

# ФАКТОРЫ ПРОИЗВОДСТВА

## **Л. И. Ниворожкина**

докт. экон. наук, зав. кафедрой математической статистики, эконометрики и актуарных расчетов Ростовского государственного экономического университета (РИНХ)

## **К. Г. Абазиева**

канд. экон. наук, доцент кафедры менеджмента Московского государственного университета технологий и управления (Ростовский филиал)

## **А. В. Вушкан**

аспирант кафедры математической статистики, эконометрики и актуарных расчетов Ростовского государственного экономического университета (РИНХ)

## **МНОЖИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА КАПЛАНА—МЕЙЕРА В МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ ТРУДОВОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

Интенсивное старение населения в развитых странах мира и России определяется множеством факторов. Во второй половине XX в. средняя продолжительность жизни людей в мире увеличилась на 20 лет, что в сочетании с сокращением рождаемости в большинстве индустриальных стран привело к росту общей численности людей пожилого возраста и увеличению их доли в общей массе населения. Согласно имеющимся данным в 2001 г. возраст каждого десятого жителя Земли превышал 60 лет. Из прогнозов ООН следует, что к 2050 г. люди в возрасте старше 60 лет будут составлять свыше трети населения Земли. Положение обостряется тем, что, если не будут предприняты радикальные и непопулярные реформы в сфере пенсионного обеспечения, соотношение работающих налогоплательщиков и пенсионеров составит один к одному. В этой ситуации все эксперты говорят о более позднем выходе на пенсию, увеличении налогов и широком привлечении иммигрантов из трудоизбыточных стран с высокой рождаемостью.

Сегодня в России дискуссии о проблемах пенсионеров осложняются тем, что ожидаемая продолжительность жизни мужчин не превышает пенсионного порога. Минимальная ожидаемая продолжительность жизни была отмечена в 1994 г. (57,6 года для мужчин и 71,2 года для женщин). С тех пор отмечается незначительный и неустойчивый ее рост. Тем не менее население Российской Федерации также переживает период устойчивого демографического старения. С 1979 до 2006 г. процентная доля лиц старше трудоспособного возраста возросла с 16,3% до 20,4%. Особенно возрастает численность старших возрастных групп — после 75—85 лет (процентная доля лиц старше 85 лет увеличилась в 2000 г. по сравнению с 1979 г. в два раза).

Другая проблема пожилого населения России — устойчивое превышение численности женского населения над мужским. Среди жителей страны в возра-

сте 60 лет и старше доля мужчин составляет только треть (33,7%). Значительные различия в уровне ожидаемой продолжительности жизни мужчин и женщин — особенность социально-демографической ситуации в нашей стране. Во всех развитых странах женщины живут дольше мужчин в среднем на 2—5 лет. В России этот разрыв составляет 13—14 лет и является самым большим в мире.

Рост доли пенсионеров неизбежно увеличивает нагрузку на работающее поколение. С середины 1990-х гг. в структуре нетрудоспособных начали доминировать пожилые люди. На 1 января 2006 г. в России на 100 человек трудоспособного возраста приходилось 58 человек нетрудоспособного (в совокупности лиц старше и моложе трудоспособного возраста). В дальнейшем эта тенденция будет только нарастать. К 2015 г. по прогнозам в нашей стране будет 34,7% престарелых.

Сдвиги в демографической структуре коренным образом влияют на все социальные процессы в обществе. Поколения, достигшие пенсионного возраста, могут и должны продолжать реализацию накопленного потенциала, оставаться позитивным фактором экономического и социального развития, а не бременем для молодых. Однако в связи с этим важно понять: а кто же из пенсионеров способен к продолжению трудовой деятельности, в каком качестве и как долго?

Одним из аналитических инструментов, позволяющих ответить на поставленные вопросы, является анализ данных, развивающихся во времени<sup>1</sup>. Следует отметить, что в последнее время методы анализа событий, определяемых в терминах изменений во времени, привлекают все большее внимание отечественных исследователей, однако их широкому распространению препятствует как дефицит литературы по этим методам моделирования, так и необходимость специально организованных данных.

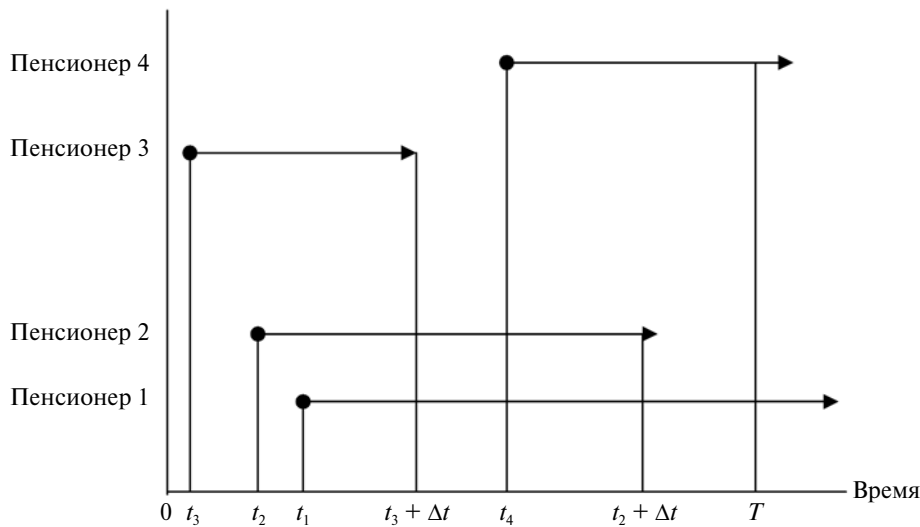
В контексте проблемы длительности продолжения трудовой деятельности после оформления пенсии временной промежуток анализа — период от даты официального выхода на пенсию до даты окончательного увольнения с работы или наблюдения. Единицей измерения может быть любой временной интервал, например месяц, в этом случае количественная мера временного интервала — число месяцев, которое отработал пенсионер после выхода на пенсию. Анализируемое событие — продолжительность работы пенсионера после его выхода на пенсию.

Рассмотрим, как организуется набор данных для анализа событий, распределенных во времени, на примере работающих пенсионеров.

Данные для лиц, продолжавших работу после оформления пенсии, организуются по временным отрезкам. Это значит, что имеется матрица размерностью  $n \times m$ , где  $n = 1, 2, 3, \dots, i, \dots; n$  — число событий (работавших пенсионеров), а  $m$  — вектор переменных (время, социально-демографические, профессионально-квалификационные характеристики и др.). Временные переменные для каждого события включают начальное время для каждой переменной, продолжительность события и время завершения события, показывающее момент перехода в другое состояние. Рисунок 1 показывает возможные состояния событий.

Наблюдения, представленные на рис. 1, показывают, что произошли четыре события и имеются завершённые промежутки времени для работающих пенси-

<sup>1</sup> Особенностью анализа социально-экономических явлений, где исследовательский интерес сосредоточен на наступлении событий, изменяющихся во времени и причинах наступления этих событий, является терминологическое разнообразие. Для исследователей-социологов, политологов более привычным является термин «история событий (event history analysis)» (Blossfeld, Hamerle, Mayer, 1989), для медиков и демографов — «анализ дожития (survival analysis)» (Cox, 1984), в технических приложениях — «анализ данных типа времени жизни (Kiefer, 1988)». В эконометрическом моделировании чаще используется термин — «анализ длительности (duration analysis)» (Berg van den, 2001) либо «анализ транзитных данных (analysis of transition data)» (Lancaster, 1990). Последний термин ввел в оборот Т. Ланкастер, который пояснил, что термин «транзитные данные» относится не только к продолжительности события, но к тому, что произойдет, когда оно закончится.



**Рис. 1. Наблюдение четырех работающих пенсионеров с распределенными по времени моментами вступления в занятость после оформления пенсии и выхода из состояния занятости**

онеров 2 и 3. Наблюдение для пенсионера 2 иллюстрирует, что он (она) оформил выход на пенсию в момент  $t_2$  (стартовое время) и затем уволился (перешел в другое состояние) в момент  $t_2 + \Delta t$  (время завершения события). Продолжительность его работы после пенсии есть  $((t_2 + \Delta t) - t_2)$ .

Стрелки вне наблюдаемого периода (для пенсионеров 1 и 4) определяют цензурированные наблюдения. В такой ситуации мы не знаем, что случилось с пенсионером по окончании наблюдаемого периода ( $T$ ): он мог уволиться, а мог и продолжить работу. Для таких респондентов точное время окончания трудовой деятельности неизвестно. Нам известно лишь, что продолжительность работы после пенсии для них превышает время наблюдения. Характеристики завершенных (нецензурированных) и цензурированных событий определены при помощи индикаторной переменной следующим образом. Предположим, что пенсионер  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) оформил выход на пенсию в момент времени  $t_i$ , но продолжил трудовую деятельность до момента окончательного увольнения  $t_i + \Delta t$ . Наблюдаемое календарное время —  $(0, T)$ , где  $T$  — верхнее временное ограничение, такое, что завершенное наблюдение должно стартовать и завершиться внутри этого интервала  $(0, T)$ . Отсюда определяем следующую индикаторную переменную:

$$\delta_i = \begin{cases} 0, & \text{если } i\text{-й объект завершил трудовую деятельность после выхода} \\ & \text{на пенсию в течение наблюдаемого периода: } T \geq t_i + \Delta t \text{ (нецензурирован);} \\ 1, & \text{если } i\text{-й объект продолжает трудиться после выхода на пенсию} \\ & \text{по окончании наблюдаемого периода: } T < t_i + \Delta t \text{ (цензурирован).} \end{cases}$$

Пусть теперь  $T$  — продолжительность трудовой деятельности после выхода на пенсию. Распределение периодов работы характеризуется тремя взаимно однозначными функциями.  $S(t)$  — функция дожития (надежности). Это — вероятность того, что период работы после выхода на пенсию превысит для пенсионера  $t$  — (число дней, недель, месяцев и т. д.):

$$S(t) = \Pr(T \geq t) = 1 - F(t). \tag{1}$$

Отсюда  $S(t)$  — неубывающая функция времени  $t$  со свойствами  $S(t) = 1$  для  $t = 0$  и  $S(t) = 0$  для  $t = \infty$ . Вероятность продолжать работу, по крайней мере, в промежутке времени, равном нулю, равна 1, и вероятность трудиться всю жизнь равна 0. В случае, если нет цензурированных наблюдений, функция надежности оценивает долю пенсионеров, продолжающих после пенсии трудиться дольше, чем  $t$ .

Функция плотности оценивает вероятность отказа (увольнения с работы и перехода в неработающее состояние для пенсионера) в малом интервале времени  $t + \Delta t$ :

$$f(t) = dF(t)/dt. \quad (2)$$

Функция риска  $h(t)$  задает условную вероятность отказов. Она определяет риск уволиться в течение малого промежутка времени в предположении, что пенсионер работал до начала этого периода:

$$h(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Pr(t \leq T < t + \Delta t \mid T \geq t) / \Delta t, \quad (3)$$

где  $F(t)$  — функция распределения, а  $f(t)$  — функция плотности.

Функция риска может быть интерпретирована как мгновенная вероятность того, что событие произойдет в промежуток времени в интервале  $[t, t + \Delta t]$  при условии, что оно не произошло до начала этого интервала. Однако функция риска не является условной вероятностью, поскольку может быть больше единицы, поэтому она и называется интенсивностью или уровнем риска. Для малого  $\Delta t$ ,  $h(t)\Delta t$  может быть записана как аппроксимация условной вероятности  $\Pr(t \leq T < t + \Delta t \mid T \geq t)$ . При отсутствии цензурированных наблюдений функция риска может быть интерпретирована как условная вероятность, например, того, что пенсионер, проработавший после оформления пенсии 9 месяцев, на десятый месяц уволится.

Мы используем термин «риск выхода» для обозначения ожидаемого риска прекращения работы пенсионера, продолжавшего (или продолжающего) трудовую деятельность после выхода на пенсию в месячном интервале.

На начальном этапе анализа факторов, влияющих на продолжительность работы после пенсии и риска прекращения работы, весьма полезным является использование непараметрических методов анализа, поскольку форма распределения функции априорно нам неизвестна. Графическое представление функции может помочь в выборе подходящего параметрического закона распределения. Наиболее распространенным методом оценки функций дожития и риска является множительная оценка Каплана—Мейера, которая позволяет оценить функции дожития и риска с учетом цензурирования. Этот метод наиболее прост для понимания и интерпретации и должен занять достойное место в арсенале инструментальных методов анализа отечественных статистиков.

Рассмотрим принцип построения оценок Каплана—Мейера на условном примере.

Пусть  $t_1 < t_2 < \dots < t_k$  — различные периоды трудовой деятельности после пенсии. Для каждого  $i = 1, \dots, k$  пусть  $h_i$  — число завершенных периодов работы предшествующих  $t_i$ . Пусть  $m_i$  — число цензурированных наблюдений между  $t_i$  и  $t_{i+1}$ ;  $m_k$  — число наблюдений с продолжительностью трудовой деятельности после пенсии, чем  $t_i$  — наибольшего заверщенного периода. Например, если мы изучаем промежутки трудовой деятельности, измеряемые в месяцах, то временной промежуток, начавшийся за 6 месяцев до конца рассматриваемого периода и не окончившийся к концу наблюдения, рассматривается как цензурирован-

ный между 6 и 7 месяцами. В этом случае реальная продолжительность трудовой деятельности не превышает 6 месяцев.

Пусть  $n_i$  — число промежутков либо завершенных, либо цензурированных перед дюрацией  $t_i$ :

$$n_j = \sum_{i \geq j}^k (m_i + g_i).$$

Оценкой функции риска  $h(t_j)$  является:

$$\hat{h}(t_j) = g_j/n_j.$$

Корреспондирующей функцией надежности будет:

$$\hat{S}(t_j) = \prod_{i=1}^j (n_i - g_i)/n_i = \prod_{i=1}^j (1 - \hat{h}_i), \quad (4)$$

которая называется множительной оценкой Каплана—Мейера и может трактоваться как оценка максимального правдоподобия.

Рассмотрим построение функции дожития для цензурированных данных с помощью оценки Каплана—Мейера. Предположим, что в начале календарного года 10 человек оформили пенсию и продолжили работать, 6 из них прекратили работу в течение января, а 4 продолжили дальнейшую трудовую деятельность. В конце месяца под наблюдение попали еще 20 человек, оформивших пенсию и продолжавших работать. В течение февраля 3 из тех, кто оформил пенсию в начале января, и 15 из тех, кто оформил пенсию в феврале, уволились с работы. Осталось 1 и 5 пенсионеров, продолжающих работу, соответственно. Предположим, что обследование работающих пенсионеров проводилось в марте. Необходимо оценить долю пенсионеров, не покинувших работу в течение двух и более месяцев, т. е.  $\hat{S}(2)$ .

Первая группа пенсионеров наблюдалась два месяца, вторая только один месяц. Один из возможных подходов — уменьшение оцениваемой выборки, в этом случае  $\hat{S}(2) = 1/10$  и мы игнорируем 20 пенсионеров, которые наблюдались только один месяц. Однако Каплан и Мейер утверждают, что и вторая выборка может внести вклад в оценку  $\hat{S}(2)$ .

Так, пенсионер, который наблюдался два месяца, может рассматриваться как работавший один месяц, а затем как работавший более одного месяца. Отсюда вероятность проработать два месяца или более равна вероятности проработать первый месяц и затем еще один месяц. Это можно записать как

$$\hat{S}(2) = P \left( \begin{array}{l} \text{вероятность проработать после оформления пенсии} \\ \text{один месяц и продолжить работу еще один месяц} \end{array} \right)$$

и переписать как

$$\hat{S}(2) = P \left( \begin{array}{l} \text{проработать до конца второго месяца для} \\ \text{пенсионера, проработавшего первый месяц} \end{array} \right) \times \left( \begin{array}{l} \text{проработать} \\ \text{один месяц} \end{array} \right).$$

Оценка Каплана—Мейера для  $\hat{S}(2)$  есть

$$\hat{S}(2) = \left( \begin{array}{l} \text{доля пенсионеров, работающих к концу второго месяца,} \\ \text{при условии, что они проработали первый месяц} \end{array} \right) \times \\ \times \left( \begin{array}{l} \text{доля пенсионеров, проработавших} \\ \text{один месяц} \end{array} \right).$$

В нашем примере один из четырех пенсионеров, проработавший первый месяц, остался работать и во второй месяц, т. е. первая доля есть  $1/4$ . Четверо из десяти пенсионеров, кто оформил пенсию в начале января и продолжили работу, и 5 из 20, кто оформил пенсию в феврале и продолжили работу, проработали в течение февраля. Следовательно, вторая доля есть  $(4 + 5)/(10 + 20)$ .

Оценка Каплана—Мейера для  $\hat{S}(2)$  составляет:

$$\hat{S}(2) = \frac{1}{4} \times \frac{4 + 5}{10 + 20} = 0,25 \times 0,3 = 0,075.$$

В общем виде вероятность для пенсионера продолжить трудовую деятельность в течение  $k$  ( $\geq 2$ ) или более месяцев есть произведение  $k$  наблюдаемых уровней дожития:

$$\hat{S}(k) = p_1 \times p_2 \times p_3 \times \dots \times p_k, \quad (5)$$

где  $p_1$  — доля пенсионеров, работавших, по крайней мере, один месяц;  $p_2$  — доля пенсионеров, продолживших работу во втором месяце, после того, что они работали и в первом;  $p_3$  — доля пенсионеров, продолживших работу в третьем месяце, после того, что они работали первые два месяца;  $p_k$  — доля пенсионеров, продолживших работу в  $k$ -м периоде, после того, что проработали  $(k - 1)$  период.

Следовательно, оценка Каплана—Мейера вероятности продолжить работу любое число месяцев после оформления пенсии (от начала наблюдения) есть результат такой же оценки до предыдущего месяца и наблюдаемого уровня дожития для определенного месяца, т. е.

$$\hat{S}(t) = \hat{S}(t - 1)p_t. \quad (6)$$

Без применения компьютерных программ оценка Каплана—Мейера может быть вычислена с помощью следующей таблицы, состоящей из пяти колонок, в которой:

- первая колонка содержит все времена жизни, цензурированные и нецензурированные, в порядке от меньшего к большему; если цензурированное наблюдение имеет такое же значение, как и нецензурированное, то цензурированное должно быть первым (знак + означает цензурированное наблюдение);
- вторая колонка обозначается  $i$  и задает порядок следования всех наблюдений в первой колонке;
- колонка три содержит номера нецензурированных переменных, пусть  $r = i$ ;
- в четвертой колонке вычисляется  $(n - r)(n - r + 1)$  или  $p_i$  для каждого нецензурированного наблюдения  $t_i$ , что дает долю пенсионеров, проработавших до периода  $i$  и затем в периоде  $i$ ;
- колонка пять  $\hat{S}(t)$  есть результат всех произведений  $(n - r)(n - r + 1)$  до и включая  $t$ ; если нецензурированные переменные связаны, то используется наименьшее значение  $\hat{S}(t)$ .

Обобщим процедуру: пусть  $n$  — общее число пенсионеров, чье время работы после оформления пенсии (цензурированное или нет) нам известно. Расположим  $n$  периодов времени их работы в порядке возрастания значений, так что  $t_1 \leq t_2 \leq t_3 \leq \dots \leq t_n$ . Тогда

$$\hat{S}(t) = \prod_{t_i \leq t} \frac{n - r}{n - r + 1}, \quad (4)$$

где  $r$  проходит через те положительные значения, для которых  $t_r \leq t$  и  $t_r$  нецензурировано. Значения  $r$  — последовательные целые числа  $1, 2, \dots, n$ , если нет цензурированных переменных.

Проиллюстрируем расчеты на следующем примере.

Предположим, что наблюдаются 10 пенсионеров ( $n = 10$ , оформивших пенсию и продолживших трудовую деятельность). Шесть из них уволились спустя 3,0, 6,5, 6,5, 10, 12 и 15 месяцев. Один пенсионер ушел из-под наблюдения (сменил место жительства) спустя 8,4 месяца. И трое продолжали трудиться, проработав 4,5, 7 и 10 месяцев соответственно. Вычисление функции представлено в таблице, а график — на рис. 2.

Вычисление оценки Каплана—Мейера

$t$	$i$	$r$	$(n - r)(n - r + 1)$	$\hat{S}(t)$
3,0	1	1	9/10	9/10 = 0,9
4,0+	2	—	—	—
5,7+	3	—	—	—
6,5	4	4	6/7	9/10 × 6/7 = 0,771
6,5	5	5	5/6	9/10 × 6/7 × 5/6 = 0,643
8,4+	6	—	—	—
10,0	7	7	3/4	9/10 × 6/7 × 5/6 × 3/4 = 0,482
10+	8	—	—	—
12,0	9	9	1/2	9/10 × 6/7 × 5/6 × 3/4 × 1/2 = 0,242
15,0	10	10	0	0

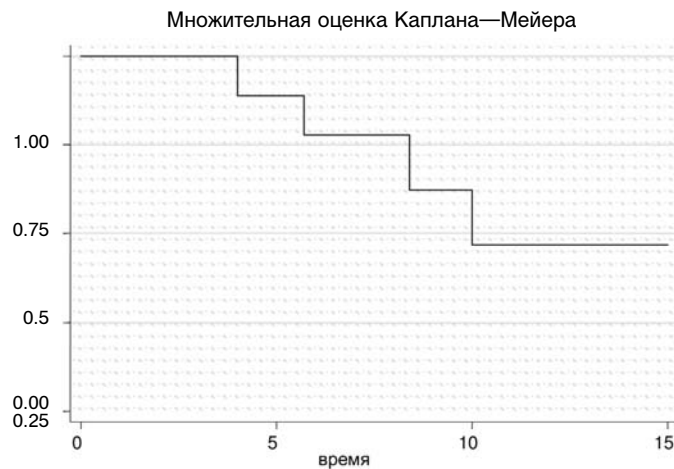


Рис. 2. Функция дожития  $\hat{S}(t)$  для данных таблицы

Из вычислений видно, что  $\hat{S}(t)$  в  $t = t_i$  связана с  $\hat{S}(t)$  в  $t = t_{i-1}$  и (4) может быть переписана как

$$\hat{S}(t_i) = \hat{S}(t_{i-1}) \frac{n - i}{n - i + 1}, \tag{5}$$

где  $t_i$  и  $t_{i-1}$  — нецензурированные наблюдения.

Например,  $\hat{S}(12) = \hat{S}(10) \times 1/2 = 0,482 \times 1/2 = 0,241$ .

Если есть цензурированные наблюдения или пропущенные перед  $t$ , то (4) эквивалентно (3).

Аппроксимацией дисперсии оценки Каплана—Мейера  $\hat{S}(t)$  является:

$$\text{Var}[\hat{S}(t)] \cong [\hat{S}(t)]^2 \sum_r \frac{1}{(n-r)(n-r-1)}, \quad (6)$$

где  $r$  включает те положительные значения, для которых  $t_r \leq t$  и  $t_r$  соответствует с прекращением работы.

Для нашего примера:

$$\text{Var}[\hat{S}(10)] \cong [0,482]^2 \left( \frac{1}{9 \times 10} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{3 \times 4} \right) = 0,0352$$

соответственно оценка стандартной ошибки есть 0,1876.

Дисперсия может быть использована для построения доверительного интервала для  $\hat{S}(t)$ .

Все требуемые вычисления легко осуществимы с помощью современных статистических пакетов, однако приведенный алгоритм счета облегчает понимание сути метода и его интерпретацию.

Среди отечественных исследований проект Generation and Gender Survey (GGS) — один из немногих информационных источников, который позволяет осуществить анализ событий, претерпевающих некоторые качественные изменения, происходящие в определенные моменты времени, и провести анализ детерминант риска выхода из рынка труда для работающих пенсионеров в любой момент времени.

Дальнейший расчет оценок Каплана—Мейера мы проведем на основе этих данных. Для анализа были отобраны лишь те пенсионеры, которые оформили трудовую или государственную пенсию по возрасту и продолжили некоторое время работу после оформления пенсии. Это связано с тем, что мотивы продолжения работы у пенсионеров-инвалидов, военных и др. несколько иные, нежели у пенсионеров по старости. В результате набор данных составил 1849 наблюдений, из которых 616 цензурированных.

Рисунок 3 показывает отношение числа пенсионеров, прекративших работу, к общему числу работающих пенсионеров в каждой точке времени. График демонстрирует достаточно резкий наклон: 75% пенсионеров продолжали работу и спустя 5 лет после оформления пенсии, 50% — 10 лет, а 20% — спустя 10 лет.

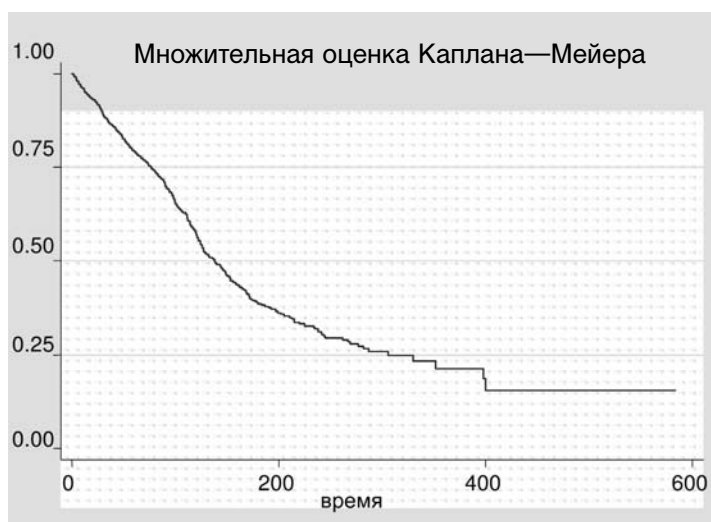


Рис. 3. Функция дожития для пенсионеров, продолжавших работу после пенсии, по данным GGS



Непараметрическая оценка функции риска, представленная на рис. 4, указывает на рост риска выхода из состояния занятости на интервале до 120 месяцев. Пик выхода — на рубеже десятилетия работы после оформления пенсии. Затем на интервале до 340 месяцев функция убывает, а после вновь несколько возрастает. Основная часть — 80% работающих пенсионеров — завершает трудовую деятельность в течение 10 лет после оформления пенсии. Для остальных пенсионеров мотивация связана с пожизненным трудом, всплеск риска после 340 месяцев можно объяснить, по-видимому, естественным выбытием.

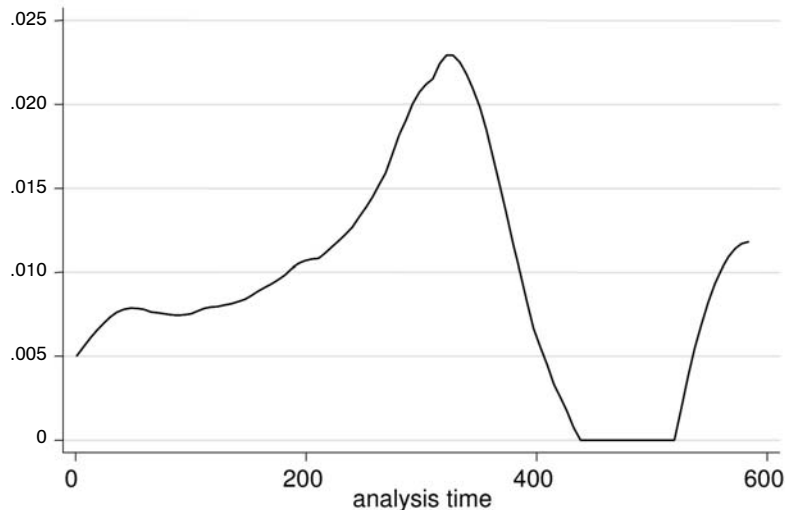


Рис. 4. Сглаженная функция риска выхода по данным GGS

Наибольший интерес для анализа представляют оценки Каплана—Мейера для стратифицированных данных, например мужчин и женщин различных профессиональных, возрастных групп и др.

Рисунок 5 показывает, что мужчины покидают работу после оформления пенсии несколько быстрее, чем женщины. Более того, функция дожития для женщин принимает значения на значительно более широком интервале, что, вероятно, связано с различиями в средней продолжительности жизни.

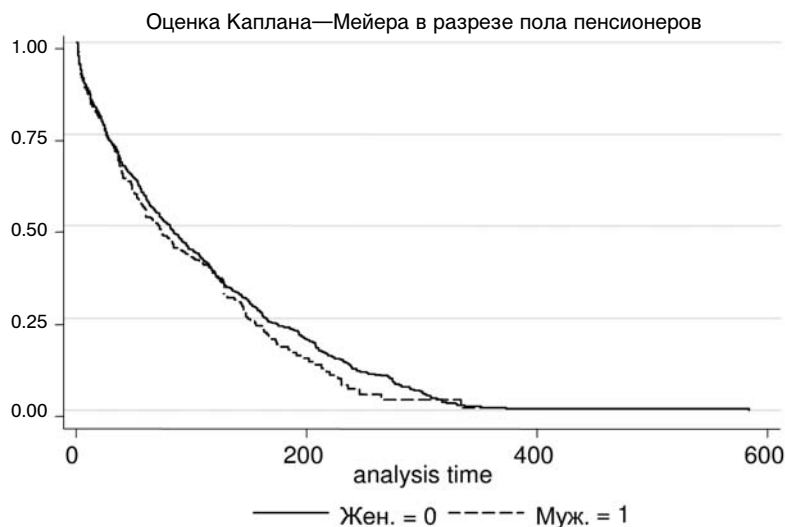


Рис. 5. Функции дожития для пенсионеров, продолжавших работу после пенсии, по полу

Функция риска на рис. 6 наглядно показывает гендерные различия в поведении на рынке труда работающих пенсионеров. Линия риска для женщин в основном совпадает с той, что мы обсудили на рис. 4. Что же касается мужчин-пенсионеров, то здесь картина существенно различается: риск выхода для мужчин на отрезке до 200 месяцев в основном выше, чем для женщин, а резкое снижение после этой точки происходит вследствие того, что работающих мужчин после этой даты практически не остается.

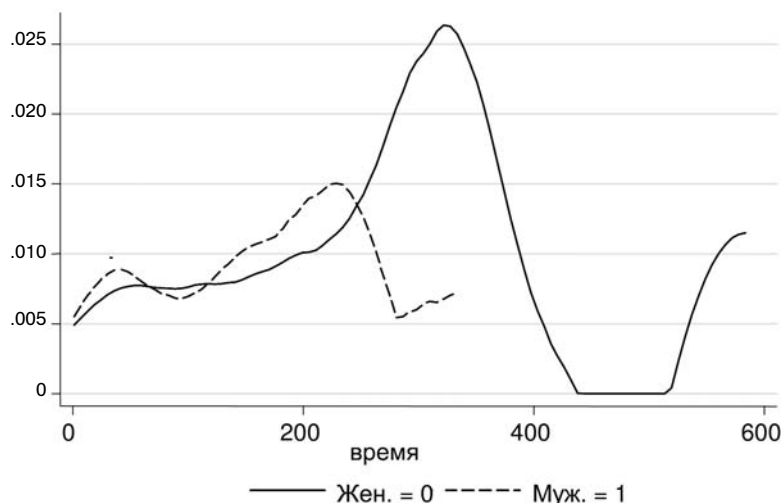


Рис. 6. Сглаженная функция риска выхода для пенсионеров в гендерном разрезе

Расчет функций дожития и риска можно осуществить с помощью всех основных пакетов статистических программ: SAS, SPSS и STATA. Включение переменных, учитывающих изменения явлений во времени, позволяет значительно усилить аналитические и соответственно содержательные аспекты анализа обследований населения, предприятий по различным аспектам.

### Источники

- Blossfeld H.-P., Hamerle A., Mayer K. U.* Event history analysis. Hillsdale, New Jersey, 1989.  
*Cox D.R., Oakes D.* Analysis of survival data. London, 1984.  
*Kiefer N.* Economic duration data and hazard function // *Journal of Economic Literature*. 1988. Vol. 26. P. 646—679.  
*Berg van den G. J.* Duration models: specification, identification, and multiple durations // *Handbook of Econometrics* / Ed. by J. J. Heckman, E. Leamer. Vol. V. Amsterdam, 2001.  
*Lancaster T.* The Econometric Analysis of Transition Data. Econometric Society Monographs. Cambridge, 1990.  
*Abbring J. H., Berg van den G. J.* The unobserved heterogeneity distribution in duration analysis / Working paper. 2003.  
*Gutierrez R. G.* Parametric frailty and shared frailty survival models // *The Stata Journal*. 2002. Vol. 2. N 1. P. 22—44.