

# ФИНАНСОВЫЕ РЫНКИ

**О. Ю. Коршунов<sup>1</sup>**

канд. экон. наук, доцент кафедры теории кредита и финансового менеджмента Санкт-Петербургского государственного университета

## ЦЕНООБРАЗОВАНИЕ НА РЕАЛЬНОМ РЫНКЕ ПРОЦЕНТНЫХ ФЬЮЧЕРСОВ<sup>2</sup>

В мировой биржевой торговле доля процентных деривативов в 2010 г. составила более 14% (Отчет FIA за 2010 г., с. 2). Они прежде всего выступают в качестве одних из наиболее востребованных инструментов хеджирования риска неблагоприятного изменения ставок. Причем основную роль в этом играют фьючерсы, базовым активом которых являются не непосредственно процентные ставки, а средне- и долгосрочные государственные облигации.

В последние годы российские деривативные биржевые площадки показывают впечатляющую динамику. Так, в 2010 г. срочное подразделение биржи РТС — FORTS (Futures & Options on RTS) — заняло по оборотам контрактов 10-е место среди ведущих деривативных бирж мира (Кандинская, 2011, с. 27). Однако около 95% оборота на ней составляют инструменты на индивидуальные акции и биржевые индексы (опять же акций)<sup>3</sup>. Доля процентных инструментов ничтожно мала. В России до недавнего времени фьючерсы на облигации отсутствовали. Сегмент процентных деривативов ограничивался в основном контрактами на индексы краткосрочных ставок межбанковского рынка. К ним относятся расчетные фьючерсы на ставки MosPrime для разных периодов, торгуемые как на ММВБ, так и РТС. Однако рынок этих инструментов развития не получил. На РТС максимальная ликвидность по ближним к исполнению контрактам составляет десятки сделок в неделю, на ММВБ сделки практически отсутствуют. В начале 2011 г. обе биржи запустили новые инструменты в сегменте процентных фьючерсов — поставочные контракты на облигации федеральных займов с различными сроками до погашения. На РТС 16 февраля были запущены в обращение фьючерсы на корзины 2- и 4-летних облигаций федерального займа (ОФЗ). На ММВБ 28 марта начались торги контрактами на корзины краткосрочных (от 1 года до 3 лет), среднесрочных (от 4 до 5 лет) и долгосрочных (от 8 до 11 лет) ОФЗ. На конец мая 2011 г. сколько-нибудь существенной активности по этим инструментам не наблюдалось. На РТС по наиболее ликвидным сериям контрактов регистрируются десятки сделок в день. На ММВБ торги практически отсутствуют. Тем не менее новые инструменты привлекли внимание

<sup>1</sup> Эл. адрес: olegkite@mail.ru

<sup>2</sup> Работа выполнена при поддержке гранта СПбГУ, тема № 13.23.489.2011 «Исследование закономерностей развития инструментов и технологий валютного и кредитного сегментов глобального финансового рынка».

<sup>3</sup> Информация относительно статистики и условий обращения инструментов на российских биржах, использованная при написании статьи, получена на официальных сайтах: www.micex.ru и www.rts.ru

профессионального и научного сообщества и активно обсуждаются (Соловьев, 2011, с. 16—19, Закройщиков, 2011, с. 20—21).

Сам факт одновременного запуска практически одинаковых проектов в свете анонсированного в ближайшее время слияния бирж ММВБ и РТС (Патрикеев, 2011, с. 14—15) вызывает удивление. Такая практика, по сути, если слияние состоится, сводится к внутрифирменной конкуренции в рамках одного подразделения, которая ведет к напрасной растрате временных, денежных и прочих ресурсов. Возможно, этот факт свидетельствует о трудности и больших проблемах в реализации объединения бирж. Однако, в любом случае, такая высокая активность свидетельствует, что ведущие биржи России рассматривают сегмент процентных фьючерсов с базовыми активами в виде средне- и долгосрочных облигаций, как имеющий большие перспективы.

Большинство исследований фьючерсного рынка, как зарубежных (Халл, 2007), так и отечественных (Дарушин, 2010, Буренин, 2008) работ, касающихся вопросов ценообразования деривативов, базируется на концепции совершенного рынка. Она основывается на нереалистичных условиях, что приводит к невозможности корректного применения полученных результатов в практической деятельности. Более того, в этих исследованиях предполагается эквивалентность фьючерсных и форвардных цен (Халл, 2007, с. 201; Cox, Ingersoll, Ross, 1981), что приводит к пренебрежению спецификой обращения фьючерсных контрактов, оказывающей существенное, по мнению автора, воздействие на формирование рыночных цен.

Целью данной работы является выявление влияния учета в модели ценообразования реальных параметров рынка и специфики обращения фьючерсных контрактов по отношению к форвардам на цену фьючерса на поставку купонной облигации.

В качестве объекта исследования использованы фьючерсные контракты на поставку купонной облигации через  $T$  дней с номиналом  $N$ , по которой до момента исполнения контракта через  $T$  дней предусмотрены  $n$  купонных выплат  $C_i$  через  $t_i$  дней. В момент рассмотрения цена облигации на спот-рынке равна  $S$ .

При выделении специфики механизмов ценообразования на реальном фьючерсном рынке первоначально мы будем исходить из модели совершенного рынка и концепции эквивалентности теоретических цен на форвардном и фьючерсном рынках, чтобы впоследствии, учтя параметры реального рынка и специфику фьючерсных контрактов, сравнить результаты. Определим условия такого рынка:

- цены на рынке меняются непрерывно, т. е. в каждый момент времени существует возможность и купить, и продать облигацию по единой цене  $S$ ;
- для любых временных промежутков проценты привлечения и размещения денежных средств на время  $t$  равны. В нашем случае это означает возможность привлекать и размещать средства под  $R_i$  на время  $t_i$  и под  $R_T$  на  $T$  дней;
- не существует ограничений на короткие продажи;
- затраты на проведение операции отсутствуют;
- контракты на задействованных рынках бесконечно делимы по объему;
- открытие арбитражных позиций и их закрытие по завершении операции происходит мгновенно.

На таком рынке теоретическая цена контракта базируется на условии его безарбитражности, что означает равенство цены формирования двух эквивалентных портфелей, обеспечивающих одинаковый безрисковый результат на одном интервале времени, в один из которых включена позиция по форвардному контракту. В дальнейшем мы будем использовать слово «фьючерс», временно приняв гипотезу об эквивалентности цен на фьючерсном и форвардном рынках.

Первый портфель включает в себя единственную длинную позицию по покупке облигации по текущей спотовой цене  $S$ , что позволяет получать определенные по времени  $t_i$  и величине  $C_i$  потоки платежей внутри периода и обладать самим инструментом в конце его. Второй включает в себя открытие длинной позиции по поставочному фьючерсному контракту с текущей ценой  $F$  (исполнение через  $t$  дней) и вложение денежных средств под соответствующие ставки без риска в объеме, достаточном для исполнения фьючерсного контракта, а также обеспечивающих такие же потоки платежей, как в случае владения базовым инструментом. Оба портфеля обладают одинаковой стоимостью в конце контрактного периода, одинаково полезны для инвестора, и, следовательно, исходя из требования невозможности проведения арбитражных операций их стоимости в начале периода (затраты на формирование) также должны совпадать. Это обстоятельство можно формально записать в виде следующего соотношения:

$$S = \frac{F}{\left(1 + \frac{R_T T}{365}\right)} + \sum_{i=1}^n \left( \frac{C_i}{1 + \frac{R_i t_i}{365}} \right).$$

Таким образом, теоретическая фьючерсная цена на рассматриваемую купонную облигацию равна

$$F = \left\{ S - \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{1 + \frac{R_i t_i}{365}} \right\} \left( 1 + \frac{R_T T}{365} \right). \quad (1)$$

Например, фьючерсная цена облигации стоимостью 1000 руб. с исполнением через 200 дней при ставке без риска на этот период 12% и купонной выплатой в 50 руб. через 180 дней при 180-дневной ставке без риска 10% годовых равна

$$\{1000 - 50/(1 + 10\% \cdot 180/365)\}(1 + 12\% \cdot 200/365) = 1014,97 \text{ руб.}$$

Из формулы (1) следует, что фьючерсная цена в данном случае, в зависимости от соотношения ставок, величин и интервалов выплат, может быть как выше, так и ниже текущей цены базового актива на рынке спот. Иначе говоря, контракт может торговаться как в контанго, так и в беквардации<sup>1</sup>.

Безарбитражность рынка означает, что любое отклонение цены от ее теоретического значения (1) приводит к возможности проведения арбитражных операций с использованием контракта, которые, воздействуя на рынок, возвращают рыночную фьючерсную цену к ее теоретическому значению.

Если рыночная цена  $F_m$  больше теоретической цены  $F$ , то арбитраж сводится к:

1) заключению фьючерсного контракта на продажу по цене  $F_m$  на один базовый актив через  $T$  дней;

2) заимствованию под  $R_T$  на  $T$  дней средств в размере  $S_p$  за вычетом суммы дисконтированных купонных выплат;

3) заимствованию под  $R_i$  на  $t_i$  дней  $C_i/(1 + R_i \cdot t_i/365)$ ;

4) покупке облигации на спот-рынке.

За период обращения контракта происходит получение купонных выплат  $C_i$  в моменты  $t_i$  и использование их для погашения кредитов, привлеченных на время  $t_i$  под  $R_i$ .

<sup>1</sup> Контанго — ситуация превышения фьючерсными ценами цен базовых активов на спот-рынке. Беквардация — ситуация, обратная по отношению к контанго.

В момент окончания контракта  $T$ :

5) исполняем фьючерсный контракт поставкой облигации по контрактной цене  $F_m$ ;

6) исполняем обязательства по кредиту.

Если рыночная цена  $F_m$  меньше теоретической цены  $F$ , формирование арбитражной позиции сводится к:

1) короткой продаже облигации по цене  $S_p$ , что создает обязательство вернуть ее и выплачивать все суммы от ее владения;

2) заключению контракта на покупку по цене  $F_m$  на единицу базового актива;

3) размещению под  $R_T$  на  $T$  дней суммы, равной текущей цене облигации за вычетом дисконтированных под соответствующие ставки купонных выплат;

4) размещению под  $R_i$  на  $t_i$  дней  $C_i/(1 + R_i t_i/365)$ .

За период обращения контракта происходит получение выплат по размещенным средствам в объеме  $C_i$  в моменты  $t_i$  и использование их для погашения долга.

В момент окончания контракта  $t$  происходит:

5) получение суммы от вложения на срок  $t$  под  $R$ ;

6) исполнение фьючерсного контракта покупкой облигации по контрактной цене  $F_m$ ;

7) возврат облигации во исполнение обязательств по короткой продаже.

Финансовый результат арбитражных операций обеих направленностей будет положителен, т. е. их проведение является целесообразным. Выполнение операции полностью за счет заимствованных средств и определенность результата в момент начала операции означает отсутствие рыночного риска и бесконечную положительную доходность. Следствием активности арбитражеров является движение цен на задействованных рынках, которые приводят к новой ситуации равновесия  $F' = F'_m$ . Таким образом, именно арбитражные операции являются механизмом установления равновесной цены  $F$  на фьючерсном рынке.

Условия рынка, в которых были реализованы арбитражные стратегии, соответствуют условиям совершенного рынка, но не отвечают рыночным реалиям. Кроме того, мы проигнорировали специфику обращения и исполнения фьючерсных контрактов, которая также может оказать влияние на конечный результат.

Для выявления последствий перехода на условия реального рынка и учета специфики фьючерсных торгов необходимо провести рассмотренные выше операции с учетом указанных обстоятельств. Рассмотрим отличие реальных рыночных условий от параметров совершенного рынка.

Во-первых, на реальном рынке в каждый момент времени цена покупки облигации  $S_b$  ниже, чем цена продажи  $S_s$  ( $S_b < S_s$ ), а ставки привлечения  $R_{lb}$  ниже ставок размещения средств  $R_{ls}$  ( $R_{lb} < R_{ls}$ ) для любых временных интервалов  $t_i$  и  $T$ .

Во-вторых, на реальном рынке существуют ограничения на короткие продажи. Это выражается в требовании к минимальной доле собственных средств в такой операции. Для разных категорий участников рынка эта доля составляет 25 (квалифицированные инвесторы, в том числе банки и профессиональные участники рынка ценных бумаг) или 50% (для остальных участников рынка) (приказы ФСФР № 05-53/пз-н и № 06-24/пз-н).

Таким образом, финансирование арбитража только за счет короткой продажи становится невозможным. Необходимо предварительно заимствовать объем средств, соответствующий маржинальным требованиям и равный  $S/k$ , где  $k$  принимает различные значения ( $k = 2$  для обычных инвесторов и  $k = 4$  для квалифицированных). Кроме того, допустима покупка облигации на предоставленные брокером средства при таком же уровне маржи. Достаточно часто бро-

кер предоставляет ресурсы на беспроцентной основе. Такая ситуация основана на договоренности об использовании свободных средств одного клиента для маржинальных операций с другими клиентами. Однако мы, в целях рассмотрения наиболее общей ситуации, заложим в модель ставку  $R_m$  на  $T$  дней, под которую брокер предоставляет займы. В случае заимствования облигации сумму, на основе которой рассчитывается объем обязательств, будем считать равной цене продажи облигации на момент заимствования  $S_t$ . Важным обстоятельством на реальном рынке является то, что состояние маржинального счета на спот-рынке в любой момент времени должно соответствовать требованиям по минимальному уровню текущей маржи для категории участника рынка. Следствием этого может быть требование о пополнении маржинального счета со стороны брокера, т. е. дополнительные затраты, объем которых заранее не определен.

В-третьих, нами не были учтены затраты на проведение операции. Они могут носить условно-постоянный характер (доля затрат на аренду помещения, зарплату персонала и т. п.) и относиться на собственный счет арбитражера или являться условно-переменными (затраты на трансакции, комиссионные платежи и др.) и могут быть включены в общую сумму привлекаемых средств. Комиссионные расходы не учитываются нами по причине их малости. Так, комиссия брокера на фондовом рынке для достаточно объемных операций составляет сотые доли процента, а комиссия за открытие контракта и его исполнение на бирже РТС равна 1 руб., что на 4 порядка ниже объема возникающих обязательств в рамках контракта на поставку 10 облигаций с номиналом 1000 руб. Собственные затраты пренебрежимо малы по отношению к остальным и также не учитываются в модели. Именно наличие собственных затрат определяет очень высокую (но не бесконечную) доходность арбитражных операций на реальном рынке.

В-четвертых, ограниченная дробность контрактов по объему приводит к ограничению арбитражных возможностей. Это обстоятельство в модели не учитывается, что подразумевает большой объем средств, задействованных в операции.

В-пятых, мы неявно предполагали, что все арбитражные позиции открываются одновременно. На практике осуществить это не представляется возможным. В результате любой арбитраж сопровождается риском, источником которого является возможное изменение цен на задействованных рынках за время формирования арбитражного портфеля. Несмотря на то что почти повсеместный переход на электронную форму торговли существенно сократил срок, необходимый для заключения соглашения на финансовом рынке, тем не менее процедура требует определенных временных затрат. Поэтому, приняв решение о целесообразности проведения арбитражной операции той или иной направленности и открыв первую из требуемых позиций, участник рынка не имеет полной определенности относительно условий открытия оставшихся. Источником этой неопределенности и, следовательно, риска являются возможные изменения цен на задействованных в арбитраже рынках за время, необходимое на формирование арбитражного портфеля. Величина данного риска может быть оценена при помощи методов математической статистики как ожидаемое отклонение цены за характерный период и доверительный интервал, в котором с заданным уровнем вероятности будет находиться это отклонение. На этой основе возможна оценка величины ожидаемой арбитражной прибыли и доверительного интервала для нее, которые будут использованы при принятии решения о целесообразности проведения арбитражной операции. Данная неопределенность может привести как к уменьшению, так и к увеличению размера арбитражной прибыли. На современных электронных финансовых рынках из-за малости периода, требуемого на открытие всех арбитражных позиций, ве-

личина этого риска достаточно мала, слабо влияет на итоговый результат и не будет учитываться нами в дальнейшем рассмотрении.

Очень важным обстоятельством, которым пренебрегают при принятии гипотезы об эквивалентности цен на фьючерсных и форвардных рынках, является специфика торговли фьючерсными контрактами, проистекающая из ее принципиально биржевого характера. Наиболее значимыми ее особенностями являются внесение в момент открытия позиции начальной маржи и ежедневное возникновение требований/обязательств по уплате вариационной маржи, объем и направленность которых заранее не определены. Весьма существенным обстоятельством для арбитражера на фьючерсном рынке является ничтожно малый, по сравнению с форвардным рынком, риск неисполнения обязательств противоположной стороной контракта. Это следствие того, что одной из сторон любого фьючерсного контракта является биржа, точнее — ее клиринговая палата, а также наличия разнообразных механизмов минимизации риска неисполнения обязательств участниками фьючерсных торгов, таких, как начальная и вариационная маржа; страховые и резервные фонды; система позиционных и ценовых лимитов и т. д. Однако механизмы эти приводят к увеличению затрат арбитражера на открытие и поддержание позиции. К дополнительным затратам относятся средства на внесение начальной маржи, на ее возможное пополнение и на неопределенные по объему и направленности платежи по вариационной марже. В связи с этим необходимо определить:

- $G$  — начальную маржу на один контракт в момент открытия фьючерсной позиции, в единицах национальной валюты;

- $Var$  — оценку объема средств, достаточных для поддержания позиций на фьючерсном и спот-рынках за период проведения арбитражной операции. Ниже мы подробнее остановимся на факторах, влияющих на объем этих средств.

Если величина  $G$  не является источником неопределенности, то  $Var$  — это всего лишь оценка максимально неблагоприятной ситуации при помощи одностороннего доверительного интервала с заданным уровнем вероятности. Мы можем повышать уверенность в результатах операции, повышая уровень доверительной вероятности. Но одновременно мы повышаем объем привлекаемых средств и соответственно понижаем финансовый результат. И в любом случае нам не удастся достигнуть 100%-ной определенности результата, т. е. перевести операцию в разряд безрисковых.

На фьючерсном рынке, в отличие от форвардного, возможен широкий спектр арбитражных стратегий. Их различие определяется установлением:

- временного регламента по заимствованию средств на поддержание позиций (резервируются заранее, привлекаются по мере необходимости или промежуточные варианты);

- правил использования свободных остатков на счетах (запрет отзыва, отзыв в полном объеме, промежуточные варианты). Результаты реализации этих стратегий будут отличаться.

Воспользуемся простейшей стратегией. Арбитраж будет выполняться полностью за счет заемных средств, которые привлекаются в момент начала операции. Их необходимый объем определяется посредством статистической оценки. Ни привлечение дополнительных средств, ни отзыв избыточных ресурсов не предусмотрены. Средства будут рассматриваться находящимися на трех рынках — облигационном, фьючерсном и депозитном. Перемещение их между рынками происходит без затрат времени и комиссий, что соответствует современным финансовым технологиям. В рамках определенных выше рыночных условий и стратегии поведения арбитражера проведем арбитражные операции. В качестве инструмента арбитража будем использовать воображаемый фью-

черсный контракт на поставку одной облигации, до исполнения которого осталось  $T$  дней. Начнем с операции, включающей продажу фьючерсного контракта.

В момент начала операции:

1) занимаем под  $R_{Ts}$  на  $T$  дней сумму, равную

$$\left\{ S_s / k + G + Var - \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{1 + \frac{R_{is} t_i}{365}} \right\};$$

2) занимаем под  $R_{is}$  на  $t_i$  дней  $C_i / (1 + R_{is} \cdot t_i / 365)$ , что в сумме дает нам

$$\left\{ \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{1 + \frac{R_{is} t_i}{365}} \right\}.$$

В результате заимствования привлекли  $S_s/k + G + Var$  денежных средств. Из них  $S_s/k$  направляем на спот-рынок, остальное — на фьючерсный;

3) заключаем фьючерсный контракт на продажу по цене  $F_m$  на один базовый актив (обязательство поставить единицу базового актива по контрактной цене через  $T$  дней);

4) привлекаем  $S_s(k - 1)/k$  рублей у брокера под  $R_m$  на время  $T$  и покупаем одну облигацию по цене  $S_s$ .

На маржинальном счете — одна облигация, что обеспечивает требуемый уровень маржи. Полный остаток на фьючерсном счете равен  $(G + Var)$ . Свободный остаток стал меньше и составляет  $Var$ . В нашей модели мы не учитываем возможности частичного наполнения начальной маржи неденежными активами, а именно — облигацией. В противном случае это привело бы к существенному увеличению финансового результата от операции. Задолженность перед брокером равна  $\{S_s(k - 1)/k\}(1 + R_m T/365)$ , исполнение по ней наступит через  $T$  дней. Все указанные позиции в рамках нашей модели были открыты в один момент времени.

За время, оставшееся до исполнения контракта, каждый  $i$ -й день происходит начисление/списание вариационной маржи, что приводит к изменению суммы свободного (и полного) остатка на фьючерсном счете на сумму  $(F_{i-1} - F_i)$ , где для  $i > 0$ ,  $F_i$  — расчетная цена дня на фьючерсном рынке в  $i$ -й день торгов;  $F_0$  — цена открытия позиции. Кроме того, возможно, происходит изменение требования по начальной марже  $\Delta G_i$ , в результате чего меняется свободный остаток и остается неизменным полный остаток по счету.

За период проведения арбитража возможно возникновение требования о пополнении маржинального счета со стороны брокера до состояния, обеспечивающего минимально допустимый уровень маржи при открытии позиции. В данном случае это произойдет при значительном снижении цены на рынке спот и достижении уровня текущей маржи 20 (квалифицированный инвестор) или 35% (обычный инвестор). Но в такой ситуации на фьючерсном торговом счете появятся дополнительные свободные средства за счет платежей по вариационной марже, и проблема может быть решена переводом средств в объеме  $\Delta m_i$ . В случае значительного роста цены облигации может возникнуть ситуация недостатка свободных средств для исполнения обязательств по вариационной марже. В этой ситуации можно воспользоваться избыточными по отношению

к минимальному уровню маржи средствами на маржинальном счете. Таким образом, оценку необходимого объема средств на поддержание позиций  $Var$  необходимо проводить в разрезе арбитражного портфеля, а не для изолированных позиций. Его ненулевое значение определяется неполной корреляцией движения цен на спот- и фьючерсном рынках, а также различием волатильности цен, что может сказаться на увеличении требований по начальной марже на фьючерсном рынке, для исполнения которых будет недостаточно избыточных средств на маржинальном счете.

За период обращения контракта получаем в моменты  $t_i$  купонные выплаты  $C_i$  и используем их для погашения кредитов, привлеченных под  $R_{is}$  на время  $t_i$ .

В предположении достаточности  $Var$  на исполнение всех обязательств, после окончания последнего перед исполнением  $T$ -го дня торгов состояние счетов будет следующим:

- свободный остаток на фьючерсном рынке:

$$Var + \sum_{i=0}^T (F_{i-1} - F_i) - \sum_{i=1}^T \Delta G_i - \sum_{i=1}^T \Delta m_i = Var + (F_0 - F_T) - \sum_{i=1}^T \Delta G_i - \sum_{i=1}^T \Delta m_i;$$

- средства в обеспечении на фьючерсном рынке:

$$G + \sum_{i=1}^T \Delta G_i;$$

- средства на маржинальном счете на спот-рынке:

$$\sum_{i=1}^T \Delta m_i;$$

- состояние общего счета:

$$Var + G + (F_0 - F_T),$$

где  $Var$  — объем средств, зарезервированный для исполнения возникающих в процессе арбитража обязательств;  $F_i$  — расчетная цена дня на фьючерсном рынке в  $i$ -й день торгов;  $F_0$  — цена открытия позиции;  $\Delta G_i$  — изменение требований по начальной марже в  $i$ -й день торгов ( $\Delta G_i > 0$  — увеличение требований,  $\Delta G_i < 0$  — уменьшение);  $\Delta m_i$  — движение средств между фьючерсным и спот-рынком в  $i$ -й день торгов ( $\Delta m_i > 0$  — перечисление на спот-рынок,  $\Delta m_i < 0$  — перечисление на фьючерсный рынок);  $T$  — число дней до исполнения контракта;  $S_s$  — цена покупки облигации в момент начала операции;  $k$  — величина, характеризующая долю собственных средств на маржинальном счете в начале операции ( $k = 2$  для обычного инвестора и  $k = 4$  для квалифицированного).

Кроме того, существуют задолженность перед брокером в объеме, равном  $\{S_s(k-1)/k\}(1 + R_m T/365)$ , кредитные обязательства и одна облигация на маржинальном счете депо. Все кредитные обязательства под  $R_{is}$  на  $t_i$  дней, возникшие в момент начала арбитража, были выполнены за счет получения купонных выплат по купленной облигации.

Через  $T$  дней в момент исполнения фьючерса, совпадающий с моментом окончания арбитража, происходит закрытие всех позиций:

1) исполняем фьючерсный контракт продажей облигации по цене последнего дня торгов  $F_T$ . Здесь мы совершаем в определенной мере некорректное действие — используем для поставки облигацию, заблокированную в обеспечение маржинальной операции. Однако, принимая во внимание профессиональный статус арбитражера, не вызывает сомнения, что он сможет изыскать возможность заимствования требуемого количества облигаций на короткий срок поставки. Тем не менее при реальном проведении операции это обстоятельство должно быть учтено.



В результате остаток на общем счете составит

$$Var + G + F_0;$$

2) исполняем обязательства по задолженности перед брокером в объеме  $\{S_s(k-1)/k\}(1 + R_m T/365)$ ;

3) исполняем кредитные обязательства в объеме

$$\left\{ S_s / k + G + Var - \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{1 + \frac{R_{is} t_i}{365}} \right\} \left( 1 + \frac{R_{Ts} T}{365} \right).$$

На этом все обязательства будут исполнены, и можно определить окончательный финансовый результат. Все расчеты происходят с общего счета арбитражера. В результате остаток на счете составит

$$F_0 + G + Var - \frac{S_s(k-1)}{k} \left( 1 + \frac{R_m T}{365} \right) - \left\{ S_s / k + G + Var - \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{1 + \frac{R_{is} t_i}{365}} \right\} \left( 1 + \frac{R_{Ts} T}{365} \right). \quad (2)$$

Условием целесообразности проведения арбитража является получение прибыли, что означает положительность финансового результата операции, определяемого формулой (2). Разрешив неравенство относительно  $F_0$ , получим условие, определяющее фьючерсную цену купонной облигации  $F_u$ , превышение которой позволяет получить арбитражную прибыль. При равенстве фьючерсной цены и  $F_u$  финансовый результат операции будет равен нулю, если же рыночные цены ниже  $F_u$ , то арбитраж приносит убытки. Сама величина  $F_u$  является верхней границей арбитражного коридора фьючерсов на поставку облигаций и равна

$$F_u = S_s + \frac{S_s(k-1)}{k} \frac{R_m T}{365} + \frac{S_s}{k} \frac{R_{Ts} T}{365} + (G + Var) \frac{R_{Ts} T}{365} - \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{1 + \frac{R_{is} t_i}{365}} \left( 1 + \frac{R_{Ts} T}{365} \right). \quad (3)$$

Громоздкий вид формулы (3) может быть несколько упрощен. В предположении о приблизительном равенстве ставки заимствования на финансовом рынке  $R_{Ts}$  и ставки брокера по маржинальным операциям  $R_m$  формула (3) приобретает следующий вид:

$$F_u \approx S_s \left( 1 + \frac{R_{Ts} T}{365} \right) + (G + Var) \frac{R_{Ts} T}{365} - \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{1 + \frac{R_{is} t_i}{365}} \left( 1 + \frac{R_{Ts} T}{365} \right). \quad (4)$$

В случае включения в структуру арбитражного портфеля фьючерсных контрактов на покупку облигации операция сводится к следующим действиям.

В момент начала операции:

1) занимаем под  $R_{Ts}$  на  $T$  дней сумму, равную

$$\left\{ S_b / k + \frac{(k-1)}{k} (G + Var) + \frac{(k-1)}{k} \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{1 + \frac{R_{ib} t_i}{365}} \right\};$$

2) размещаем под  $R_{ib}$  на  $t_i$  дней  $(k - 1/k) \cdot C_i / (1 + R_{ib} \cdot t_i / 365)$ , осуществляя декомпозицию части привлеченной суммы:

$$\frac{(k-1)}{k} \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{1 + \frac{R_{ib} t_i}{365}} \right\}.$$

Из оставшихся денежных средств  $S_b/k$  направляем на спот-рынок, а  $((k - 1)/k)(G + Var)$  — на фьючерсный;

3) привлекаем  $(k - 1)/k$  облигаций у брокера и продаем их коротко по цене  $S_b$ . Мы воспользовались при этом неограниченной делимостью активов. Противоречие с рыночными реалиями снимается при большом объеме операции, в которой могут быть задействованы тысячи облигаций. Остаток на маржинальном счете  $S_b$  обеспечивает требуемый уровень маржи;

4) заключаем  $(k - 1)/k$  поставочных фьючерсных контрактов на покупку облигации по цене  $F_0$  за одну облигацию через  $T$  дней.

Полный остаток на денежном счете равен  $S_b + (G + Var)(k - 1)/k$ . На маржинальном счете —  $S_b$ , что обеспечивает требуемый уровень маржи. Задолженность перед брокером составляет  $(k - 1)/k$  облигаций и равна  $[(k - 1)/k](S_s R_m T / 365)$ , исполнение обязательств по ним наступит через  $T$  дней. Остаток на счете фьючерсного рынка равен  $(G + Var)(k - 1)/k$ . Свободный остаток стал меньше и равен  $Var(k - 1)/k$ .

Каждый последующий  $i$ -й день происходит начисление/списание вариационной маржи и изменение свободного (и полного также) остатка на фьючерсном счете на сумму  $(F_i - F_{i-1})(k - 1)/k$ . Кроме того, может меняться требование по начальной марже  $(k - 1)/k \Delta G_i$ , в результате чего изменится свободный остаток, а полный остаток по счету остается неизменным. Наконец, могут возникнуть требования брокера о пополнении маржинального счета, что приведет к движению денежных средств в объеме  $\Delta m_i$  между счетами фьючерсного и спот-рынка.

За период обращения контракта получаем в моменты  $t_i$  выплаты по размещенным средствам  $(k - 1)/k C_i$  и используем их для погашения долга перед брокером в рамках позиции по короткой продаже  $(k - 1)/k$  облигаций.

Все рассуждения, приведенные выше относительно движения средств между счетами, остаются справедливыми, с учетом коррекции на противоположную направленность позиций в данной арбитражной операции.

При условии достаточности  $Var$  на исполнение всех обязательств, после окончания последнего перед исполнением  $T$ -го дня торгов состояние общего счета будет следующим:

$$\frac{k-1}{k} \{Var + G + (F_T - F_0)\} + S_b.$$

Кроме того, существуют задолженность перед брокером, которая составляет  $(k - 1)/k$  облигаций и  $((k - 1)/k) S_s (R_m T / 365)$  денег, и кредитные обязательства.

Через  $T$  дней в момент исполнения фьючерса, совпадающий с моментом окончания арбитража, происходит закрытие всех арбитражных позиций:

1) исполняем фьючерсный контракт покупкой  $(k - 1)/k$  облигаций по цене последнего дня торгов  $F_T$  — общий остаток на счете уменьшился на  $(k - 1)/k F_T$  и составит

$$\frac{k-1}{k} (Var + G - F_0) + S_b;$$

2) исполняем обязательства по задолженности перед брокером, отдав облигации и вернув проценты по займу в объеме  $[(k-1)/k](S_s R_m T/365)$ ;

3) исполняем кредитные обязательства в объеме

$$\left\{ S_b/k + \frac{k-1}{k} (G + Var) + \frac{k-1}{k} \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{1 + \frac{R_{ib} t_i}{365}} \right\} \left( 1 + \frac{R_{Ts} T}{365} \right).$$

На этом все обязательства будут исполнены, и можно определить окончательный финансовый результат. Все расчеты происходят с общего счета арбитражера. В результате остаток на счете составит

$$\frac{(k-1)}{k} \left\{ -F_0 + S_b - \frac{S_s R_m T}{365} - \left( \frac{S_b}{k-1} + G + Var \right) \frac{R_{Ts} T}{365} - \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{1 + \frac{R_{ib} T}{365}} \left( 1 + \frac{R_{Ts} T}{365} \right) \right\}. \quad (5)$$

Условием целесообразности проведения арбитража является получение прибыли, что означает положительность финансового результата операции, определяемого формулой (5). Разрешив неравенство относительно  $F_0$ , получим условие, определяющее фьючерсную цену купонной облигации  $F_d$ , падение ниже которой позволяет получить арбитражную прибыль. При равенстве фьючерсной цены и  $F_u$  финансовый результат операции будет равен нулю, если же рыночные цены выше  $F_d$ , то арбитраж приносит убытки. Сама величина  $F_d$  является нижней границей арбитражного коридора фьючерсов на поставку облигаций и равна

$$F_d = S_b - \frac{S_s R_m T}{365} - \frac{S_b}{k-1} \frac{R_{Ts} T}{365} - (G + Var) \frac{R_{Ts} T}{365} - \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{1 + \frac{R_{ib} t_i}{365}} \left( 1 + \frac{R_{Ts} T}{365} \right). \quad (6)$$

Громоздкий вид формулы (6) может быть несколько упрощен. В предположении о приблизительном равенстве ставки заимствования на финансовом рынке  $R_{Ts}$  и ставки брокера по маржинальным операциям  $R_m$ , а также пренебрежимо малом спреде по покупке/продаже облигаций ( $S_s \sim S_b$ ), формула (6) приобретает следующий вид:

$$F_d \approx S_b \left[ 1 - \frac{k}{k-1} \frac{R_{Ts} T}{365} \right] - (G + Var) \frac{R_{Ts} T}{365} - \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{1 + \frac{R_{ib} t_i}{365}} \left( 1 + \frac{R_{Ts} T}{365} \right). \quad (7)$$

Мы получили ожидаемый результат. В результате перехода от модели совершенного рынка к реальному и учета в модели специфики обращения фьючерсных контрактов единая фьючерсная теоретическая цена  $F$  расщепилась на две  $F_u$  и  $F_d$ , образующие коридор, внутри которого арбитраж приносит убытки, и только при выходе котировок за его границы операция становится прибыльной. Ширина этого коридора может быть определена следующим образом:

$$F_u - F_d = (S_s - S_b) + \frac{2k-1}{k} \frac{S_s R_m T}{365} + \left( \frac{S_b}{k-1} + \frac{S_s}{k} + 2\{G + Var\} \right) \frac{R_{Ts} T}{365} +$$

$$+ \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{1 + \frac{R_{ib} t_i}{365}} - \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{1 + \frac{R_{is} t_i}{365}} \right\} \left( 1 + \frac{R_{Ts} T}{365} \right). \quad (8)$$

Важным и интересным результатом представляется тот факт, что часть затрат на проведение операции (средства для поддержания фьючерсной и маржинальной позиций —  $Var$ ) не могут быть полностью определены по объему в момент начала операции. Эта неопределенность привносит элемент рыночного риска в любую арбитражную операцию, в которой задействованы фьючерсные контракты.

Формулы (3), (6), (8), определяющие положение границ и ширину арбитражного коридора, имеют весьма громоздкую конструкцию и зависят от большого числа параметров. Очевидно, что заимствование средств для поддержания фьючерсной и маржинальной позиций ( $G$  и  $Var$ ), а также проценты, выплачиваемые брокеру за предоставленный займ в денежной или ценно-бумажной форме, сдвигают границы арбитражного коридора в сторону уменьшения арбитражных возможностей и соответственно способствуют расширению коридора. Наличие же выплат купонов за период обращения контракта способствует снижению как верхней, так нижней границы.

С позиции практической значимости полученного результата важным представляется вопрос — действительно ли ширина арбитражного коридора существенна для практических операций на рынке, или она пренебрежимо мала по отношению к величине теоретической форвардной (фьючерсной<sup>1</sup>) цены. В случае если учет реальных параметров рынка и специфики обращения фьючерсных контрактов по отношению к форвардным действительно приводит к существенным изменениям в ценообразовании, важным представляется выяснить вклад различных факторов. Среди последних можно выделить:

- разницу цены покупки и продажи базового актива;
- необходимость заимствования для поддержания фьючерсной и маржинальной позиций в структуре арбитражного портфеля;
- требование по наполнению собственными средствами для маржинальных сделок;
- необходимость оплачивать кредит, предоставляемый брокером в рамках маржинальной сделки;
- разницу ставок привлечения/размещения денежных ресурсов для любых сроков.

Для решения этих задач проведем приблизительную оценку ширины арбитражного коридора по отношению к рыночной и теоретической фьючерсным ценам. В качестве объекта оценки выберем фьючерсный контракт на поставку одной воображаемой облигации. При этом параметры рынка и характеристики базового актива контракта установим таким образом, чтобы они примерно соответствовали реальным условиям российского финансового рынка на момент написания статьи — конец мая 2011 г.

Определим характеристики финансовых рынков, необходимые нам для проведения вычислений.

1.  $S_b = 999,75$  руб.;  $S_s = 1000,25$  руб. Для большей наглядности мы сознательно установили значения, близкие к номиналу облигации. Причем спред покупа-

<sup>1</sup> В рамках концепции эквивалентности фьючерсных и форвардных цен.

теля/продавца соответствует по величине спреда на рынке государственных облигаций для наиболее ликвидных инструментов. Так, для двухлетней ОФЗ 25072, включенной в корзину, являющуюся базовым активом фьючерса на 10 двухлетних облигаций на РТС, 3 июня 2011 г. в 14—30 лучшие предложения на покупку/продажу в процентах от номинала из расчета на одну облигацию составляли 102,3000/102,3498.

2. Срок до исполнения контракта  $T = 400$ . Это больше, чем глубина на российском рынке, которая для ближайших к исполнению контрактов равняется 6 месяцам. На удлинение срока автор пошел сознательно. Дело в том, что в мировой практике принято устанавливать для подобных инструментов продолжительные сроки обращения, как правило, несколько лет. Столь короткий период для российских контрактов, по убеждению автора, является следствием сознательного упрощения ситуации и инструмента со стороны бирж на начальном этапе их внедрения.

3. За период до исполнения контракта предусмотрены две купонные выплаты: через 182 дня и через 365 дней. Объем выплат одинаков и равен 35 рублям. Это соответствует купонным выплатам по уже упоминавшейся ОФЗ 25072, размер купона по которой постоянен и равен 7,17% годовых от номинала облигации.

4. Ставки привлечения/размещения на 182 и 365 дней примем равными  $R_{1b} = 6,9\%$  и  $R_{1s} = 7,1\%$  и  $R_{2b} = 7,9\%$  и  $R_{2s} = 8,1\%$  годовых соответственно. Это отвечает нашему предположению о торговле облигацией по номиналу и текущей ставке рефинансирования ЦБ РФ 8,25%. Что касается спреда между спросом и предложением, то мы уменьшили его по отношению к реальному рынку межбанковского кредитования, установив равным 0,2%.

5. В нашей модели, в отличие от модели совершенного рынка, не предусмотрено размещение свободных средств от короткой продажи облигаций. Они используются для пополнения фьючерсного и маржинального счетов в части требований к минимальному остатку. Поэтому ставка размещения на срок 400 дней нас не будет интересовать, но мы будем считать ее равной 8,4% годовых. Что касается ставки привлечения на этот срок, то мы установим ее равной  $R_{Ts} = 8,6\%$ . Кредитный процент брокера установим равным этой же величине,  $R_m = 8,6\%$ .

6. Величина начальной маржи, необходимой для открытия позиции по контракту на корзину из 10 двухлетних государственных облигаций на бирже РТС, по условиям обращения составляет 3% от объема возникающих обязательств. Так, на 27 мая 2011 г. для контракта с поставкой 6 июня 2011 г. она равнялась 310 руб.<sup>1</sup> Приводя значение на одну облигацию стоимостью 1000 руб., получим  $G = 33,00$  руб.

7.  $Var$  — оценка объема средств, достаточных для поддержания позиций за период проведения арбитражной операции из расчета на один контракт. Для оценки его величины необходимо проведение статистических процедур и задание уровня доверительной вероятности. Значение  $Var$  будет зависеть от срока операции (чем больше срок, тем больше  $Var$ ), от уровня доверительной вероятности (чем больше вероятность и соответственно вероятность, что средств хватит для исполнения обязательств, связанных с поддержанием позиции, тем больше  $Var$ ) и от соотношения волатильности цен на фьючерсном и спот-рынке. При этом необходимо учитывать разнонаправленный характер позиций на рынках и, следовательно, возможность в значительной мере, но не полностью компенсировать требования на одном рынке за счет избыточных средств на другом. Учитывая отсутствие статистических данных (контракты были запущены в конце февраля месяца) и низкую ликвидность инструментов, а также значительную продолжительность (400 дней) обращения контракта, мы примем  $Var = G$ .

<sup>1</sup> РТС.

8. Учитывая, что возможностью оперативного привлечения денежных средств на рынке межбанковского кредитования обладают только профессиональные участники, положим  $k = 4$ .

Определив таким образом рыночные условия, мы можем, воспользовавшись формулами (3), (6) и (8), провести оценку положения границ арбитражного коридора и его ширины. Кроме того, мы оценим значение теоретической фьючерсной цены по формуле (1), полученной в рамках идеологии совершенного рынка и при условии эквивалентности фьючерсных и форвардных цен. В качестве цены спот и ставок мы используем среднеарифметические значения котировок на покупку/продажу и ставок спроса и предложения. В результате получим:

- теоретическая фьючерсная цена  $F = 1020,75$  руб.;
- верхняя граница арбитражного коридора  $F_u = 1028,32$  руб.;
- нижняя граница арбитражного коридора  $F_d = 795,33$  руб.;
- ширина арбитражного коридора 232,99 руб.

Таким образом, можно сделать вывод, что ширина арбитражного коридора более чем на три порядка превышает текущие спреды заявок на покупку и продажу на рынках, составляет почти 23% от теоретической фьючерсной цены и является, несомненно, весьма существенной с точки зрения практических операций.

Что касается вклада различных механизмов, то основную роль играет необходимость уплаты процентов за брокерский кредит. Он поднимает верхнюю границу на 70,70 руб. и опускает нижнюю более чем на 94,27 руб. Необходимость наполнения средствами маржинального счета поднимает верхнюю границу на 23,57 руб. и опускает нижнюю на 31,41 руб. Вклады за счет необходимости внесения начальной маржи на фьючерсном рынке и резервирования средств для поддержания фьючерсной и маржинальной позиций при заданных параметрах в нашей модели равны и составляют 3,11 руб. как для подъема верхней границы, так и для снижения нижней. Разница процентных ставок по привлечению/размещению денежных средств на сроки, соответствующие выплате купонов, не оказывает существенного влияния на ширину арбитражного коридора, а ее вклад составляет всего 0,10 руб.

Предположение об отсутствии процентов по брокерскому кредиту, что достаточно реалистично, особенно для взаимоотношений двух профессиональных участников рынка ценных бумаг, и основано на договоре о взаимном кредитовании в рамках маржинальных сделок, резко снижает ширину арбитражного коридора. В рассматриваемом случае она составит всего 68,02 руб. при  $F_u = 957,62$  руб. и  $F_d = 889,60$  руб. Если же мы для последнего случая предположим параллельный сдвиг вниз всей кривой, отображающей временную структуру процентной ставки до уровня, соответствующего современным процентам на рынках Западной Европы (снижение на 5%), и учтем это обстоятельство в размере купонных выплат, положив их равными 2% годовых (10 руб.), то получим существенное снижение ширины арбитражного коридора до 28,75 руб. При этом положение границ его составит  $F_u = 992,35$  руб. и  $F_d = 963,60$  руб. Интересно отметить, что в последних двух случаях теоретическая фьючерсная цена окажется за границами арбитражного коридора. В первом случае она останется неизменной и составит 1020,75 руб., а во втором, учитывая сдвиг процентных ставок и снижение купонных выплат,  $F = 1017,99$  руб. Иначе говоря, справедливая в рамках концепции совершенного рынка и гипотезы эквивалентности цен фьючерсов и форвардов цена позволяет извлекать арбитражную прибыль!

Таким образом, можно сделать вывод — несовпадение рыночной фьючерсной цены на поставку облигации, предусматривающей купонные выплаты за

время, оставшееся до исполнения контракта, не означает существование возможности проведения арбитражной операции на реальном рынке. Более того, при определенном сочетании реальных рыночных условий совпадение рыночной и теоретической цен может означать возможность извлечения арбитражной прибыли.

Очевидно, что статус участника рынка ценных бумаг (в модели задаваемый значением параметра  $k$ ) также влияет на положение границ и ширину арбитражного коридора. Уменьшение значения  $k$  ведет к расширению арбитражного коридора.

Остается открытым вопрос о возможности использования полученных в рамках предложенной модели формул (3), (6) и (8) для оценки арбитражных возможностей на российском реальном рынке. Отрицательный ответ связан с тем, что базовым активом обращающихся на рынке фьючерсов на государственные облигации является корзина облигаций с различными параметрами. Так, базовым активом фьючерса на двухлетние ОФЗ на бирже РТС является портфель из облигаций с тремя разными датами погашения и купонными выплатами. Фактически речь идет о некоторой воображаемой, не существующей в реальности облигации, характеристики которой определяются в рамках портфеля облигаций. Если бы данный контракт являлся расчетным, то все полученные формулы могли бы использоваться в неизменном виде только для базового актива — усредненной по портфелю облигации. Однако существует некоторое осложнение, связанное с процедурой исполнения контрактов на корзину облигаций. Они являются поставочными. При исполнении осуществляется поставка любой из облигаций, включенных в базовую для контракта корзину. Причем выбор облигации для поставки является правом продавца фьючерса. Покупатель же обязан принять эти облигации по цене последнего дня торгов. Очевидно, что продавец выберет наиболее выгодные для него облигации и невыгодные для покупателя. Это обстоятельство несимметричности прав и обязанностей может быть учтено в модели ценообразования включением в фьючерсный контракт опциона европейского типа. По данному опциону продавец будет выступать покупателем, а покупатель — продавцом. В зависимости от существенности этой опционной поправки полученные нами результаты могут быть использованы в практически неизменном виде или будут требовать определенной коррекции.

Использованный в статье подход к построению модели реального рынка и оценке положения границ арбитражного коридора может быть применен для исследования фьючерсных контрактов с любыми базовыми активами. Так, автором статьи уже были исследованы случаи валютных фьючерсов (Коршунов, 2010, с. 87—101) и контрактов на поставку акций (Коршунов, 2011).

### Источники

- Буренин А. Н. Форварды, фьючерсы, опционы, экзотические и погодные производные. М., 2008.
- Дарушин И. А. Деривативы как фактор увеличения экономических рисков // Вестник Санкт-Петербургского университета. Сер. 5 «Экономика». 2010. № 1. С. 35—45.
- Закройщиков В. Корзина длинных ставок // Журнал о биржевой торговле F&O. 2011. № 3.
- Кандинская О. Рекорды ушедшего года // Журнал о биржевой торговле F&O. 2011. № 5.
- Коршунов О. Ю. Арбитражный коридор на форвардном и фьючерсном валютных рынках // Финансы и бизнес. 2010. № 3. С. 87—101.
- Коршунов О. Ю. Соотношение теоретической и реальной фьючерсной цены на поставку акций // Вестник Санкт-Петербургского университета. Сер. 5 «Экономика». 2011. № 3.
- Отчет FIA (Futures Industry Associations) за 2010 г. [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://www.futuresindustry.org>
- Патрикеев А. РТС и ММВБ: вместе для Вас // Журнал о биржевой торговле F&O. 2011. № 1.

Приказ ФСФР от 27 октября 2005 г. № 05-53/пз-н «Об утверждении порядка совершения маржинальных сделок профессиональными участниками рынка ценных бумаг, осуществляющими брокерскую деятельность для определенной категории клиентов».

Приказ ФСФР от 7 марта 2006 г. № 06-24/пз-н «Об утверждении правил осуществления брокерской деятельности при совершении на рынке ценных бумаг сделок с использованием денежных средств и/или ценных бумаг, переданных брокером в заем клиенту (маржинальных сделок)».

*Соловьев П.* Фьючерсы на ОФЗ: торгуем ставкой с поставкой // Журнал о биржевой торговле F&O. 2011. № 3.

*Халл Дж. К.* Опционы, фьючерсы и другие производные финансовые инструменты. М., СПб., 2007.

*Cox J. C., Ingersoll J. E., Ross S. A.* The Relation between Forward and Futures Prices // Journal of Financial Economics. 1981. N 9. P. 321—346.

*Hull J. C.* Fundamentals of Futures and Options Markets. 7<sup>th</sup> ed. Prentice Hall, 2010.