А. В. Ботвинник

канд. экон. наук, доцент кафедры теории вероятностей и математической статистики Российского университета дружбы народов (Москва)

Д. В. Козырев

аспирант кафедры теории вероятностей и математической статистики Российского университета дружбы народов (Москва)

ПРИМЕНЕНИЕ МОДИФИКАЦИИ ФИЛЬТРА КАЛМАНА ПРИ ОЦЕНКЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ С GARCH-M-ЭФФЕКТАМИ ДЛЯ ТЕСТИРОВАНИЯ РОССИЙСКОГО ФОНДОВОГО РЫНКА НА ЭВОЛЮЦИОНИРУЮЩУЮ ЭФФЕКТИВНОСТЬ

Введение

За последние 20 лет росло не только число фондовых рынков развивающихся стран (так называемых рисковых рынков), но и происходило активное укрепление их позиций. Наибольший практический интерес представляют те рынки, развитие и укрепление которых шло более быстрыми темпами, чем остальных. В данной статье делается попытка ответить на вопрос, эволюционировал ли российский фондовый рынок, наиболее значимый среди рынков стран с переходной экономикой, к стадии эффективности со времени своего основания. К сложностям, возникающим при достижении поставленной цели, можно отнести то, что классические инструменты эконометрики не способны уловить движения рынков ценных бумаг со временем к стадии эффективности в слабой форме. Поэтому, для того чтобы учесть динамическую природу таких изменений (особенно на ранних этапах функционирования рынков), в статье предложена тестовая процедура на изменяющуюся эффективность рынка ценных бумаг, основанная на модели с зависящими от времени параметрами с эффектами обобщенной авторегрессионной условно гетероскедастичной в среднем модели (GARCH-M).

Тест на эволюционирующую эффективность российского рынка ценных бумаг

В основе процедуры тестирования на эволюционирующую эффективность (ТЭЭ) заложены принципы известной модели оценки доходности финансовых активов Шарпа—Линтнера (CAPM).

Модель оценки финансовых активов действительна только в пределах определенной совокупности предположений, которые обычно недействительны и невыполнимы на практике. Но потенциал, заложенный в данную модель, позволяет на основании оценок параметров модификации модели CAPM, а также данных о ценах набора активов, провести исследование российского рынка ценных бумаг, на котором рассматриваемые активы участвуют в торговле, на эффективность (Fama, French, 2004; Zivot, 2000).

Уравнение CAPM в форме Шарпа—Линтнера имеет вид

$$E(r_i) = r_f + [E(r_M) - r_f]\beta_{iM},\ i = 1, ..., Q, \tag{1}$$

где $\beta_{iM} = \dfrac{Cov(r_i, r_M)}{\sigma^2(r_M)}$ — рыночная бета. (2)

Запишем формулу (1) для ожидаемой доходности актива/портфеля активов в следующем виде

$$E(r_i) = r_f(1 - \beta_i) + \beta_i E(r_M). \tag{3}$$

Соответствующая ей формула для ставки доходности в любой заданный период t выглядит так:

$$r_{i,t} = \underbrace{r_f(1 - \beta_i)}_{\alpha_i} + \beta_i r_{M,t} + \varepsilon_{i,t}. \tag{4}$$

Эта формула есть не что иное, как уравнение регрессии первого порядка, где остатки могут быть зависимы согласно модели CAPM (Haugen, 1986). Модификация этого уравнения может позволить на основании оценок его параметров (в частности, β_i), а также данных о ценах актива/набора активов провести исследование рынка ценных бумаг на эффективность.

Существует большое число публикаций, посвященных тестированию гипотезы эффективности рынка, а также анализу поведения развивающихся рынков ценных бумаг. Однако распространено мнение, что применение тестовых процедур, используемых в большинстве из этих исследований, для оценки сходящейся эффективности в переходных экономиках не будет плодотворным, поскольку классические подходы с постоянной дисперсией не учитывают той особенности поведения развивающихся рынков, что уровень их эффективности меняется со временем (Zalewska-Mitura, Hall, 1999; Hall, Urga, 2002). В связи с этим вместо них в данной статье используется модель с изменяющимися во времени параметрами, которая может двигаться от индикатора неэффективности к эффективности (и наоборот) по мере изменения параметров, а также результаты недавних исследований Залевска-Митура и Холла (Zalewska-Mitura, Hall, 1999). Эта модель является расширением классического теста на автокорреляцию доходностей и сочетанием многофакторной модели с зависящими от времени параметрами и обобщенной авторегрессионной модели условной гетероскедастичности в среднем (GARCH-M).

В самом деле, вполне реалистично считать, что подобные рынки начинают функционировать, имея неэффективный статус, поскольку эти рынки новые, торговля на них еще очень слаба, практика раскрытия информации фирмами еще очень ограничена, к тому же существуют институционные барьеры на торговлю. Следовательно, об эффективности этих рынков говорить не приходится. Но со временем их поведение приближается к эффективному. Подход, описанный в этой части, позволяет использовать его результаты в качестве индикатора степени эффективности рынка, срока и скорости движения к эффективности.

В настоящей статье представлены основные положения гипотез эффективности рынка, модель сходящейся эффективности, дан краткий обзор Российской торговой системы (РТС); описаны выборочные данные и применена процедура тестирования на сходящуюся эффективность; приведены заключительные выводы.

Исследование эффективности рынка в странах с переходной экономикой

Гипотезы эффективности рынка

Исследуем, эволюционировал ли российский фондовый рынок к стадии эффективности со времени своего основания.

Рассмотрим модель, в которой предсказуемость доходностей, измеряемая автокорреляцией, изменяется (эволюционирует) со временем. Поскольку предсказуемость цены некоторого актива указывает на то, что существует возможность получения легких прибылей, многие исследования были направлены на изучение возможности существования рекуррентных структур в ценах активов.

Определим некоторый финансовый рынок как эффективный, если вся общественно доступная информация полностью используется (известна), так что не существует возможности получить сверхприбыли. В финансово-экономической литературе отмечается два аспекта эффективности рынков, а именно операционная эффективность и распределительная эффективность. Для первой эффективности требуется, чтобы средства участников рынка позволяли производить покупку и продажу с наименьшими операционными издержками, для второй эффективности требуется, чтобы цены на ценные бумаги были такими, чтобы они уравнивали доходности с поправкой на риск (доходность инвестированного капитала, скорректированная на ожидаемый риск инвестиционного проекта, обычно определяется как сумма доходности по безрисковым инвестициям) по всем финансовым активам (т. е. активы с одинаковым уровнем риска будут предлагать одинаковую ожидаемую доходность). На рынке с распределительной эффективностью сбережения размещаются в продуктивные инвестиции оптимальным способом, и все участники рынка извлекают выгоду.

Эти два типа эффективности сильно взаимосвязаны. Операционная эффективность может быть непосредственно (довольно просто) измерена в виде разницы между ценами продавца и покупателя и комиссионных ставок. Поэтому в данной работе внимание сконцентрировано на проблеме нахождения степени распределительной эффективности. Это понятие эффективности часто переопределяется в терминах различных типов эффективности (см. ниже).

Определения. Рынок является слабоэффективным, если цены активов (курсовая стоимость) полностью отражают информацию об истории цен и торговой активности ценных бумаг. То есть движения цен не имеют повторяющейся структуры, и торговать с прибылью, основываясь только на исторической информации о ценах, невозможно.

Рынок является среднеэффективным (полусильным), если цены финансовых активов полностью отображают всю общедоступную информацию. То есть участники рынка не могут получить сверхдоходности путем выискивания информации из общедоступных источников, поскольку эта информация уже отражена в ценах финансовых активов.

Рынок является сильноэффективным, если цены финансовых активов полностью отражают всю существенную информацию, в том числе конфиденциальную. В этом случае ни один инвестор не сможет получить сверхприбыли (даже инсайдер со своей конфиденциальной информацией) (Магнус, Катышев, Пересецкий, 2004).

Отсутствие эффективности в слабой форме означает соответственно отсутствие средней и сильной эффективности. Ограничимся этим основным понятием эффективности (в слабой форме), поскольку может быть, что российские рынки пока не удовлетворяют условиям и слабой эффективности.

Построение модели рыночной эффективности в странах с переходной экономикой

Согласно гипотезе слабой эффективности требуется, чтобы отсутствовали возможности получения прибыли на основании информации об изменении цен финансовых активов в прошлом. Это означает, что эффективный рынок должен быть непредсказуем. Это условие часто тестируется путем оценки (либо обычным методом наименьших квадратов, либо обобщенным методом моментов и просто проверкой этой гипотезы) простой регрессии вида

$$r_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^{p} \beta_i r_{t-i} + e_t, \tag{5}$$

где r_t — доходность некоторого актива в момент времени t;

$$e_t \sim N(0, h_t);$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 h_{t-1} + \alpha_2 e_{t-1}^2. \tag{6}$$

Если рынок эффективен в слабой форме, то все $\beta_i = 0$, $i > 0$.

В случае российского рынка (как и в общем случае развивающихся рынков) этот подход неудобен, поскольку с его помощью можно было бы проверить эффективность для всего периода существования рынка, если бы рынок был на всем протяжении своего существования эффективным, но маловероятно, чтобы подобные рынки возникали как полностью эффективные. Таким образом, неэффективность таких рынков на ранних этапах их существования исказила бы результаты оценки и проверки гипотезы и мы бы могли заключить, что возможности получения прибылей существуют только в силу неэффективности в прошлом.

Требуется найти способ, позволяющий провести процедуру оценки, учитывающую изменчивость этой структуры. Тогда мы получим тест на текущую рыночную эффективность, что позволит оценить возможность получения прибыли. Кроме того, это позволит измерить время движения (если таковое имеется) к полной эффективности, так что это даст возможность сделать выводы о том, как быстро рынок становится эффективным. Этого можно достичь, только разработав вариант уравнения, приведенного выше, позволяющий изменять имеющиеся параметры. Изначально это можно сделать, переписав это уравнение регрессии в следующем виде

$$r_t = \beta_{0t} + \sum_{i=1}^{p} \beta_{it} r_{t-i} + e_t, \tag{7}$$

так что теперь параметры уравнения имеют временные индексы и могут меняться со временем.

Вторым элементом условных финансовых моделей является тот факт, что процесс ошибок (шум) часто не обладает всеми свойствами, необходимыми для его нормальности, независимости и одинаковой распределенности. Если, в частности, вариация ошибок меняется со временем систематическим образом, это вызовет проблемы при процедуре проверки и может также повлиять на требуемый уровень доходности (минимальный уровень доходности инвестиционного проекта или ценной бумаги, требуемый инвестором при данном уровне риска). Если пренебречь этой структурой с изменяющейся вариацией, но она будет обладать свойством автокорреляции, то опять же мы можем найти неверную корреляцию и ошибочно отвергнуть эффективность рынка. Эти проблемы можно решить, если совместить модель с изменяющимися со временем параметрами и стандартную обобщенную авторегрессионную условно гетероскедастичную в среднем модель (GARCH-M).

Тест на сходящуюся (эволюционирующую) эффективность (ТЭЭ)

Основываясь на вышесказанном, получим следующую модель (модель в пространстве состояний)

$$r_t = \beta_{0t} + \beta_{1t} r_{t-1} + \beta_2 h_t + e_t,\ e_t \sim N(0, h_t) \tag{8}$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 h_{t-1} + \alpha_2 e_{t-1}^2 \tag{9}$$

$$\beta_{i,t} = \beta_{i,t-1} + \eta_{i,t};\ \eta_{1,t} \sim N(0, \nu_i^2);\ i = 0, 1. \tag{10}$$

Такая модель может быть оценена при помощи стандартного фильтра Калмана (где (8) — уравнение измерения; (9, 10) — системы уравнений состояния). Оценки параметров, необходимых для оценки значений β_{it} во времени, т. е. β_{00}, β_{10}, β_2, α_0, α_1, α_2 и ν_1^2 и ν_2^2, могут быть найдены методом максимального правдоподобия.

Это модель авторегрессии порядка 1 (AR(1)) с изменяющимися со временем параметрами $\beta_{0,t}$ (точка пересечения графика с вертикальной осью) и $\beta_{1,t}$ (коэффициент наклона графика r_t к горизонтальной оси); β_2 — параметр риск-премии в условно гетероскедастичной модели; ν_i — мера изменчивости параметров $\beta_{i,t}$; α_0 — безусловное значение волатильности; α_1 — мера влияния шоков (скачков) на волатильность; α_2 — мера продолжительности данного шока.

Это модель довольно общая, поскольку она включает в себя, как особый случай, модель, в которой любой или оба коэффициента $\beta_{0,t}$ и $\beta_{1,t}$ не зависят от времени, т. е. $\beta_{0,t} = \beta_0$ и/или $\beta_{1,t} = \beta_1$.

Фильтр Калмана

Описание процесса для оценивания в общем случае

Рассмотрим линейную, дискретную во времени динамическую систему, описываемую уравнениями (11) и (13) (так называемая модель пространства состояний) (Bishop, Welch, 2001). Понятие *состояние* является основным в этом описании. Вектор состояний (или просто состояние), обозначаемый через $\mathbf{x}_k$, определяется как минимальный набор данных, достаточный для того, чтобы однозначно описать динамическое поведение системы. Другими словами, состояние системы — это наименьший объем данных о поведении системы в прошлом, необходимый для предсказания ее поведения в будущем. Как правило, вектор состояний $\mathbf{x}_k$ неизвестен. Для его оценки используется вектор наблюденных данных, обозначаемый через $\mathbf{y}_k$.

1) Уравнение процесса

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_{k+1,k}\mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k, \tag{11}$$

где $\mathbf{A}_{k+1,k}$ — матрица перехода процесса из состояния $\mathbf{x}_k$ (в момент времени k) в состояние $\mathbf{x}_{k+1}$. Предполагается, что шум $\mathbf{w}_k$ процесса является аддитивным (шум, образуемый несколькими источниками помех), белым и гауссовым с нулевым средним и матрицей ковариаций

$$E[\mathbf{w}_i \mathbf{w}_j^T] = \begin{cases} \mathbf{Q}_k, \text{ при } i = j, \\ \mathbf{0}, \text{ при } i \neq j. \end{cases} \tag{12}$$

Размерность пространства состояний обозначается через M.

2) Уравнение измерения

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \tag{13}$$

где $\mathbf{y}_k$ — вектор наблюдений в момент времени k; $\mathbf{H}_k$ — матрица преобразования, описывающая связь наблюдаемых величин с оцениваемыми параметрами. Предполагается, что шум наблюдений $\mathbf{v}_k$ является аддитивным, белым и гауссовым с нулевым средним и ковариационной матрицей

$$E[\mathbf{v}_i \mathbf{v}_j^T] = \begin{cases} \mathbf{R}_k, \text{ при } i = j, \\ \mathbf{0}, \text{ при } i \neq j. \end{cases} \tag{14}$$

Более того, ошибки измерений $\mathbf{v}_k$ некоррелированы с ошибками процесса $\mathbf{w}_k$. Размерность пространства измерений обозначается через N.

Задача фильтрации Калмана, а именно задача нахождения оптимального совместного решения уравнений процесса и уравнений измерений для неизвестного состояния, может быть сформулирована следующим образом.

Используя всю известную наблюдаемую информацию, состоящую из векторов $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \ldots, \mathbf{y}_k$ для каждого $k \geqslant 1$, найти оценку с минимальной среднеквадратической ошибкой для вектора состояний $\mathbf{x}_k$.

Оптимальность оценок

Прежде чем перейти к выводу алгоритма дискретного фильтра Калмана для получения оценок динамической бета в модели тестирования на эволюционирующую эффективность, проведем обзор основных понятий оптимального оценивания. Для упрощения этот обзор будет представлен в контексте скалярных случайных величин. Предположим, дана наблюденная величина

$$y_k = x_k + v_k,$$

где x_k — некоторая неизвестная величина; v_k — аддитивная шумовая компонента. Пусть $\hat{x}_k$ обозначает эмпирическую оценку параметра x_k, построенную по выборке $y_1, y_2, \ldots, y_k$. В общем случае оценка $\hat{x}_k$ отлична от неизвестного параметра x_k. Для получения этой оценки оптимальным способом необходима функция потерь для ошибочных оценок, которая является мерой различия наблюдаемых и «предсказываемых» данных. Функция потерь должна удовлетворять двум требованиям:

– функция потерь неотрицательна;

– функция потерь является неубывающей функцией погрешности оценивания $\tilde{x}_k$

$$\tilde{x}_k = x_k - \hat{x}_k.$$

Этим требованиям удовлетворяет средний квадрат ошибки

$$J_k = E[(x_k - \hat{x}_k)^2] = E[\tilde{x}_k^2].$$

Зависимость функции потерь J_k от времени k подчеркивает нестационарную природу рекурсивного процесса оценивания.

Оптимальное значение оценки $\hat{x}_k$ может быть получено на основе двух теорем из теории случайных процессов: теореме об оценке условного математического ожидания и теореме о принципе ортогональности.

Вывод фильтра Калмана

Предположим, что для линейной динамической системы, описываемой уравнениями (11) и (13), произведено наблюдение в момент времени k. Требуется, используя информацию, содержащуюся в новом наблюдении $\mathbf{y}_k$, улучшить оценку неизвестного параметра $\mathbf{x}_k$. Обозначим через $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ априорную оценку вектора состояний, которая уже доступна на момент k. Апостериорную (эмпирическую) оценку $\hat{\mathbf{x}}_k$ можно представить как линейную комбинацию погрешности априорной оценки и нового наблюдения

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{K}_k^{(1)}\hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k\mathbf{y}_k, \tag{15}$$

где сомножители $\mathbf{K}_k^{(1)}$ и $\mathbf{K}_k$ еще предстоит найти. Чтобы найти эти две матрицы, воспользуемся принципом ортогональности. Вектор ошибок оценивания вектора состояний определяется следующим образом:

$$\tilde{\mathbf{x}}_k = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k. \tag{16}$$

Применяя принцип ортогональности, имеем

$$E[\tilde{\mathbf{x}}_k\mathbf{y}_i^T] = \mathbf{0},\ i = 1, 2, ..., k-1. \tag{17}$$

Подставляя (13), (15) и (16) в (17), получим

$$E[(\mathbf{x}_k - \mathbf{K}_k^{(1)}\hat{\mathbf{x}}_k^- - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k\mathbf{x}_k - \mathbf{K}_k\mathbf{w}_k)\mathbf{y}_i^T] = \mathbf{0},\ i = 1, 2, ..., k-1. \tag{18}$$

Поскольку шум процесса $\mathbf{w}_k$ и шум измерения $\mathbf{v}_k$ некоррелированы, то $E[\mathbf{w}_k\mathbf{y}_i^T] = \mathbf{0}$. Используя это и преобразуя (16), получим

$$E[\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k - \mathbf{K}_k^{(1)})\mathbf{x}_k\mathbf{y}_i^T + \mathbf{K}_k^{(1)}(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^-)\mathbf{y}_i^T] = \mathbf{0}, \tag{19}$$

где $\mathbf{I}$ — единичная матрица.

Также из принципа ортогональности следует, что $E[(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^-)] = \mathbf{0}$. В соответствии с этим уравнение (19) может быть упрощено:

$$(\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k - \mathbf{K}_k^{(1)})E[\mathbf{x}_k\mathbf{y}_i^T] = \mathbf{0},\ i = 1, 2, ..., k-1. \tag{20}$$

Для произвольных значений вектора состояний $\mathbf{x}_k$ и вектора наблюдений $\mathbf{y}_k$ равенство (20) выполняется, только если масштабные множители $\mathbf{K}_k^{(1)}$ и $\mathbf{K}_k$ удовлетворяют следующему соотношению

$$(\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k - \mathbf{K}_k^{(1)}) = \mathbf{0}, \text{ что эквивалентно}$$

$$\mathbf{K}_k^{(1)} = \mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k. \tag{21}$$

Подставляя (21) в (15), получим выражение для апостериорной оценки состояния в момент времени k в следующем виде

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k(\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k\hat{\mathbf{x}}_k^-), \tag{22}$$

здесь матрица $\mathbf{K}_k$ называется приращением Калмана, или функцией Калмана.

Теперь остается решить задачу вывода формулы для $\mathbf{K}_k$ в явном виде. Согласно принципу ортогональности, имеем

$$E[(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)\mathbf{y}_k^T] = \mathbf{0}, \tag{23}$$

откуда следует

$$E[(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)\hat{\mathbf{y}}_k^T] = \mathbf{0}, \tag{24}$$

где $\hat{\mathbf{y}}_k^T$ — оценка $\mathbf{y}_k$, построенная по предыдущим наблюдениям $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, ..., \mathbf{y}_{k-1}$.

Определим процесс инновации как

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_k. \tag{25}$$

Процесс инновации представляет собой меру «новизны» информации, содержащейся в $\mathbf{y}_k$. Его можно переписать в виде

$$\hat{\mathbf{y}}_k = \mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k\hat{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{H}_k\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k - \mathbf{H}_k\hat{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{H}_k\tilde{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{v}_k. \tag{26}$$

Вычитая (23) из (22) и учитывая (24), получим

$$E[(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)\tilde{\mathbf{y}}_k^T] = \mathbf{0}. \tag{27}$$

Используя (13) и (23), можно записать выражение для вектора ошибок оценивания состояний в следующем виде

$$\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k = \tilde{\mathbf{x}}_k^- - \mathbf{K}_k(\mathbf{H}_k\tilde{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{v}_k) = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k)\tilde{\mathbf{x}}_k^- - \mathbf{K}_k\mathbf{v}_k. \tag{28}$$

Далее, подставляя (26) и (27) в (28), получим

$$E[\{(\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k)\tilde{\mathbf{x}}_k^- - \mathbf{K}_k\mathbf{v}_k\}(\mathbf{H}_k\tilde{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{v}_k)] = \mathbf{0}. \tag{29}$$

Поскольку шум наблюдений $\mathbf{v}_k$ не зависит от состояния $\mathbf{x}_k$, а значит, от погрешности $\tilde{\mathbf{x}}_k^-$, то (29) принимает вид

$$(\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k)E[\tilde{\mathbf{x}}_k^-\tilde{\mathbf{x}}_k^{T-}]\mathbf{H}_k - \mathbf{K}_kE[\mathbf{v}_k\mathbf{v}_k^T] = \mathbf{0}. \tag{30}$$

Определим ковариационную матрицу погрешности априорной оценки

$$\mathbf{P}_k^- = E[(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^-)(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)^T] = E[\tilde{\mathbf{x}}_k^-\tilde{\mathbf{x}}_k^{T-}]. \tag{31}$$

Далее, учитывая определения ковариаций (14) и (31), перепишем (30) в виде

$$(\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k)\mathbf{P}_k^-\mathbf{H}_k - \mathbf{K}_k\mathbf{R}_k = \mathbf{0}.$$

Решая это уравнение относительно $\mathbf{K}_k$, получим искомую формулу для расчета функции Калмана, определяемой в терминах ковариационной матрицы $\mathbf{P}_k^-$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^-\mathbf{H}_k^T[\mathbf{H}_k\mathbf{P}_k^-\mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k]^{-1}. \tag{32}$$

Заметим, что если в (32) ковариационная матрица $\mathbf{R}_k$ шумов наблюдений стремится к нулю, то функция Калмана $\mathbf{K}_k$, которая является, по сути, весовым коэффициентом в уравнении (22), придает случайным остаткам больший вес:

$$\lim_{\mathbf{R}_k \to 0} \mathbf{K}_k = \mathbf{H}_k^{-1}.$$

С другой стороны, по мере того как ковариационная матрица погрешности априорной оценки $\mathbf{P}_k^-$ стремится к нулю, функция Калмана $\mathbf{K}_k$ придает случайным остаткам меньший вес:

$$\lim_{\mathbf{P}_k^- \to 0} \mathbf{K}_k = \mathbf{0}.$$

Этот факт можно интерпретировать следующим образом. По мере того как ковариационная матрица $\mathbf{R}_k$ шумов наблюдений стремится к нулю, реальному наблюдению $\mathbf{y}_k$ следует «верить» все больше и больше, в то время как предсказываемому значению $\mathbf{H}_k\hat{\mathbf{x}}_k^-$ стоит «верить» все меньше и меньше. Для матрицы $\mathbf{P}_k^-$ рассуждения аналогичны с точностью до наоборот.

В завершение рекурсивной процедуры получения оценок рассмотрим процесс развития (изменения) во времени ковариационных матриц ошибок оценивания. Исследование этого процесса изменения включает в себя два этапа вычислений (Ширяев, Баев, Ширяев, 2006).

1. Ковариационная матрица погрешности априорной оценки $\mathbf{P}_k^-$ в момент времени k определяется уравнением (31). На основе $\mathbf{P}_k$ вычисляется ковариационная матрица погрешности апостериорной оценки

$$\mathbf{P}_k = E[\tilde{\mathbf{x}}_k\tilde{\mathbf{x}}_k^T] = E[(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)^T]. \quad (33)$$

2. На основании «старой» ковариационной матрицы $\mathbf{P}_{k-1}$ ошибок апостериорных оценок вычисляется «обновленная» ковариационная матрица $\mathbf{P}_k^-$ погрешности априорной оценки.

Приступим к первому этапу вычислений. Подставим (28) в (33) и заметим, что процесс ошибок $\mathbf{v}_k$ не зависит от вектора ошибок $\tilde{\mathbf{x}}_k^-$ априорных оценок. Таким образом, получим

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k)E[\tilde{\mathbf{x}}_k^-\tilde{\mathbf{x}}_k^{T-}](\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k)^T + \mathbf{K}_k E[\mathbf{v}_k\mathbf{v}_k^T]\mathbf{K}_k^T =$$
$$= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k)\mathbf{P}_k^-(\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k)^T + \mathbf{K}_k\mathbf{R}_k\mathbf{K}_k^T. \quad (34)$$

Раскрывая скобки в (34) и затем используя (32), можем переформулировать зависимость ковариационной матрицы $\mathbf{P}_k$ ошибок апостериорных оценок от ковариационной матрицы $\mathbf{P}_k^-$ ошибок априорных оценок в упрощенном виде

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k)\mathbf{P}_k^- - (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k)\mathbf{P}_k^-\mathbf{H}_k^T\mathbf{K}_k^T + \mathbf{K}_k\mathbf{R}_k\mathbf{K}_k^T =$$
$$= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k)\mathbf{P}_k^- - \mathbf{K}_k\mathbf{R}_k\mathbf{K}_k^T + \mathbf{K}_k\mathbf{R}_k\mathbf{K}_k^T = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k)\mathbf{P}_k^-. \quad (35)$$

Приступим ко второму этапу вычислений. Сперва заметим, что априорная оценка вектора состояний определяется в терминах «старой» апостериорной оценки

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{A}_{k,k-1}\hat{\mathbf{x}}_{k-1}. \quad (36)$$

Используя уравнения (11) и (36), представим вектор ошибок априорных оценок в еще одной форме

$$\tilde{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^- = (\mathbf{A}_{k,k-1}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1}) - (\mathbf{A}_{k,k-1}\hat{\mathbf{x}}_{k-1}) =$$
$$= \mathbf{A}_{k,k-1}(\mathbf{x}_{k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k-1}) + \mathbf{w}_{k-1} = \mathbf{A}_{k,k-1}\tilde{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1}. \quad (37)$$

Соответственно, используя уравнения (37) и (31) и заметив, что шум $\mathbf{w}_k$ не зависит от $\tilde{\mathbf{x}}_{k-1}$, получим

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{A}_{k,k-1}E[\tilde{\mathbf{x}}_{k-1}\tilde{\mathbf{x}}_{k-1}^T]\mathbf{A}_{k,k-1}^T + E[\mathbf{w}_{k-1}\mathbf{w}_{k-1}^T] = \mathbf{A}_{k,k-1}\mathbf{P}_{k-1}\mathbf{A}_{k,k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1}. \quad (38)$$

Это уравнение определяет зависимость ковариационной матрицы ошибок априорных оценок от «старой» ковариационной матрицы ошибок апостериорных оценок.

На основании уравнений (36), (38), (32), (22) и (35) можно подвести итоги рекурсивной процедуры оценивания неизвестного вектора состояний (см. табл.).

Таблица

Итоги вывода процедуры фильтрации Калмана

Модель пространства состояний $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_{k+1,k}\mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k,$ $\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k,$ где $\mathbf{w}_k$ и $\mathbf{v}_k$ — независимые нормальные случайные остатки (шумы) с нулевым средним и матрицами ковариаций $\mathbf{Q}_k$ и $\mathbf{R}_k$, соответственно.
Начальные условия: для $k = 0$ задаются начальные значения оценки неизвестного параметра $\hat{\mathbf{x}}_0$ и матрицы ковариаций погрешности начальной оценки $\mathbf{P}_0$.
Вычисление: при $k = 1, 2, ...$ вычисляются: Оценка состояния $\hat{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{A}_{k,k-1}\hat{\mathbf{x}}_{k-1};$ Ковариация ошибок $\mathbf{P}_k^- = \mathbf{A}_{k,k-1}\mathbf{P}_{k-1}\mathbf{A}_{k,k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1};$ Матрица Калмана $\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^-\mathbf{H}_k^T[\mathbf{H}_k\mathbf{P}_k^-\mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k]^{-1};$ Обновление оценок состояния $\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k(\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k\hat{\mathbf{x}}_k^-);$ Обновление ковариационной матрицы погрешности $\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k)\mathbf{P}_k^-.$

Блок-схема исследуемой дискретной линейной динамической системы, модели измерения и дискретного фильтра Калмана описана в работе (Mohinder, Grewal, Angus, 2001).

Подробная блок-схема, описывающая алгоритм дискретного фильтра Калмана для получения оценок линейной динамической системы, представлена на рис. 1.

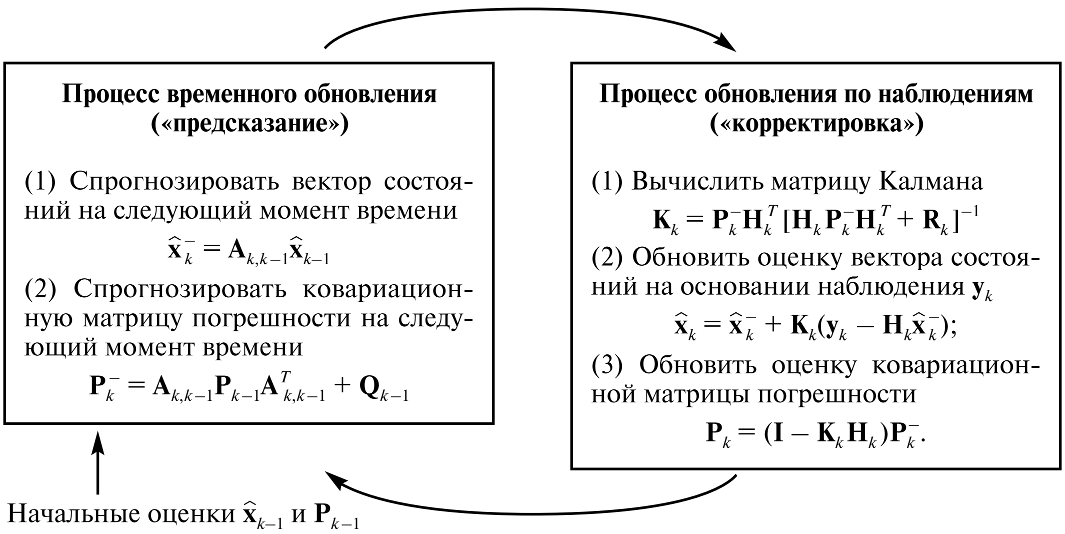

Рис. 1. Блок-схема алгоритма дискретного фильтра Калмана

Эмпирические результаты

Как уже подчеркивалось, цель этой главы состоит в том, чтобы эмпирически определить, стал ли российский фондовый рынок менее автокоррелированным, что можно было бы интерпретировать как условие возрастающей слабой эффективности этого рынка. Кроме того, описанная модель позволяет проверить, влияют ли на российский фондовый рынок макро- и качественные факторы, а также наблюдается ли какое-либо присутствие рисковой премии. В работе используется главный фондовый индекс российского фондового рынка — индекс РТС.

Российский фондовый индекс: описание данных

Использованы ежедневные данные, индекс Российской торговой системы (РТС) с 1 сентября 1995 г. по 20 апреля 2007 г. (всего 2904 значения). Ежедневный индекс РТС — это официальный индикатор биржи, вычисляемый с 1 сентября 1995 г., это базовый показатель развития российского фондового рынка. В список индекса входят 50 обыкновенных и привилегированных акций крупнейших и наиболее ликвидных российских компаний. Индекс вычисляется каждые 30 минут во время торговой сессии на основе информации о завершенных торгах по наиболее ликвидным акциям, из которых состоит РТС. Индекс РТС публикуется на сайте www.rts.ru, где дано подробное описание методологии вычисления индекса.

Последние несколько лет индекс РТС де-факто является наиболее важным фактором всего российского рынка ценных бумаг для большинства участников рынка. Это связано с большим оборотом на Российской фондовой бирже и с большим числом облигаций в списке РТС. Информация об индексе РТС регулярно появляется в средствах массовой информации и на сайте РТС. Значения индекса представлены на рис. 2.

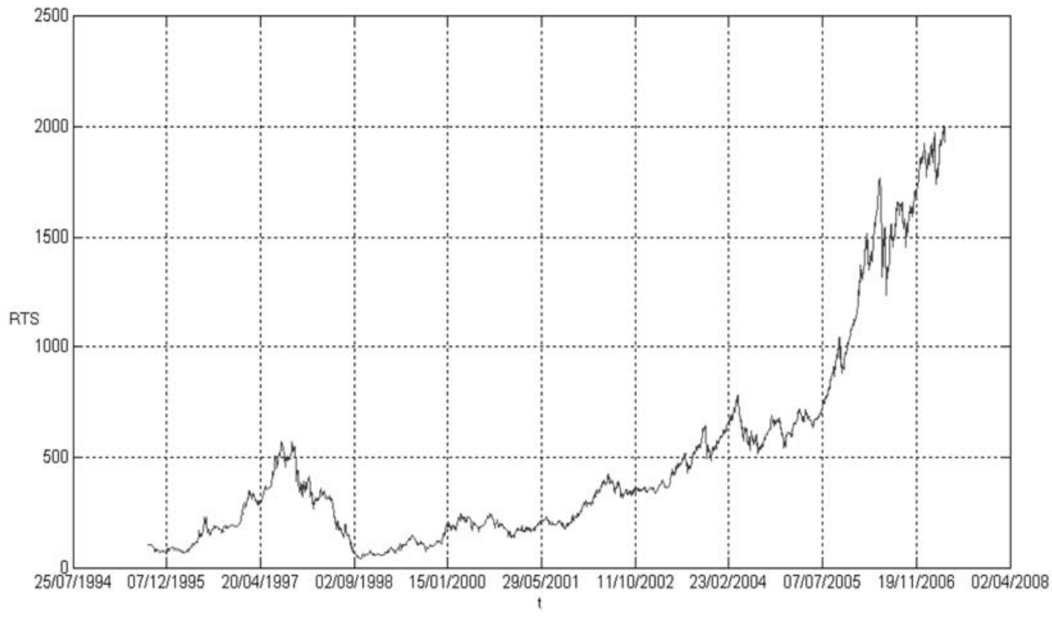

Рис. 2. Динамика значений долларового индекса РТС

Получение оценок

В предыдущем разделе были выведены формулы для рекуррентной процедуры получения оценок методом фильтрации Калмана. Это был классический фильтр Калмана для получения оценок неизвестных параметров некоторой модели, параметры которой не меняются со временем. Для оценивания модели тестирования российского фондового рынка на эволюционирующую эффективность (ТЭЭ) необходимо изменить алгоритм фильтрации Калмана таким образом, чтобы учитывать динамическую структуру неизвестных параметров β_{0t} и β_{1t} модели (8)—(10). На рис. 3 изображена подробная блок-схема, описывающая алгоритм дискретного фильтра Калмана для получения оценок модели ТЭЭ.

В рамках модели (8)—(10) вектором состояний является вектор $\boldsymbol{\beta}^T = (\beta_{0t}, \beta_{1t}, \beta_2)$, вектором наблюдений — вектор $\mathbf{r}^T = (r_1, ..., r_N)$. Вектор преобразований, описывающий связь наблюдаемых величин с оцениваемыми параметрами, имеет вид $\mathbf{H}^T = (1, r_{t-1}, h_t)$. В нашем случае системная матрица $\mathbf{A} = \mathbf{I}$. Модель пространства состояний запишется тогда в следующем виде

$$\boldsymbol{\beta}_t = \mathbf{I}\boldsymbol{\beta}_{t-1} + \boldsymbol{\eta}_t;\ \boldsymbol{\eta}_t^T = (\eta_{0t}, \eta_{1t}, 0);$$
$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 h_{t-1} + \alpha_2 e_{t-1}^2;$$
$$r_t = \mathbf{H}_t \boldsymbol{\beta}_t + e_t;$$

где $\eta_{i,t}$, $i = 0, 1$ и e_t — независимые нормальные случайные остатки (шумы) с нулевым средним и матрицей ковариаций $\mathbf{Q}$ и дисперсией $R_t = h_t$, соответственно.

Рис. 3. Блок-схема алгоритма дискретного фильтра Калмана для получения оценок параметров модели (8)—(10)

Для того чтобы этот рекурсивный алгоритм заработал, необходимо задать начальные априорные вектор состояния $\hat{\boldsymbol{\beta}}_0$ и ковариационную матрицу $\mathbf{P}_0$. Поскольку они могут не совпадать с истинными значениями этих характеристик состояния динамической системы, то эти неверно заданные начальные условия изначально дадут искаженную оценку оцениваемого вектора состояния. Поскольку формирующий фильтр предполагается асимптотически устойчивой системой, постепенно влияние начальных условий сойдет на нет и фильтр будет работать устойчиво.

В качестве начальной оценки неизвестного вектора состояний выберем оценку вектора $\boldsymbol{\beta}$ по методу максимального правдоподобия, полученную с помощью пакета EViews по 2904 наблюдениям. Результаты оценки стандартной обобщенной авторегрессионной условно гетероскедастичной в среднем (GARCH-M) модели представлены в приложении.

Полученные МП-оценки неизвестных параметров GARCH-M модели с зависимыми от времени параметрами (8)—(10) имеют следующие значения: $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{0,0} = 0{,}001012$ — начальная оценка свободного члена в уравнении (8); $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{1,0} = 0{,}134009$ — начальная оценка коэффициента при AR(1)-компоненте; $\hat{\boldsymbol{\beta}}_2 = -1{,}401309$ — оценка постоянного коэффициента при GARCH-компоненте; оценки стандартных отклонений параметров $\beta_{0,t}$ и $\beta_{1,t}$, соответственно: $\hat{v}_0 = 0{,}000226$, $\hat{v}_1 = 0{,}020272$; оценки неизвестных постоянных во времени параметров уравнения вариации (9): $\hat{\alpha}_0 = 0{,}00000376$ — оценка свободной константы; $\hat{\alpha}_1 = 0{,}798066$ — оценка коэффициента при GARCH-компоненте; $\hat{\alpha}_2 = 0{,}188735$ — оценка коэффициента при ARCH-компоненте.

Далее, нужно задать начальные значения ковариационной матрицы $\mathbf{P}_0$. Если бы мы были абсолютно уверены, что выбранные нами начальные значения вектора состояний $\hat{\boldsymbol{\beta}}_0$ верны, то мы бы положили элементы матрицы $\mathbf{P}_0$ равными нулю. Однако, учитывая неуверенность в точности начальных значений вектора состояний, выбор $\mathbf{P}_0$ как нулевой ковариационной матрицы может привести к тому, что фильтр изначально и на всем этапе процедуры оценивания будет «верить» в начальное значение $\hat{\boldsymbol{\beta}}_0$. Известно, что выбор альтернативного значения $\mathbf{P}_0$ не столь критичен. Можно выбрать практически любое значение $\mathbf{P}_0 \neq 0$, и фильтр все равно в конечном счете даст оценку сходимости исследуемого параметра. Для тестирования выберем $\mathbf{P}_0 = \begin{pmatrix} 0.00001 & 0 & 0 \\ 0 & 0.00001 & 0 \\ 0 & 0 & 0.00001 \end{pmatrix}$.

В качестве начального значения условной дисперсии h_t выберем $h_0 = 0{,}001$. Тогда начальное значение e_t может быть сгенерировано с помощью встроенной функции системы MatLab 7.1 как случайная величина $e_0 \sim N(0, h_0)$.

Эмпирические результаты теста на эффективность и анализ полученных результатов

Представим в виде графиков результаты оценки уравнений (8)—(10) с помощью фильтра Калмана по данным для индекса РТС. Алгоритм процедуры фильтрации Калмана для данной модели программно реализован в пакете MatLab 7.1 в виде трех программных модулей (m-файлов).

Модель ТЭЭ позволяет измерить влияние макрофакторов и присутствие автокорреляции посредством зависящих от времени параметров $\beta_{i,t} = \beta_{i,t-1} + \eta_{i,t}$, где $\eta_{i,t} \sim N(0, v_i^2)$, $i = 0, 1$.

Следует отметить, что проверка случая $v_i = 0$ включает в себя нестандартные статистики, следовательно, соответствующие этому случаю стандартные ошибки незначимы. Кроме того, если $v_i = 0$, то очевидно, что соответствующий параметр постоянен, и для проверки того, отличен ли β_i статистически от нуля, можно использовать стандартный критерий Стьюдента. Если $v_i \neq 0$, тогда соответствующий коэффициент зависит от времени и можно оценить его значение для каждого временного периода.

На рис. 4 представлена зависимость коэффициента $\beta_{1,t}$ от времени. На рис. 5 представлена зависимость коэффициента $\beta_{0,t}$ от времени.

На рис. 7 представлена зависимость от времени ошибок наблюдения e_t и дисперсии шума наблюдения h_t.

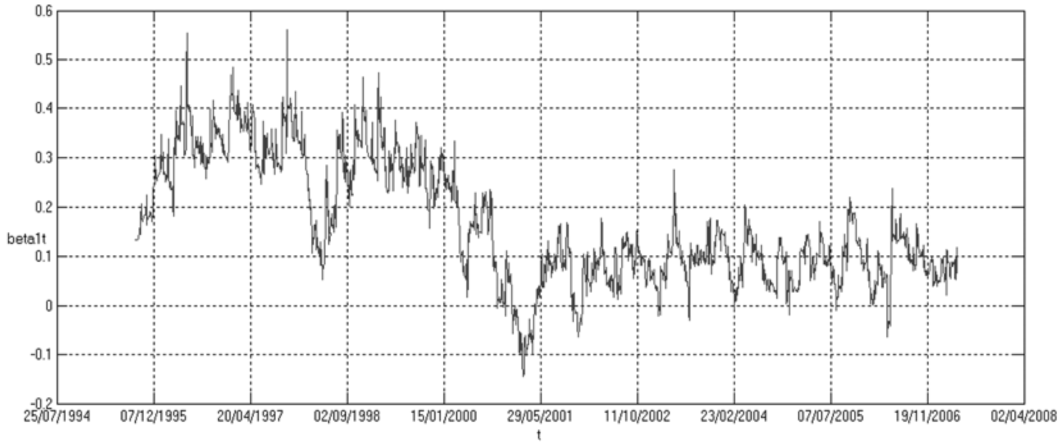

Рис. 4. Оценки $\beta_{1,t}$, являющиеся мерой, зависящей от времени предсказуемости для долларового индекса РТС

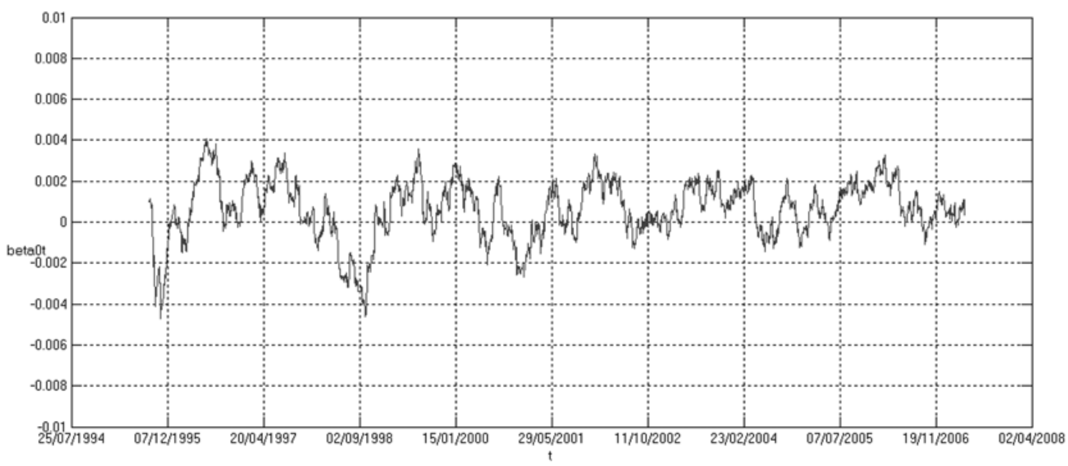

Рис. 5. Оценки $\beta_{0,t}$, являющиеся мерой влияния макрофакторов и неизмеряемых факторов на долларовый индекс РТС

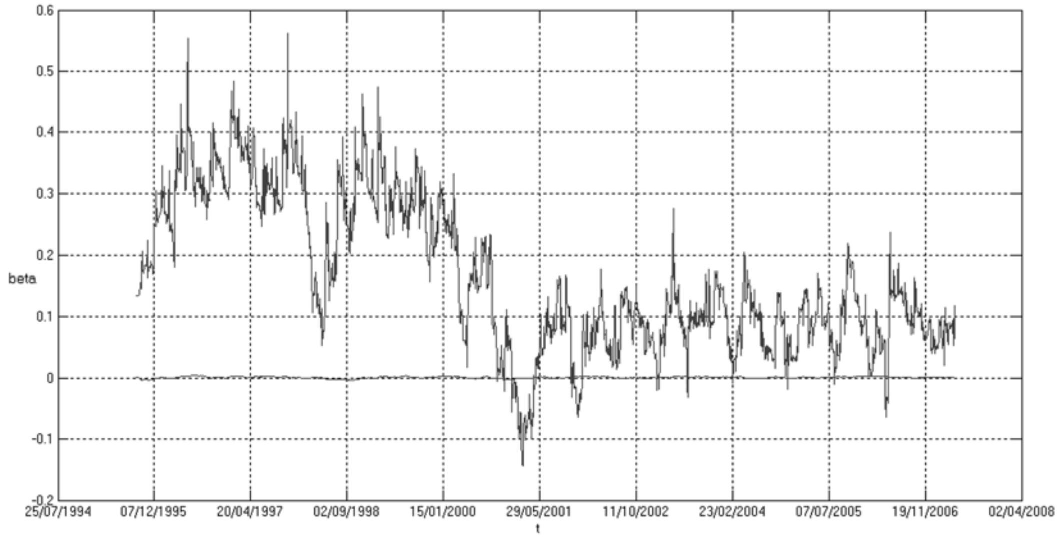

Рис. 6. Оценки $\beta_{0,t}$ **и** $\beta_{1,t}$

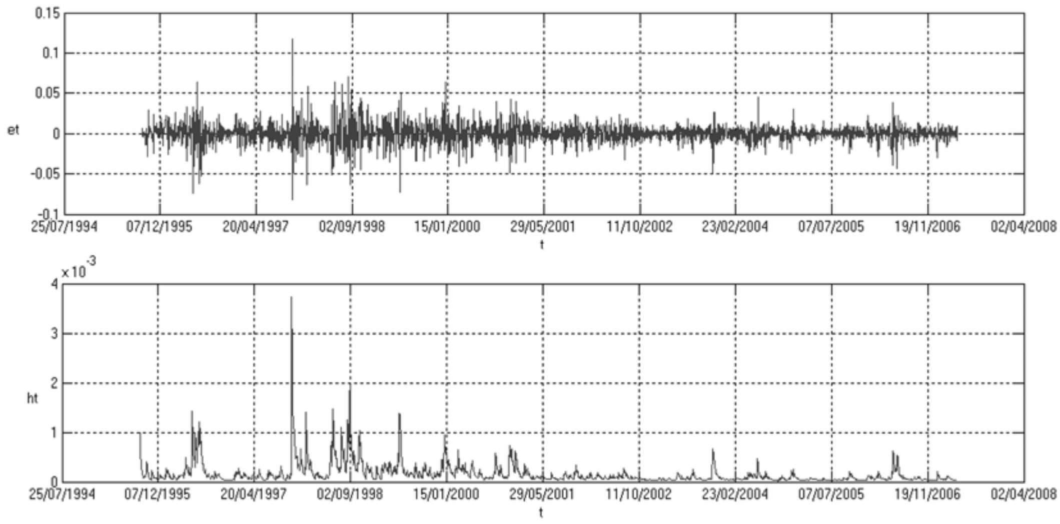

Рис. 7. Оценки ошибок наблюдения e_t **и дисперсии шума наблюдения** h_t

Рассмотрим коэффициент $\beta_{0,t}$. В наших экспериментах мы основывались на том очевидном факте, что $\beta_{0,t} = \beta_0$ при вариации $\beta_{0,t}$, равной нулю. Можно заключить, что значимость этого параметра зависит от значения стандартного отклонения. Из приложения и рис. 6 и 7 видно, что β_0 не оказывает влияния на индекс РТС. В нашей модели этот параметр отображает макроэффекты и влияние неизмеряемых факторов (таких как политические события, внешние потрясения). Таким образом, очевидно, что эти факторы не влияют на рынки ценных бумаг, если ограничиться рассмотрением индекса РТС наиболее ликвидных активов, но они могут оказаться существенными, если используется более широкий индекс.

В рассматриваемой модели параметр β_2, представляющий параметр премии за риск в условной модели, по своему строению не зависит от времени, поэтому его оценка и стандартная ошибка могут быть найдены стандартным способом, в частности методом максимального правдоподобия. Коэффициент оказывается статистически незначимым на 5%-ном уровне значимости для индекса РТС. Существование положительной риск-премии для этого индекса неочевидно.

Рассмотрим теперь коэффициент AR(1), т. е. зависящий от времени коэффициент наклона $\beta_{1,t}$. Его вариация для индекса РТС отлична от нуля (она равна 0,020272). Первый вывод, который можно сделать, — коэффициенты зависят от времени. На рис. 4 представлен график, где изображено развитие зависящего от времени коэффициента, который является мерой, зависящей от времени корреляции для индекса РТС. Основываясь на этом графике, можно сделать некоторые комментарии касательно интересной фондовой истории коэффициента.

Коэффициент на рис. 4 для индекса РТС начинает свою историю с большого значения (хотя и незначительно отличного от нуля), сохраняя его с эффективным постоянством вплоть до октября 1997 г. В ноябре 1997 г. значение коэффициента возрастает и остается довольно постоянным, хотя и статистически незначительным, до кризиса в августе 1998 г. Такое поведение коэффициента хорошо отражает историю Российского фондового рынка того периода. Первый кризис наступил, когда азиатский кризис дал импульс глобальному «бегству в качество» (перевод средств из каких-либо ценных бумаг в первоклассные ценные бумаги (голубые фишки, государственные облигации)) с рынков с сомнительными макроэкономическими условиями. Инвесторы продолжали уходить с российского рынка в январе 1998 г., но сильное вмешательство Центробанка, в свете давления на рубль, предотвратило валютный кризис и помогло рынку ценных бумаг восстановится к февралю — марту 1998 г. Позже, в марте 1998 г., политическая нестабильность (отставка премьер-министра) и падение цен на нефть с очевидным ударом по госбюджету негативно отразились на рынке ценных бумаг. В начале второго квартала 1998 г. давление валютного курса заставило Центробанк увеличить процентные ставки более чем вдвое. Более того, имели место раздувание доходов, рассуждения о долгах Международному валютному фонду, поспешность в выпуске евробондов, подорванная вера в существование зарубежного долга и настроение рынка. Таким образом, кризис в августе 1998 г., несомненно, не был неожиданным. Финансовая система страны была ощутимо парализована (отсрочка выплат по обязательствам, девальвация валюты более чем на 50%, прекращение валютных торгов на ММВБ). Обвал рынка ценных бумаг опустил индекс РТС на самый низкий уровень за 4 года существования (см. рис. 4).

Значительный рост значения $\beta_{1,t}$ — свидетельство последствий этого кризиса. После неактивного сентября (дневной объем торгов по индексу РТС снизился в конце сентября до планки 300 000 долл.) активность рынка возросла к середине октября и в ноябре 1998 г., когда рынок стал привлекать немногих храбрых инвесторов, желающих рискнуть, вложив в значительно недооцененные активы. Максимальное значение дневного оборота в этот период составило 6 млн долл., по сравнению со 100 млн долл. в августе 1997 г. Поскольку российский рынок был наименее успешным в 1998 г., то и в следующем году рынок начал свою работу в таком же малоактивном состоянии. Кроме того, на все развивающиеся рынки, включая российский, повлияла девальвация валюты в Бразилии. Вдобавок Россия переживала период гиперинфляции, слабого рубля, значительного спада производства и ослабленного внутреннего рынка.

Этот период глубокого кризиса, когда рынок был далек от какого-либо уровня эффективности, заканчивается в конце первого квартала 1999 г. Действительно, на рис. 6 $\beta_{1,t}$ является статистически значимым вплоть до падения в первом квартале 1999 г., что соответствует началу серьезного восстановления рынка:

к концу 1999 г. рынок восстановился после серьезных потерь от азиатского и августовского кризисов. Этот неожиданный подъем активности на российском фондовом рынке может быть объясним несколькими факторами: реструктуризация долга, затем значительный рост цен на нефть, соглашение в апреле 1999 г. между Правительством РФ и МВФ о замене старых долгов новыми, реструктуризация ГКО (государственные облигации) в июне. Рост графика кривой в июле и августе может быть объясним беспокойством по поводу возможного резкого роста американской процентной ставки, что ослабило бы позиции доллара, а также политическим беспорядком в связи с отставкой премьер-министра С. В. Степашина, которого заменил В. В. Путин. Волна бомбардировок (Югославии) в сентябре и обнародованный скандал вокруг банка Нью-Йорка отпугнули инвесторов от рынка ценных бумаг на некоторое время. Но в октябре хорошие новости (увеличение активного торгового сальдо, рост промышленности) вызвали быстрое восстановление темпов роста российских акций, что помогло вернуть на рынок как иностранных, так и отечественных инвесторов. Стремительно растущие цены на нефть, восстановление темпов роста в промышленном секторе, на который благотворно повлияло увеличение внутреннего спроса, а также удивительная стабильность на политической арене (как для В. В. Путина, так и для его союзников на парламентских выборах) плюс отставка Б. Н. Ельцина 31 декабря 1999 г. (в этот день был зарегистрирован рост рынка на 19,9%) — все эти факторы, в свою очередь, повлияли на неожиданно быстрое восстановление темпов роста российского рынка ценных бумаг и 1999 г. закончился с увеличением объема вложений на 250%. Поведение индекса и коэффициента в первом квартале 2000 г. очень похоже на поведение в конце 1999 г.

Начиная с 2000—2001 гг. ясно наблюдается тенденция коэффициента $\beta_{1,t}$ принимать значения, согласующиеся с требованием слабой эффективности, хотя и слегка завышенные, но в итоге снижающиеся к нулю. Фондовый рынок России в 2000 г. отреагировал как на проблемы в США (обвал акций технологических компаний), так и на финансовый кризис в Турции. Достигнув в марте 2000 г. 255 пунктов по индексу РТС, он в июне обвалился до 162 пунктов вместе с NASDAQ, о чем наглядно свидетельствует резкое отклонение от нуля параметра $\beta_{1,t}$ на рис. 6. Затем произошел новый рост — в августе индекс РТС вырос до 245, но затем в сентябре наступило новое снижение до 143 пунктов, уже вместе с Турцией.

Значительное отклонение параметра от нулевого значения в мае 2006 г. может быть объяснено влиянием на поведение индекса РТС совокупности факторов, главные из которых — это снижение цен на мировых рынках на металлы, а затем и на нефть, а также заявление главы Федеральной резервной системы США о возможном росте ставки рефинансирования вопреки ожидаемому снижению, как следствие этого заявления — значительный отток средств мировых инвесторов с рынков развивающихся стран (к которым относится и российский фондовый рынок) и перевод их в американские инструменты. В октябре 2006 г. также наблюдается рост коэффициента $\beta_{1,t}$, что может быть свидетельством последствия резкого снижения мировых цен на нефть из-за превышения предложения над спросом.

Подводя итоги, можно сказать, что при рассмотрении индекса РТС наиболее ликвидных акций становится очевидно, что рынку ценных бумаг потребовалось всего 2—3 года, чтобы стать довольно эффективным. Это изменение состояния рынка происходило достаточно плавно, начиная с конца 1998 г. Особенно заметно движение рынка к стадии эффективного, если сравнивать поведение коэффициента $\beta_{1,t}$ до и после 2001 г.

Источники

Магнус Я. Р., Катышев П. К., Пересецкий А. А. Эконометрика. Начальный курс. М., 2004.
Ширяев В. И., Баев И. А., Ширяев Е. В. Экономико-математическое моделирование управления фирмой. М., 2006.
Bishop G., Welch G. An Introduction to the Kalman Filter / Department of Computer Science, University of North Carolina at Chapel Hill, 2001.
Fama F., French R. The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence // CRSP Working Paper N 550; Tuck Business School Working Paper N 03—26. 2004. January.
Hall G. S., Urga G. Testing for ongoing efficiency in the Russian Stock Market // Journal Economics Letters. 2002. 14 May.
Haugen R. A. Modern Investment Theory. New Jersey, 1986.
Mohinder S. Grewal, Angus P. Andrews. Kalman Filtering and Neural Networks: Theory and Practice using MatLab. 2-nd edition. John Wiley & Sons, Inc., 2001.
Zalewska-Mitura A., Hall G. S. Examining the first stages of market performance: a test for evolving market efficiency // Journal Economics Letters. 1999. Vol. 64.
Zivot E. Introduction to Financial Econometrics. The Capital Asset Pricing Model. University of Washington, Department of Economics. 2000. March.

Приложение

Результаты получения оценок параметров уравнения авторегрессии порядка 1 (AP(1)) с зависящими от времени коэффициентами и GARCH-эффектами методом максимального правдоподобия

Dependent Variable: R
Method: ML — ARCH (Marquardt) — Normal distribution
Sample (adjusted): 2 2904
Included observations: 2903 after adjustments
Convergence achieved after 25 iterations
Variance backcast: ON
GARCH = C(4) + C(5)*RESID(–1)^2 + C(6)*GARCH(–1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
GARCH	–1.401309	2.268172	–0.617814	0.5367
C	0.001012	0.000226	4.479764	0.0000
AR(1)	0.134009	0.020272	6.610584	0.0000
		Variance Equation		
C	3.76E–06	3.84E–07	9.767044	0.0000
RESID(–1)^2	0.188735	0.010679	17.67320	0.0000
GARCH(–1)	0.798066	0.010198	78.25991	0.0000

R-squared	0.023322	Mean dependent var	0.000446
Adjusted R-squared	0.021636	S.D. dependent var	0.012126
S.E. of regression	0.011994	Akaike info criterion	–6.380105
Sum squared resid	0.416766	Schwarz criterion	–6.367759
Log likelihood	9266.722	F-statistic	13.835160
Durbin-Watson stat	1.962690	Prob(F-statistic)	0.000000
Inverted AR Roots	0.13		