., Mignon V.* Fractional cointegration and the term structure // *Empirical Economics* (2004) 29: 723—736.
- Maddala G. S., Kim In-Moo* Unit Roots, Cointegration, and Structural Change. Cambridge University Press.
- Oomes N., Ohnsorge F.* Money Demand and Inflation in Dollarized Economies: The Case of Russia // IMF Working Paper, 2005.
- Payne J. E.* Post Stabilisation Estimates of Demand for Money in Croatia: Error Correction Model Using the Bounds Testing Approach // *Applied Economics*. 2003. Vol. 35. C. 1723—1727/
- Slovova S.* Money Demand during Hyperinflation and Stabilization: Bulgaria 1991—2000 // *Applied Economics*. 2003. Vol. 35. P. 1303—1316.
- Tkacz G.* Fractional Cointegration and the Demand for M1 // Bank of Canada Working Paper 2000-13.
- Tobin J. A.* A General Equilibrium Approach to Monetary Theory // *Journal of Money, Credit, and Banking*. 1969. № 1 (1). P. 15—29.
- Tullio G., Ivanova N.* The demand for money and currency substitution in Russia during and after hyperinflation: 1992—1996 // *Экономический журнал ВШЭ*. 1998. № 2.