Д. И. Шатров
бакалавр экономического факультета Санкт-Петербургского государственного университета

ЭКЗОГЕННЫЕ ФАКТОРЫ В МОДЕЛЯХ ГЛОБАЛЬНОЙ ВЕКТОРНОЙ АВТОРЕГРЕССИИ

Введение

В статье рассмотрены подходы к включению экзогенных факторов в моделях глобальной векторной авторегрессии (GVAR) и модификациях. Описанные в 2024 г. как «глобальные модели коррекции ошибок» («global error correction model») (Pesaran et al., 2004), GVAR используются для эконометрического анализа связей между национальными экономиками и воздействия на них внешних факторов.

Применение методологии GVAR как развития векторной авторегрессии позволяет в рамках одной модели на основе статистических данных производить количественную оценку последствий изменений в одной экономике для других, распространения экономических кризисов или иных процессов между странами. Такой инструментарий представляет интерес, поскольку, с одной стороны, за последние десятилетия выросла межнациональная экономическая интеграция, а с другой — современная вычислительная техника позволяет осуществлять объем расчетов, требуемый для оценки моделей глобальной векторной авторегрессии.

Вариативность моделей в рамках методологии GVAR весьма высока, однако учет экзогенных факторов сводится стандартно к введению в модель цены на нефть в качестве регрессора (Pesaran et al., 2004; Mohaddes et al., 2016).

Целью написания настоящей статьи является обоснование и применение в рамках методологии GVAR фиктивных страновых моделей (ФСМ) — наборов переменных, внешних по отношению к национальным (региональным) экономикам, включение которых в глобальную модель позволяет обеспечивать экзогенность соответствующих факторов относительно каждой из рассматриваемых экономик.

Содержание работы заключается в изложении основ методологии GVAR, особенностей наиболее новой в ее рамках на сегодняшний день модели байесовской глобальной векторной авторегрессии или B GVAR (Cuaresma et al., 2016) и практических аспектов расчетов с применением библиотеки «bgvar» (Boeck et al., 2020), а также использованных ранее и предлагаемого нового подходов к рассмотрению в моделях экзогенных факторов. Таким образом, помимо основной темы в статье изложены также практические аспекты применения актуальных инструментов методологии GVAR и специализированных программных продуктов. Еще одной отличительной особенностью настоящей статьи является включение российской экономики в страновую спецификацию построенных моделей: литература на русском языке или содержащая анализ экономики России с применением методологии GVAR долгое время была весьма ограничена.

DOI 10.31085/1814-4802-2024-20-3-144-32-52

Обзор литературы

Применение моделей глобальной векторной авторегрессии описано в статье Х. М. Песарана (Pesaran) и др. Подход к построению моделей сводится к включению в страновые VAR-модели предварительно взвешенных показателей остального мира, т. е. других стран (регионов), включенных в глобальную модель (Pesaran et al., 2004). Описаны функции импульсных откликов (GIRF) и разложение дисперсии ошибок прогнозирования (GFEVD) и их применение в глобальных моделях (Pesaran, Shin, 2001; Pesaran et al., 2004).

На основе модели глобальной векторной авторегрессии созданы модификации GVAR с использованием марковских цепей с переключением (regime-switching GVAR, RS-GVAR) (Binder, Gross, 2013), а также байесовского подхода к оценке коэффициентов модели как моментов случайных величин (Bayesian GVAR, B-GVAR) (Cuaresma et al., 2016). Последняя модификация использовалась в настоящей статье.

Круг прикладных задач, решавшихся с применением GVAR, включает моделирование межстранового распространения кредитного риска на ипотечном рынке (Buesa, 2021), инфляционных ожиданий (Feldkircher, Siklos, 2019), шоков во внешней торговле применительно к странам Центральной и Восточной Европы (Khan, 2020). Русскоязычные исследования на основе глобальной векторной авторегрессии характеризуются включением в модели стран бывшего СССР, таких как Россия (Зубарев, Кириллова, 2021; Зубарев, 2023; Шатров, 2024), Белоруссия (Пелипась и др., 2016). Эти страны долгое время не рассматривались в страновых спецификациях глобальных моделей ввиду ограниченности соответствующих макроэкономических рядов и нередко исключаются из моделей по сей день. Результаты GVAR-моделирования эффектов денежно-кредитной политики на российские регионы опубликованы в 2021 г. Банком России (ЦБ РФ, 2021).

Основной подход к включению в глобальную модель экзогенных факторов — добавление в одну из страновых моделей цены на нефть или аналогичного показателя (Pesaran, 2004, di Mauro et al., 2013). Некоторые авторы вводят в модель отдельные уравнения динамики рынка нефти (Mohaddes, Raissi, 2019; Зубарев, 2023).

Общая характеристика методологии GVAR

Идея построения глобальных векторных авторегрессионных моделей как совокупности «страновых» (country-specific) VARX-моделей на основе набора экономических показателей, в каждую из которых включаются взвешенные суммы показателей других «стран» (регионов или иных компонентов исследуемой сложной системы) как экзогенные переменные, сформулирована и обоснована в опубликованной в 2004 г. работе М. Х. Песарана (Pesaran) и др. (Pesaran et al., 2004).

Страновая VARX-модель в наиболее общем виде определяется следующим образом (Pesaran et al., 2004, p. 135):

$$x_{it} = a_{i0} + a_{i1}t + \sum_{s=1}^{p} \Phi_{is} x_{i,t-s} + \sum_{r=0}^{q} \Lambda_{ir} x^{*}_{i,t-r} + \sum_{s=0}^{f} \Theta_{s} d_{t-s} + \varepsilon_{it}, \qquad (1)$$

где x_{it} — вектор эндогенных переменных страновой модели i; x^{*}_{it} — слабо экзогенные («иностранные») переменные; d_t — общие экзогенные переменные (внешние по отношению ко всем страновым моделям); $i \in \{0,\ldots,N\}$ — экономика страны (региона), страновая модель; $t \in \{1,\ldots,T\}$ — момент времени; $\varepsilon_{it} \sim N(0,\Sigma_i)$ — ошибки.

Нумерация стран (регионов) начинается с нуля — нулем обозначается базовая экономика (например, США). Она служит базой расчета относительных показателей других регионов.

Далее для упрощения обозначений приведены соотношения в предположении о равенстве *p, q* между собой.

Для каждой страновой модели слабо экзогенные переменные получаются как взвешенные суммы экономических показателей иностранных экономик. Стандартным подходом является расчет весов как доли данной иностранной экономики во внешней торговле страны (Pesaran, 2004):

$$w_{ij} = \frac{EXP_{ij} + IMP_{ij}}{\sum_{k \neq i, k \in \{1,\ldots,N\}} \left(EXP_{ik} + IMP_{ik} \right)}, \tag{2}$$

где i — индекс рассматриваемой экономики в модели; $j \in \{1,\ldots,N\} \setminus \{i\}$ — индекс иностранной экономики; EXP_{ij} — экспорт страны i в страну j; IMP_{ij} — импорт страны i из страны j.

Возможны использование в качестве весовых коэффициентов движения капитала (Pesaran, 2004) или их численная оценка из задачи квадратичного программирования (Gross, 2010).

Образуемые из весовых коэффициентов w_{ij} матрицы W_i называются связующими («link matrices») и используются для записи глобальной модели, соответствующей данному набору страновых моделей, в терминах k_i, $i \in \{0,\ldots,N\}$ эндогенных переменных этих моделей. Из тождества $W_i \boldsymbol{x}_t = \begin{pmatrix} x_{it} \\ x^*_{it} \end{pmatrix}$ страновые модели записываются в виде глобальной модели (Pesaran et al., 2004, p. 132):

$$G\boldsymbol{x}_t = a_0 + a_1 t + \sum_{s=1}^{p} H_s \boldsymbol{x}_{t-s} + \sum_{s=0}^{f} \Theta_s \boldsymbol{d}_{t-s} + \varepsilon_t, \tag{3}$$

где

$a_0 = \begin{pmatrix} a_{00} \\ a_{10} \\ \vdots \\ a_{N0} \end{pmatrix}$ — столбец свободных членов в глобальной модели;

$a_1 = \begin{pmatrix} a_{01} \\ a_{11} \\ \vdots \\ a_{N1} \end{pmatrix}$ — коэффициенты перед линейным трендом в глобальной модели;

$\varepsilon_t = \begin{pmatrix} \varepsilon_{0t} \\ \varepsilon_{1t} \\ \vdots \\ \varepsilon_{Nt} \end{pmatrix}$ — ошибки;

$$G = \begin{pmatrix} \left(I_{k_0}, -\Lambda_{0,0}\right)W_0 \\ \left(I_{k_1}, -\Lambda_{1,0}\right)W_1 \\ \vdots \\ \left(I_{k_N}, -\Lambda_{N,0}\right)W_N \end{pmatrix}$$ — матрица глобальной модели;

$$H_s = \begin{pmatrix} \left(\Phi_{0,s}, \Lambda_{0,s}\right)W_1 \\ \left(\Phi_{1,s}, \Lambda_{1,s}\right)W_2 \\ \vdots \\ \left(\Phi_{N,s}, \Lambda_{N,s}\right)W_N \end{pmatrix}$$ — матрицы коэффициентов перед лагами эндогенных переменных.

Если матрица глобальной модели G не является вырожденной, то ее можно обратить и привести модель (3) к сокращенной форме («reduced-form GVAR») вида (Pesaran, 2004, p. 133):

$$\boldsymbol{x}_t = b_0 + b_1 t + \sum_{s=1}^{p} F_s \boldsymbol{x}_{t-s} + \sum_{s=0}^{f} \Xi_s \boldsymbol{d}_{t-s} + \boldsymbol{u}_t, \tag{4}$$

где
$b_i = G^{-1} a_i$, $i = 0, 1$;
$F_s = G^{-1} H_s$, $s = 1, p$;
$\Xi_s = G^{-1} \Theta_s$, $s = 1, f$;
$u_t = G^{-1} \varepsilon_t$;
$t = 1, \ldots, T$.

В частности, для $p = f = 1$ сокращенная форма модели выглядит следующим образом:

$$\boldsymbol{x}_t = b_0 + b_1 t + F_1 \boldsymbol{x}_{t-1} + \Xi_0 \boldsymbol{d}_t + \Xi_1 \boldsymbol{d}_{t-1} + \boldsymbol{u}_t. \tag{5}$$

Для сокращенной формы нетрудно записать ее решение как разностного уравнения:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}_{T+n} = F_1^n \boldsymbol{x}_T + \sum_{\tau=0}^{n-1} F_1^{\tau} \left(b_0 + b_1 \left(T + n - \tau\right)\right) + \\ + \sum_{\tau=0}^{n-1} F_1^{\tau} (\Xi_0 \boldsymbol{d}_{T+n-T} + \Xi_1 \boldsymbol{d}_{T+n-\tau-1}) + \sum_{\tau=0}^{n-1} F_1^{\tau} \boldsymbol{u}_{T+n-\tau}. \end{aligned} \tag{6}$$

Из выражений, аналогичных выражению (6), для произвольных p, f находятся распределения и прогнозные значения x_{T+n}. Свойства прогнозов подробно описаны в оригинальной статье о глобальных моделях (Pesaran et al., 2004, p. 134–135).

Соотношения вида (6) могут быть использованы для расчета обобщенных функций отклика на шоки («generalized impulse response function», GIRF), значения которой находятся как эффекты возмущения j-й компоненты вектора ошибок $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ на l-ю переменную в i-й страновой модели (Pesaran, Shin, 1998)

$$\boldsymbol{GI}_{\boldsymbol{x}}\left(n, \delta_{il}, I_{t-1}\right) = \mathbb{E}\left(\boldsymbol{x}_{t+n} | \varepsilon_{ilt} = \delta_{jl}, I_{t-1}\right) - \mathbb{E}\left(\boldsymbol{x}_{t+n} | I_{t-1}\right), \tag{7}$$

где n — горизонт прогнозирования; $I_{t-1} = (\boldsymbol{x}_t, \boldsymbol{x}_{t-1}, \ldots)$ — информационное множество (предыстория).

В предположении, что вектор ε_t является гауссовским и $\delta_{il} = \sqrt{\sigma_{ii,ll}}$, из формул (6) и (7) можно получить выражение для отклика на так называемый единичный шок («unit shock»), меру воздействия шока величиной в одну стандартную ошибку на значение x_{t+n}:

$$\boldsymbol{\Psi}_j^g(n) = \frac{1}{\sqrt{\sigma_{ii,ll}}} \boldsymbol{F}^n \boldsymbol{G}^{-1} \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{s}_j, \qquad n = 0,1,2, \tag{8}$$

где $\sigma^2_{ii,ll}$ — дисперсия ошибок уравнения l страновой модели i; Σ — ковариационная матрица вектора εt; sj — вектор выбора из нулей и единичной j-й координаты. Принятие дополнительного допущения о том, что экзогенные переменные dt глобальной модели описываются процессом VAR(1):

$$\boldsymbol{d_t} = \mu_d + \boldsymbol{\Phi_d} \boldsymbol{d_{t-1}} + \boldsymbol{\varepsilon_{dt}}\, \boldsymbol{\varepsilon_{dt}} \sim \boldsymbol{N(0, \Sigma_d)}, \tag{9}$$

где $\boldsymbol{\mu_d} \in \mathbb{R}^s$ — вектор констант; $\boldsymbol{\Phi_d} \in M_{\mathbb{R}}\left[s \times s\right]$ — матрица коэффициентов перед лагами зависимой переменной; $\boldsymbol{\varepsilon_{dt}} \in \mathbb{R}^s$ — вектор шоков экзогенных переменных; $\boldsymbol{\Sigma_d}$ — ковариационная матрица $\boldsymbol{d_t}$. Это позволяет записать GIRF для откликов на шоки экзогенных переменных (Pesaran et al., 2004, p. 137):

$$\begin{cases} \boldsymbol{GI}_{x:d_i}(0, \sigma_{d,ii}, I_{t-1}) = \dfrac{1}{\sqrt{\sigma_{d,ii}}} \boldsymbol{\Upsilon_0} \boldsymbol{\Sigma_d} \boldsymbol{s_i} \\ \boldsymbol{GI}_{x:d_i}(n, \sigma_{d,ii}, I_{t-1}) = \boldsymbol{F}\boldsymbol{GI}_{x:d_i}(n-1, \sigma_{d,ii}, I_{t-1}) + \dfrac{1}{\sqrt{\sigma_{d,ii}}} (\boldsymbol{\Upsilon_0} \boldsymbol{\Phi_d} + \boldsymbol{\Upsilon_1}) \boldsymbol{\Phi}_d^{n-1} \boldsymbol{\Sigma_d} \boldsymbol{s_i}, \quad n > 0 \end{cases}, \tag{10–11}$$

где $\sigma^2_{d,ii}$ — i-й диагональной элемент $\boldsymbol{\Sigma_d}$; Σ_d — ковариационная матрица $\boldsymbol{d_t}$.

Оценка GVAR осуществляется по страновым моделям с помощью метода наименьших квадратов (Pesaran et al., 2004, p. 137).

Байесовская модель векторной авторегрессии (B-GVAR)

Байесовская модификация модели глобальной векторной авторегрессии предложена в (Cuaresma et al., 2016). Использование B-GVAR, как и любой другой байесовской модели, требует дополнительных предположений об априорном распределении коэффициентов и дисперсии ошибок модели (Cuaresma et al., 2016, p. 1374).

Наборы коэффициентов i-й страновой модели в обозначениях могут быть записаны для матриц коэффициентов в обозначениях (1):

$$\Psi_i = (a_{i0}, a_{i1}, \Phi_{i1}, ..., \Phi_{ip}, \Lambda_{i0}, ..., \Lambda_{iq})^T. \tag{12}$$

Спецификация B-GVAR требует задания априорных распределений коэффициентов моделей. Авторы байесовской GVAR на примерах распространенных в прикладных исследованиях распределений (Cuaresma et al., 2016, p. 1379–1380) продемонстрировали рост точности прогнозирования в байесовской глобальной векторной авторегрессии относительно GVAR и отдельных страновых BVAR-моделей (Cuaresma et al., 2016, p. 1383–1388). Сравнение точности прогнозов между BVAR и VAR показывает лучшую результативность первых (Рудаковский, 2023).

Помимо коэффициентов, выбор априорного распределения осуществляется для страновых ковариационных матриц ошибок $\mathbf{\Sigma}_{it}$. Возможный подход к оцениванию страновых ковариационных матриц предполагает их разложение вида (13) (Carriero et al., 2019; Carriero at al., 2022):

$$\mathbf{\Sigma}_{it} = V_i D_{it} V_i^T, \quad (13)$$

где V_i — нижнетреугольная матрица с единицами на главной диагонали, D_{it} — диагональная матрица.

С помощью представления (13) реализуется разновидность алгоритма семплирования Гиббса, которая позволяет оценивать модели векторной авторегрессии с большим числом переменных и гетероскедастичностью (Carriero et al., 2022, p. 507). Процедура вычислений детально описана в (Carriero et al., 2019; Bognanni, 2022; Carriero et al., 2022).

Построение модели

Для построения модели B-GVAR была использована библиотека «bgvar», реализованная на языке R (Boeck at al., 2022). В отличие от пакета GVAR Toolbox[1] для MATLAB, «bgvar» не требует использования проприетарных программных продуктов, ставших недоступными[2] в России. При этом «bgvar» поддерживает основной инструментарий методологии GVAR (для байесовской модели), различные априорные распределения коэффициентов и даже априорное задание единичных корней в модели, что позволяет строить модель в уровнях (Boeck, 2022; Cimadomo, 2020). Для первичной обработки данных и интерполяции пропусков в них использована библиотека pandas[3] на языке программирования Python.

Модель байесовской глобальной векторной авторегрессии построена на квартальных статистических данных ОЭСР[4] (OECD Data, 2023) за 1999–2022 гг. о макроэкономических показателях четырнадцати регионов мира. Значения за первые два квартала 2023 г. исключены из выборки для оценки качества прогнозов модели.

Спецификация в регионах и показателях приведена в табл. 1. В скобках указаны коды регионов и показателей в модели.

Обменные курсы валют выражены в долларах США; соответствующий регрессор отсутствует в страновой модели для Соединенных Штатов. Некоторые другие ряды пропущены за отсутствием данных в базе ОЭСР. Еврозона включается в модели по состоянию до 1 января 2023 г., т. е. без учета присоединения Хорватии с 2023 г.

Экзогенные переменные в глобальной модели — цены на мировых товарных рынках по данным Международного валютного фонда[5].

Первая спецификация по экзогенности товарных цен опирается на подход, описанный в статье о GVAR (Pesaran et al., 2004, p. 144), где единственная экзогенная переменная — цена на нефть — предлагается к рассмотрению как эндогенная

[1] Global VAR Modelling Resources URL: https://www.econ.cam.ac.uk/people-files/emeritus/mhp1/GVAR/GVAR.html.

[2] MathWorks Response to Recent Sanctions. URL:https://www.mathworks.com/company/aboutus/policies_statements/recent-sanctions.html.

[3] pandas documentation. URL: https://www.pandas.pydata.org/docs/.

[4] Статистика ОЭСР. URL: https://stats.oecd.org/#.

[5] IMF Primary Commodity Prices. URL: Primary Commodity Price System — QUARTERLY — IMF Data.

Таблица 1

Страновая спецификация модели B-GVAR. Эндогенные переменные

Регион	Показатель						
	Выпуск (gdp)	Экспорт (ex)	Импорт (im)	Краткосрочная процентная ставка (i)	Обменный курс валюты (fx)	Индекс цен (pi)	Агрегат M2 (m)
Австралия (AU)	+	+	+	+	+	+	+
Бразилия (BR)	+	+	+	+	+	+	+
Канада (CA)	+	+	+	+	+	+	+
Швейцария (CH)		+	+	+	+	+	+
КНР (CN)		+	+	+	+	+	+
Еврозона (EA)	+	+	+	+	+	+	+
Израиль (IL)	+	+	+	+	+	+	+
Индия (IN)	+	+	+	+	+	+	+
Япония (JP)	+	+	+	+	+	+	+
Р. Корея (KR)	+	+	+	+	+	+	+
РФ (RU)	+	+	+	+	+	+	+
Турция (TR)	+	+	+		+	+	+
Великобритания (UK)	+	+	+	+	+	+	+
США (US)	+	+	+	+		+	+

в страновой модели США. В нашей модели к экономике США привязаны цены на нефть сорта Brent, на пшеницу и на никель, а к экономике Еврозоны — на природный газ и нефть WTI. Такая спецификация, с одной стороны, не противоречит идеям подхода, в рамках которого сформирована, так как отражает влияние американской экономики на глобальную с точки зрения товарных цен. Ввод переменных, эндогенных относительно экономики Еврозоны, позволяет учитывать ее воздействие на остальной мир и, в частности, способствует анализу в рамках B-GVAR российской экономики — для РФ Еврозона на протяжении наблюдаемого периода была более значимым торговым партнером, чем США.

Вторая спецификация позволяет превратить товарные цены в экзогенные показатели по отношению к каждой страновой модели и основана на идее «уравнения цены на нефть» («oil price equation») — ARDL-уравнения, в котором определяется цена на нефть (Mohaddes, Pesaran, 2016; Mohamad, Raissi, 2019).

Для моделирования связей между региональными экономиками и товарными ценами требуется только экзогенность относительно страновых моделей. Поэтому мы ввели во второй спецификации B-GVAR вместо ARDL-уравнений фиктивную страновой модели (ФСМ) как VAR-модель товарных цен. ФСМ позволяет отражать связи товарных цен с экономическими показателями и строить глобальную модель единообразно. Мировые цены становятся в такой спецификации экзогенными по отношению к региональным экономическим показателям (и наоборот) по построению B-GVAR. В ФСМ была включена цена нефти только одной марки — Brent.

Матрица весовых коэффициентов для B-GVAR получена из весов по внешней торговле, т. е. по формуле (2). Квартальные значения за 1999–2022 гг. усреднены для получения единой матрицы весов — она записана в табл. 2.

Здесь страны и регионы даны по строкам, а торговые партнеры по столбцам, то есть равны единице должны быть суммы по строкам.

Таблица 2

Матрица весовых коэффициентов (составлено по: ОЭСР)

Per.	AU	BR	CA	CH	CN	EA	IL	IN	JP	KR	RU	TR	UK	US
AU	0,000	0,006	0,014	0,011	0,298	0,145	0,003	0,040	0,199	0,085	0,003	0,004	0,050	0,143
BR	0,007	0,000	0,022	0,017	0,216	0,295	0,006	0,025	0,052	0,037	0,024	0,007	0,029	0,262
CA	0,004	0,007	0,000	0,006	0,073	0,069	0,002	0,006	0,031	0,013	0,002	0,002	0,028	0,757
CH	0,007	0,008	0,011	0,000	0,051	0,638	0,005	0,026	0,030	0,008	0,011	0,012	0,075	0,117
CN	0,048	0,032	0,024	0,012	0,000	0,213	0,005	0,029	0,187	0,124	0,038	0,008	0,033	0,248
EA	0,016	0,024	0,023	0,106	0,038	0,000	0,019	0,016	0,095	0,024	0,030	0,027	0,321	0,261
IL	0,007	0,011	0,011	0,057	0,071	0,344	0,000	0,038	0,028	0,021	0,016	0,038	0,066	0,291
IN	0,043	0,020	0,017	0,062	0,173	0,255	0,017	0,000	0,053	0,049	0,025	0,014	0,060	0,212
JP	0,062	0,013	0,025	0,013	0,298	0,152	0,003	0,014	0,000	0,095	0,022	0,003	0,027	0,273
KR	0,046	0,016	0,017	0,006	0,311	0,139	0,004	0,025	0,167	0,000	0,027	0,009	0,022	0,210
RU	0,002	0,013	0,004	0,029	0,150	0,529	0,007	0,020	0,046	0,039	0,000	0,052	0,043	0,067
TR	0,006	0,010	0,008	0,031	0,081	0,504	0,020	0,021	0,021	0,025	0,114	0,000	0,071	0,088
UK	0,014	0,008	0,024	0,038	0,078	0,596	0,005	0,016	0,028	0,013	0,017	0,017	0,000	0,147
US	0,015	0,026	0,264	0,021	0,195	0,224	0,015	0,024	0,102	0,047	0,011	0,007	0,051	0,000

Спецификация B-GVAR с фиктивной страновой моделью (ФСМ) предполагает добавление «страны», и поэтому порождает вопрос о весовых коэффициентах для нее по строке и по столбцу. Всем этим коэффициентам (кроме всегда нулевого коэффициента на главной диагонали матрицы) присвоено значение $\frac{1}{N+1}$, где $N + 1$ — количество собственно страновых моделей, т. е. 14. По строкам эти значения подразумевают, что шок, влияющий на мировые товарные цены, с равной вероятностью возникает в любом из рассматриваемых регионов. По столбцам выбор между положительными весовыми коэффициентами меняет только масштаб коэффициентов перед лагами товарных цен. Матрица весов во второй спецификации по присвоении ФСМ кода ОС («oil country») с учетом нормирования вынесена в приложение Б.

Помимо матрицы весов, B-GVAR требует выбора априорного распределения коэффициентов. Опыт макроэконометрического анализа данных США (Huber, Feldkircher, 2019) и указания разработчиков «bgvar» на преимущества с точки зрения эффективности вычислений (Boeck et al., 2022, p. 8) обусловили выбор для коэффициентов нормального гамма-распределения («Normal-Gamma prior»; Brown, Griffin, 2010). Распределение вводится следующим образом (Huber, Feldkircher, 2019, p. 6):

$$\Psi_{ij} \mid \lambda_i^2, \theta_{ij} \sim N\left(\underline{\Psi}_{ij}, 2\lambda_i^{-2}\theta_{ij}\right), \theta_{ij} \sim \Gamma\left(\tau_\theta, \tau_\theta\right), \lambda_i^2 \sim \Gamma\left(d_\lambda, e_\lambda\right), \quad (14)$$

где τ_θ — параметр гамма-распределения и гиперпараметр модели, отвечающий за хвосты априорных распределений коэффициентов; d_λ, e_λ — гиперпараметры, отвечающие за усадку малых по величине коэффициентов.

Детали, касающиеся свойств нормального-гамма распределения, а также интерпретации значений его гиперпараметров, вынесены в приложение В.

От значений гиперпараметров зависит вид апостериорного распределения коэффициентов. Реализация алгоритма MCMC для случая нормального-гамма априорного распределения описана в (Brown, Griffin, 2010). Мы производили выбор значений гиперпараметров распределения коэффициентов с помощью последовательной минимизации среднеквадратичной ошибки прогноза:

$$RMSE = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \widehat{y_i}\right)^2}}{n}, \quad (15)$$

где y_t — фактическое значение показателя, $\widehat{y}_t$ — прогнозное значение показателя.

Причем в предположении, что в пределах одной спецификации порядки величин модельных характеристик сравнимы между собой, мы пользовались суммарным значением этой величины по всем показателям модели (и не пользовались им для выбора между двумя спецификациями, описанными выше).

Период наблюдений с 1999 по 2022 г. (вместе с двумя наблюдениями за первое полугодие 2023 г.) дал нам возможность увеличить количество лагов переменных до двух — стандартно строятся VAR(1) в связи с ограниченностью макроэкономических временных рядов.

Объем выборки из апостериорного распределения был зафиксирован на уровне 10 тыс., что позволило обеспечить сходимость алгоритма семплирования Гиббса и выполнить необходимые вычисления на персональном компьютере.

Посредством минимизации суммарной среднеквадратической ошибки прогноза по моделям первой спецификации (т. е. с включением товарных цен в страновые модели) были определены числовые значения гиперпараметров нормального-гамма распределения, которые использовались также в модели с ФСМ. Значения и минимальная суммарная среднеквадратическая ошибка внесены в табл. 3.

Таблица 3

Результаты выбора гиперпараметров априорного распределения

Величина	τ_0	d_λ	e_λ	RMSE
Значение	0,379	0,296	0,665	1 221 236,45

С отчетом библиотеки «bgvar» о построении B-GVAR с заданными характеристиками в спецификации с включением товарных цен в страновые модели можно ознакомиться на рис. 1. Расшифровки обозначений экономических показателей приведены в табл. 4.

Аналогичный отчет для B-GVAR с ФСМ содержится в рис. 2.

Поскольку модели построены с лагами до второго порядка, тест на автокорреляцию до первого порядка малоинформативен. В табл. 4 собраны для обеих моделей результаты аналогичных тестов для лагов до второго порядка.

Таблица 4

Тестирование автокорреляции до лагов второго порядка

Диапазон *p*-значения (H_0: нет автокорреляции)	**B-GVAR с тов. ценами в страновых моделях**	**B-GVAR с фиктивной страновой моделью**
> 0,1	38 (38,38%)	40 (40,82%)
0,05—0,1	8 (8,08%)	5 (5,1%)
0,01—0,05	16 (16,16%)	17 (17,35%)
< 0,01	37 (37,37%)	36 (36,73%)

Из рис. 1, 2 и табл. 4 можно увидеть, что модели сравнимы между собой по качеству. Присутствует автокорреляция в остатках модели, однако в практическом руководстве[1] к библиотеке «bgvar» авторы модели характеризуют схожие результаты как «приемлемые».

[1] CRAN. BGVAR:Vignettes. URL: https://cran.r-project.org/web/packages/BGVAR/vignettes/examples.html.

```
------------------------------------------------------------------------------
Model Info:
Prior: Normal-Gamma prior (NG)
Number of lags for endogenous variables: 2
Number of lags for weakly exogenous variables: 2
Number of posterior draws: 10000/1=10000
Number of stable posterior draws: 599
Number of cross-sectional units: 14
------------------------------------------------------------------------------
Convergence diagnostics
Geweke statistic:
1181 out of 19800 variables' z-values exceed the 1.96 threshold (5.96%).
------------------------------------------------------------------------------
F-test, first order serial autocorrelation of cross-unit residuals
Summary statistics:
=========  ==========  ======
\          # p-values  in %
=========  ==========  ======
>0.1       63          63.64%
0.05-0.1   12          12.12%
0.01-0.05  9           9.09%
<0.01      15          15.15%
=========  ==========  ======
------------------------------------------------------------------------------
Average pairwise cross-unit correlation of unit-model residuals
Summary statistics:
=======  =========  ==========  ==========  =========  ==========  =========  =========
\        ex         fx          gdp         i          im          m          pi
=======  =========  ==========  ==========  =========  ==========  =========  =========
<0.1     14 (100%)  4 (30.77%)  6 (50%)     14 (100%)  13 (92.86%)  14 (100%)  14 (100%)
0.1-0.2  0 (0%)     8 (61.54%)  1 (8.33%)   0 (0%)     1 (7.14%)   0 (0%)     0 (0%)
0.2-0.5  0 (0%)     1 (7.69%)   5 (41.67%)  0 (0%)     0 (0%)      0 (0%)     0 (0%)
>0.5     0 (0%)     0 (0%)      0 (0%)      0 (0%)     0 (0%)      0 (0%)     0 (0%)
=======  =========  ==========  ==========  =========  ==========  =========  =========
------------------------------------------------------------------------------
```

Рис. 1. Отчет о наилучшей модели с товарными ценами в страновых моделях

```
------------------------------------------------------------------------------
Model Info:
Prior: Normal-Gamma prior (NG)
Number of lags for endogenous variables: 2
Number of lags for weakly exogenous variables: 2
Number of posterior draws: 10000/1=10000
Number of stable posterior draws: 1966
Number of cross-sectional units: 15
------------------------------------------------------------------------------
Convergence diagnostics
Geweke statistic:
1597 out of 19404 variables' z-values exceed the 1.96 threshold (8.23%).
------------------------------------------------------------------------------
F-test, first order serial autocorrelation of cross-unit residuals
Summary statistics:
=========  ==========  ======
\          # p-values  in %
=========  ==========  ======
>0.1       66          67.35%
0.05-0.1   11          11.22%
0.01-0.05  6           6.12%
<0.01      15          15.31%
=========  ==========  ======
------------------------------------------------------------------------------
Average pairwise cross-unit correlation of unit-model residuals
Summary statistics:
=======  =========  ==========  ==========  =========  =========  =========  =========
\        ex         fx          gdp         i          im         m          pi
=======  =========  ==========  ==========  =========  =========  =========  =========
<0.1     14 (100%)  4 (30.77%)  5 (41.67%)  15 (100%)  14 (100%)  14 (100%)  14 (100%)
0.1-0.2  0 (0%)     8 (61.54%)  2 (16.67%)  0 (0%)     0 (0%)     0 (0%)     0 (0%)
0.2-0.5  0 (0%)     1 (7.69%)   5 (41.67%)  0 (0%)     0 (0%)     0 (0%)     0 (0%)
>0.5     0 (0%)     0 (0%)      0 (0%)      0 (0%)     0 (0%)     0 (0%)     0 (0%)
=======  =========  ==========  ==========  =========  =========  =========  =========
------------------------------------------------------------------------------
```

Рис. 2. Модель с фиктивной страновой моделью и экзогенными товарными ценами

В обеих моделях сошлось свыше 90% коэффициентов по диагностике Гевеке. Также в обеих моделях в целом отсутствует или незначительна корреляция между остатками страновых моделей (за исключением, возможно, ВВП — gdp).

Из табл. 2, содержащей весовые коэффициенты стран, нетрудно увидеть, что основные торговые партнеры России за 1999–2022 гг. — это Еврозона и КНР. Мы рассмотрели с помощью обобщенных функций отклика на шоки (GIRF) влияние импорта в эти регионы на макроэкономические показатели РФ.

Результат расчета GIRF отклика российской экономики (совокупности показателей) на шок импорта в Еврозону в размере –100 б.п. (или –1%) на шестнадцать кварталов вперед представлен на рис. 3.

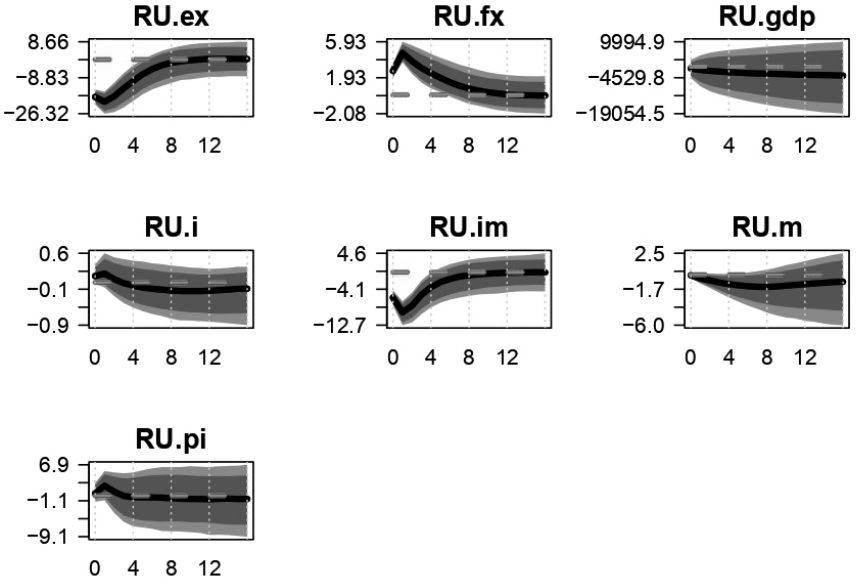

Рис. 3. Графики GIRF российских экономических показателей при шокировании импорта Еврозоны

Графики, аналогичные представленным на рис. 3, получаются средствами библиотеки «bgvar». Черным цветом изображается медианное значение GIRF, темно-серая область обозначает 50%-ный байесовский доверительный интервал («credible interval»), светло-серая область соответствует 68%-му байесовскому доверительному интервалу.

Представленные графики показывают, что снижение импорта в европейские страны, согласно построенной модели, приводит к общему падению российской внешней торговли (соответственно экспорта на 9% и импорта на примерно 4%). Полученный модельный прогноз ожидаемо сочетается с увеличением курса российского рубля по отношению к доллару США — такое укрепление валюты следует из изменения соотношений между экспортными и импортными потоками. Сделать однозначный вывод о последствиях для общего объема экономики РФ и инфляции в стране затруднительно ввиду большой ширины доверительных интервалов.

Аналогичные графики значений GIRF при шоке китайского импорта на –1% представлены на рис. 4.

Как показывает рис. 4, результаты расчетов сравнимы со значениями GIRF для шока импорта Еврозоны, однако следует отметить, что для показателя RU.pi (индекса цен в РФ) более явно выражен, чем в предыдущем примере, прогноз на повышение. К тому же, прогнозируемые снижения экспорта и импорта несколько больше по величине в случае с шокированием китайского импорта. Выявленные отличия могут быть свидетельством большей зависимости экономики России от КНР, чем от Еврозоны.

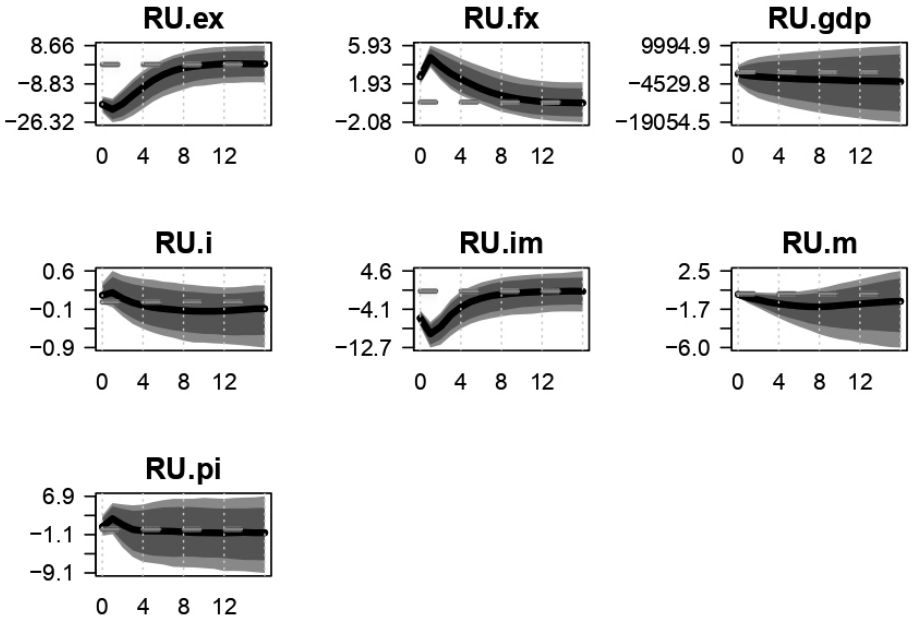

Рис. 4. GIRF макроэкономических показателей РФ при шокировании импорта в КНР

Вопрос о зависимости российской экономики от внешних факторов нередко связывается с ценами на природные ресурсы; менее очевидно поведение этих цен в ответ на изменение состояния российской экономики. Расчетные значения GIRF товарных цен (регрессоров фиктивной страновой модели) в ответ на падение российского экспорта на 1% изображены графически на рис. 5.

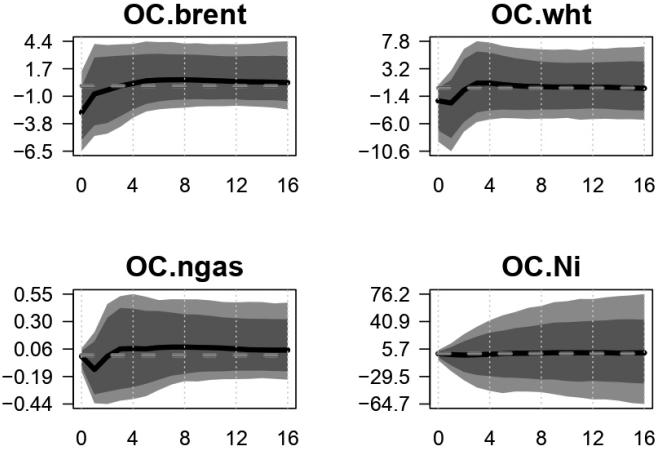

Рис. 5. GIRF фиктивной страновой модели в ответ на шок экспорта РФ

Ширина байесовских доверительных интервалов для функций отклика товарных цен на шок российского экспорта не позволяет сделать вывод о том, как снижение вывоза товаров из России скажется на глобальных ценах. С другой стороны, рассмотренные ранее шоки импорта величиной в –1% для Еврозоны и КНР (а также для США) оказывают на товарные цены заметный эффект (см. рис. 6).

На рис. 6 показано, что снижение китайского экспорта представляет собой фактор снижения цен на энергоносители (brent, ngas), а также на продовольствие. Результаты расчета GIRF для США и Еврозоны аналогичны, в связи с чем может возникнуть вопрос о факторах, имеющих наибольшее влияние на товарные цены.

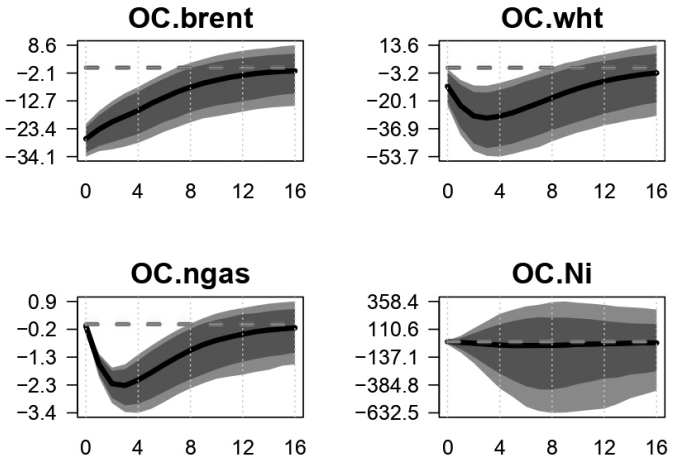

Рис. 6. GIRF товарных цен в ответ на отрицательный шок китайского импорта

Ответ на этот вопрос может быть получен с помощью библиотеки «bgvar», в частности функции fevd. Эта функция используется для расчета обобщенного разложения дисперсии ошибки прогноза («generalized forecast error variance decomposition», GFEVD), которое показывает долю вариации прогноза данного показателя, объясняемую прочими показателями в модели (Boeck et al., 2022, p. 17–18). Мы провели вычисления GFEVD для нефти сорта Brent для горизонта прогнозирования в 16 кварталов. Динамика долей показателей страновых моделей в вариации прогноза цены нефти (шесть наиболее значимых, включая саму фиктивную страновую модель) изображена на рис. 7.

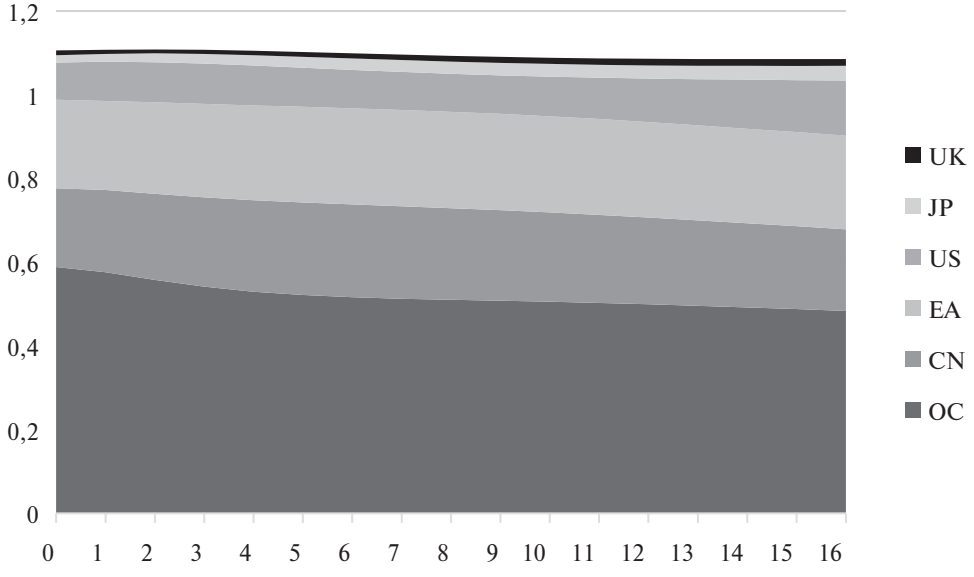

Рис. 7. GVEFD цены на нефть марки Brent (шесть крупнейших страновых моделей по долям)

Расчеты, проиллюстрированные рис. 7, показывают, что значительная доля вариации нефтяных цен объясняется макроэкономическими показателями Еврозоны, КНР и США, когда как влияние следующих по величине экономик (Японии и Соединенного Королевства) заметно ниже. Доля американской экономики, однако, недостаточно высока, чтобы сказать, что ее состояние определяет цены на нефть, что свидетельствует в пользу спецификации B-GVAR с фиктивной

страновой моделью или иной с товарными ценами, экзогенными относительно каждой из страновых моделей. Вычисление значений GFEVD для цен на газ и пшеницу дало аналогичный результат — иллюстрирующие этот результат графики вынесены в приложение В. Цена на никель зависит, по результатам расчета, исключительно от переменных фиктивной страновой модели — влияние страновых показателей оказалось пренебрежимо малым.

Заключение

Одним из основных итогов исследования, по материалам которого составлен данный отчет, стало выделение на основе обзора актуальной литературы существующих тенденций развития практических приложений методологии GVAR в макроэконометрическом моделировании с точки зрения постановки задач, спецификации моделей, подходов к их оценке и применяемых для расчетов пакетов прикладных программ. Проведенная работа может быть использована как отправная точка для совершенствования существующих подходов к прикладным экономическим исследованиям.

По результатам работы с библиотекой «bgvar» произведена по актуальным макроэкономическим данным оценка моделей байесовской глобальной векторной авторегрессии в спецификациях, которые ранее не использовались. В частности, на базе идеи введения отдельного уравнения экзогенной переменной (цены на нефть) предложена спецификация B-GVAR с фиктивной страновой моделью, вбирающей в себя несколько товарных цен и обеспечивающей их экзогенность по отношению к страновым моделям.

Применение в рамках оцененной B-GVAR инструментария обобщенных функций откликов на шоки (GIRF) и обобщенного разложения дисперсии ошибки прогноза (GFEVD) позволило, с одной стороны, проверить полученную модель на адекватность общим представлениям о взаимозависимостях экономических показателей стран и, с другой, оценить влияние национальных (региональных) экономик на мировую. Так, на примере нефтяных цен было показано, что влияние экономических показателей КНР и Еврозоны сопоставимо с аналогичным показателем США (в терминах доли объясняемой дисперсии ошибки прогноза). Это наблюдение может свидетельствовать в пользу применения фиктивных страновых моделей в рамках методологии GVAR.

Источники

Зубарев А. В., Кириллова М. А. Построение модели GVAR для российской экономики // Экономический журнал ВШЭ. 2023. Т. 37. № 1. С. 9–32.

Напалков В., Новак. А., Шульгин А. Различия в эффектах единой денежно-кредитной политики: случай регионов России / Центральный банк Российской Федерации. М., 2021. URL: https://cbr.ru/StaticHtml/File/123435/wp-june21.pdf.

Пелипась И., *Шиманович Г.*, *Кирхнер Р. М.* Международные связи и внешние шоки: опыт использования различных спецификаций глобальной VAR для Беларуси / Немецкая экономическая группа. Исследовательский центр ИМП; Берлин, декабрь 2016. URL: http://www.research.by/webroot/delivery/files/ps2016r02.pdf.

Рудаковский Я. Сравнение точности прогнозов между BVAR- и VAR-моделями по ключевым макроэкономическим показателям Беларуси // Банкаўскі веснік. 2023. № 5/718. С. 52–64.

Шатров Д. И. Многострановая модель денежных рынков с экзогенными шоками // Вторая Международная научно-практическая конференция студенческого научного общества Санкт-Петербургского государственного университета. СПб., 2024. С. 617–624.

Bernardo J. M., Smith A. F. M. Bayesian Theory. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd., 2000.

Binder M., Gross M. Regime-Switching Global Vector Autoregressive Models // European Central Bank Working Paper Series. 2013. N 1569.

Boeck M., Feldkircher M., Huber F. BGVAR: Bayesian Global Vector Autoregressions with Shrinkage Priors in R // Journal of Statistical Software. 2022. Vol. 104. Iss. 9. P. 1–28.

Bognanni M. Comment on «Large Bayesian Vector Autoregressions with Stochastic Volatility and Non-conjugate Priors» // Journal of Econometrics. 2022. Vol. 227. P. 498–505.

Buesa A., de Quinto A., Poblacion Garcia J. Risky Mortgages, Credit Shocks and Cross-border Spillovers // ESRB Working Paper Series. No. 123. 2021. URL: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=3898300.

Carriero A., Clark T. E., Marcellino M. Large Bayesian Vector Autoregressions with Stochastic Volatility and Non-conjugate Priors // Journal of Econometrics. 2019. Vol. 212. P. 137–154.

Carriero A., Chan J., Clark T. E., Marcellino M. Corrigendum to «Large Bayesian Vector Autoregressions with Stochastic Volatility and Non-conjugate Priors» // Journal of Econometrics. 2022. Vol. 227. P. 506–512.

Cimadomo J., Giannone D., Lenza M., Monti F., Sokol A. Nowcasting with Large Bayesian Vector Autoregressions // European Central Bank Working Paper Series. 2020. N 2453. 30 p.

Curesma J. C., Feldkircher M., Huber F. Forecasting with Global Bayesian Autoregressive models // Journal of Applied Econometrics. 2016. Vol. 31. Iss. 7. P. 1371–1391.

Dees S., Mauro di F., Pesaran M. H., Smith L. V. Exploring the International Linkages of the Euro Ares: a Global VAR Analysis // Journal of Applied Econometrics. 2007. Vol. 22. P. 1–38.

Evaluating the Accuracy of Sampling-based Approaches to the Calculation of Posterior Moments / Federal Reserve Bank of Minneapolis; J. Geweke. M. 1991. URL: https://ideas.repec.org/p/fip/fedmsr/148.html.

Feldkircher M., Siklos P. L. Global Inflation Dynamics and Inflation Expectations // International Review of Economics and Finance. 2019. Vol. 64. P. 217–241.

Fulton C. Bayesian Estimation and Forecasting of Time Series in Statsmodels // Proceedings of the 21st Python in Science Conference. Austin, 2022. P. 83–89.

Griffin J. E., Brown P. J. Inference with Normal-gamma Prior Distributions in Regression Problems // Bayesian Analysis. 2010. Vol. 5. N 1. P. 171–188.

Gross M. Estimating GVAR Weight Matrices // European Central Bank Working Paper Series. 2013. N 1523.

Harney H. L. Bayesian Inference: Data Evaluation and Decisions. Second Edition. Springer International Publishing AG Switzerland, 2016.

Huber F., Feldkircher N. Adaptive Shrinkage in Bayesian Vector Autoregressive Models // Journal of Business and Economic Statistics. 2019. Vol. 37. Iss. 1. P. 27–39.

Khan N. S. Spillover Effects of Trade Shocks in the Central and Eastern European and Baltic Countries // Journal of Economic Integration. 2020. Vol. 35. Iss. 1. P. 39–68.

Mauro di F., Pesaran M. H. The GVAR Handbook. Structure and Applications of a Macro Model of the Global Economy for Policy Analysis. Oxford, 2013. 299 p.

Mohaddes K., Pesaran M. H. Oil Prices and the Global Economy: Is It Different this Time Around? // CAMA Working Paper 56/2016. 2016. 29 p. URL: https://cama.crawford.anu.edu.au/sites/default/files/publication/cama_crawford_anu_edu_au/2016-09/56_2016_mohaddes_pesaran.pdf.

Mohaddes K., Raissi M. The U. S. Oil Supply Revolution and the Global Economy // Empirical Economics. 2019. Vol. 57. P. 1515–1546.

Pesaran H., Shin Y. Impulse Response Analysis in Linear Multivariate Models // Economic Letters. 1998. Vol. 58. P. 17–29.

Pesaran M. H., Schuermann T., Weiner S. M. Modeling Regional Interdependencies Using a Global Error-Correcting Macroeconometric Model // Journal of Business and Economic Statistics. 2004. Vol. 22. Iss. 2. P. 129–162.

References

Bernardo J. M., Smith A. F. M. *Bayesian theory*. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd., 2000.

Binder M., Gross M. *Regime-Switching Global Vector Autoregressive Models*. European Central Bank Working Paper Series, 2013, N 1569.

Boeck M., Feldkircher M., Huber F. BGVAR: Bayesian Global Vector Autoregressions with Shrinkage Priors in R. *Journal of Statistical Software*, 2022, vol. 104, iss. 9, pp. 1–28.

Bognanni M. Comment on «Large Bayesian vector autoregressions with stochastic volatility and non-conjugate priors». *Journal of Econometrics*, 2022, vol. 227, pp. 498–505.

Buesa A., de Quinto A., Poblacion Garcia J. *Risky mortgages, credit shocks and cross-border spillovers*. ESRB Working Paper Series, No. 123, 2021. Available at: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=3898300.

Carriero A., Chan J., Clark T. E., Marcellino M. Corrigendum to «Large Bayesian vector autoregressions with stochastic volatility and non-conjugate priors». *Journal of Econometrics*, 2022, vol. 227, pp. 506–512.

Carriero A., Clark T. E., Marcellino M. Large Bayesian vector autoregressions with stochastic volatility and non-conjugate priors. *Journal of Econometrics*, 2019, vol. 212, pp. 137–154.

Cimadomo J., Giannone D., Lenza M., Monti F., Sokol A. Nowcasting with large Bayesian vector autoregressions. *European Central Bank Working Paper Series*, 2020, N 2453.

Curesma J. C., Feldkircher M., Huber F. Forecasting with Global Bayesian Autoregressive models. *Journal of Applied Econometrics*, 2016, vol. 31, iss. 7, pp. 1371–1391.

Dees S., Mauro di F., Pesaran M. H., Smith L. V. Exploring the international linkages of the euro ares: a global VAR analysis. *Journal of Applied Econometrics*, 2007, vol. 22, pp. 1–38.

Evaluating the Accuracy of sampling-based Approaches to the Calculation of Posterior Moments. Federal Reserve Bank of Minneapolis; J. Geweke. M., 1991. Available at: https://ideas.repec.org/p/fip/fedmsr/148.html.

Feldkircher M., Siklos P. L. Global Inflation Dynamics and Inflation Expectations. *International Review of Economics and Finance*, 2019, vol. 64, pp. 217–241.

Fulton C. *Bayesian Estimation and Forecasting of Time Series in statsmodels*. Proceedings of the 21st Python in Science Conference. Austin, 2022, pp. 83–89.

Griffin J. E., Brown P. J. Inference with normal-gamma prior distributions in regression problems. *Bayesian Analysis*, 2010, vol. 5, N 1, pp. 171–188.

Gross M. *Estimating GVAR weight matrices*. European Central Bank Working Paper Series, 2013, N 1523.

Harney H. L. *Bayesian inference: Data Evaluation and Decisions. Second Edition*. Springer International Publishing AG Switzerland, 2016.

Huber F., Feldkircher N. Adaptive Shrinkage in Bayesian Vector Autoregressive Models. *Journal of Business and Economic Statistics*, 2019, vol. 37, iss. 1, pp. 27–39.

Khan N. S. Spillover Effects of Trade Shocks in the Central and Eastern European and Baltic Countries. *Journal of Economic Integration*, 2020, vol. 35, iss. 1, pp. 39–68.

Mauro di F., Pesaran M. H. *The GVAR Handbook. Structure and Applications of a Macro Model of the Global Economy for Policy Analysis*. Oxford, 2013.

Mohaddes K., Pesaran M. H. *Oil Prices and the Global Economy: Is It Different This Time Around?* CAMA Working Paper 56/2016, 2016. 29 p. Available at: https://cama.crawford.anu.edu.au/sites/default/files/publication/cama_crawford_anu_edu_au/2016-09/56_2016_mohaddes_pesaran.pdf.

Mohaddes K., Raissi M. The U. S. Oil supply revolution and the global economy. *Empirical Economics*, 2019, vol. 57, pp. 1515–1546.

Napalkov V., Novak A., Shulgin A. *Razlichiya v effektakh yedinoy denezhno-kreditnoy politiki: sluchay regionov Rossii* [*Differences in the effects of a single monetary policy: the case of Russian regions*]. Central Bank of the Russian Federation. Moscow, 2021. Available at: https://cbr.ru/StaticHtml/File/123435/wp-june21.pdf. (In Russian)

Pelipas I., Shimanovich G., Kirchner R. M. *Mezhdunarodnyye svyazi i vneshniye shoki: opyt ispol'zovaniya razlichnykh spetsifikatsiy global'noy VAR dlya Belarusi* [*International connections and external shocks: experience of using different global VAR specifications for Belarus*]. German Economic Group. UTI Research Center; Berlin, December 2016. 32 p. Available at: http://www.research.by/webroot/delivery/files/ps2016r02.pdf. (In Russian)

Pesaran H., Shin Y. Impulse response analysis in linear multivariate models. *Economic Letters.,* 1998, vol. 58, pp. 17–29.

Pesaran M. H., Schuermann T., Weiner S. M. Modeling Regional Interdependencies Using a Global Error-Correcting Macroeconometric Model. *Journal of Business and Economic Statistics*, 2004, vol. 22, iss. 2, pp. 129–162.

Rudakovsky Y. Sravneniye tochnosti prognozov mezhdu BVAR- i VAR-modelyami po klyuchevym makroekonomicheskim pokazatelyam Belarusi [Comparison of forecast accuracy between BVAR and VAR models for key macroeconomic indicators of Belarus]. *Bankaŭskí vesník* [*Banking News*], 2023, N 5/718, pp. 52–64. (In Russian)

Shatrov D. I. *Mnogostranovaya model' denezhnykh rynkov s ekzogennymi shokami* [*Multi-country model of money markets with exogenous shocks*]. Vtoraya Mezhdunarodnaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya studencheskogo nauchnogo obshchestva Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo universiteta [Second International Scientific and Practical Conference of the Student Scientific Society of St. Petersburg State University]. St. Petersburg, 2024. pp. 617–624. (In Russian)

Zubarev A. V., Kirillova M. A. Postroyeniye modeli GVAR dlya rossiyskoy ekonomiki [Construction of the GVAR model for the Russian economy]. *Ekonomicheskiy zhurnal VSHE* [*HSE Economic Journal*], 2023, vol. 37, N 1, pp. 9–32. (In Russian)

Приложение А

Матрица весов в B-GVAR с фиктивной страновой моделью

Per.	AU	BR	CA	CH	CN	EA	IL	IN	JP	KR	OC	RU	TR	UK	US
AU	0,000	0,006	0,013	0,010	0,279	0,135	0,003	0,037	0,186	0,079	0,067	0,003	0,003	0,046	0,133
BR	0,007	0,000	0,021	0,016	0,202	0,275	0,006	0,024	0,049	0,035	0,067	0,022	0,007	0,028	0,244
CA	0,004	0,006	0,000	0,005	0,068	0,065	0,002	0,006	0,029	0,012	0,067	0,002	0,002	0,026	0,707
CH	0,007	0,008	0,010	0,000	0,048	0,595	0,004	0,024	0,028	0,008	0,067	0,011	0,011	0,070	0,110
CN	0,045	0,029	0,022	0,011	0,000	0,199	0,005	0,027	0,174	0,116	0,067	0,035	0,008	0,031	0,232
EA	0,015	0,022	0,021	0,099	0,035	0,000	0,017	0,015	0,089	0,022	0,067	0,028	0,026	0,300	0,244
IL	0,007	0,011	0,010	0,053	0,067	0,321	0,000	0,035	0,026	0,020	0,067	0,015	0,035	0,061	0,272
IN	0,040	0,019	0,016	0,058	0,161	0,238	0,016	0,000	0,050	0,045	0,067	0,023	0,013	0,056	0,197
JP	0,058	0,012	0,023	0,012	0,278	0,142	0,003	0,013	0,000	0,089	0,067	0,020	0,003	0,025	0,255
KR	0,043	0,015	0,016	0,006	0,291	0,130	0,004	0,023	0,156	0,000	0,067	0,025	0,008	0,021	0,196
OC	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071	0,000	0,071	0,071	0,071	0,071
RU	0,002	0,012	0,004	0,027	0,140	0,493	0,007	0,019	0,042	0,036	0,067	0,000	0,049	0,040	0,062
TR	0,005	0,009	0,008	0,029	0,076	0,470	0,019	0,019	0,019	0,024	0,067	0,107	0,000	0,067	0,082
UK	0,013	0,007	0,022	0,035	0,073	0,556	0,005	0,015	0,026	0,012	0,067	0,016	0,016	0,000	0,137
US	0,014	0,024	0,246	0,019	0,182	0,209	0,014	0,022	0,095	0,043	0,067	0,011	0,007	0,048	0,000

Приложение Б

Нормальное-гамма распределение. Пояснения и иллюстрации

Нормальное-гамма распределение (NG, Normal-Gamma Distribution) вводится как смесь нормальных распределений, в которой смешивающая плотность задана гамма-распределением (Griffin, Brown, 2010). Запись (5) означает, что такой смесью является априори предельная плотность случайной величины Ψ_{ij}. Иными словами, эквивалентны следующие записи:

$$\Psi_{ij} \mid \lambda_i^2, \theta_{ij} \sim N\left(\underline{\Psi}_{ij}, 2\lambda_i^{-2}\theta_{ij}\right), \theta_{ij} \sim \Gamma\left(\tau_\theta, \tau_\theta\right), \lambda_i^2 \sim \Gamma\left(d_\lambda, e_\lambda\right), \tag{16}$$

$$p\left(\Psi_{ij}\right) = \int_{\mathbb{R}^+} N\left(\underline{\Psi}_{ij}, 2\lambda_i^{-2}\theta_{ij}\right) d\Gamma\left(\tau_\theta, \tau_\theta\right), \lambda_i^2 \sim \Gamma\left(d_\lambda, e_\lambda\right), \tag{17}$$

где $p(\Psi_{ij})$ — предельная плотность (marginal density) коэффициента, для которого данное распределение задается как априорное.

Выбор гиперпараметров τ_θ, d_λ, e_λ исследователем определяет в терминах усадки (Bayesian shrinkage) или же длины и толщины хвостов распределения характер предполагаемого поведения коэффициентов данной модели вокруг своих средних значений Ψ_{ij}. Для иллюстрации зависимости этого поведения от значений коэффициентов воспользуемся алгоритмом генерации нормальной-гамма выборки на языке программирования R (см. рис. 8).

```
rNG <- function(n,mu,tau, dlamb, elamb){
  if (length(n)>1)
    n <- length(n)
  theta <- rgamma(n,tau, tau)
  lamb_sq <- rgamma(n,dlamb, elamb)
  x<- rnorm(n,mu, sqrt(theta/(2* lamb_sq)))
  data.frame(tau = tau, x = x)
}
```

Рис. 8. Генерация нормальной-гамма выборки по определению

Функция принимает на вход гиперпараметры в соответствии с соотношениями (16), (17), а затем пользуется генераторами гамма- и нормального распределений для получения требуемого. Для сгенерированной выборки ($n = 1000$, $mu = 0$) зависимость распределения значений наблюдений от гиперпараметров представлена на рис. 9.

На рис. 9 показан смысл изменения значений гиперпараметров априорного распределения с практической точки зрения. Так, увеличение τ_θ подразумевает увеличение априорной вероятности нулевого значения коэффициента, менее гладким хвостам распределения (Boeck et al., 2022). Большее значение d_λ концентрирует реализации коэффициента вокруг среднего; увеличение e_λ также повышает вероятность нулевых значений, но при этом также вытягивает хвосты распределения. Для большей иллюстративности отличий описанных вариантов они выводятся дополнительно на рис. 10.

Выбор значений гиперпараметров может быть продиктован как предположениями исследователя о природе используемых данных, так и практическими соображениями (например, подгонкой модели под эти данные в смысле точности прогнозов). Заданное априорное распределение используется впоследствии для вывода выборки из апостериорного распределения с помощью алгоритмов MCMC. Его реализация для случая использования априорного распределения NG описана в (Griffin, Brown, 2010; Feldkircher, Huber, 2019).

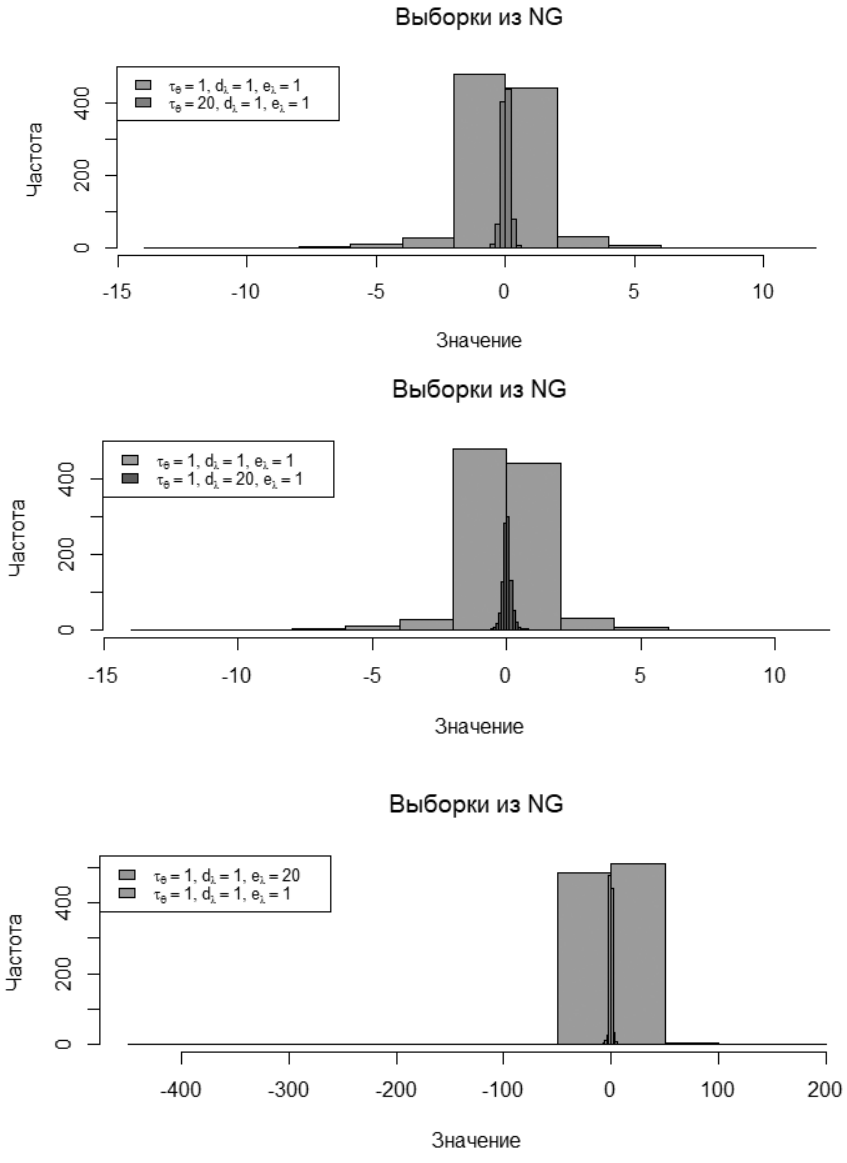

Рис. 9. Влияние гиперпараметров распределения NG на поведение коэффициентов модели

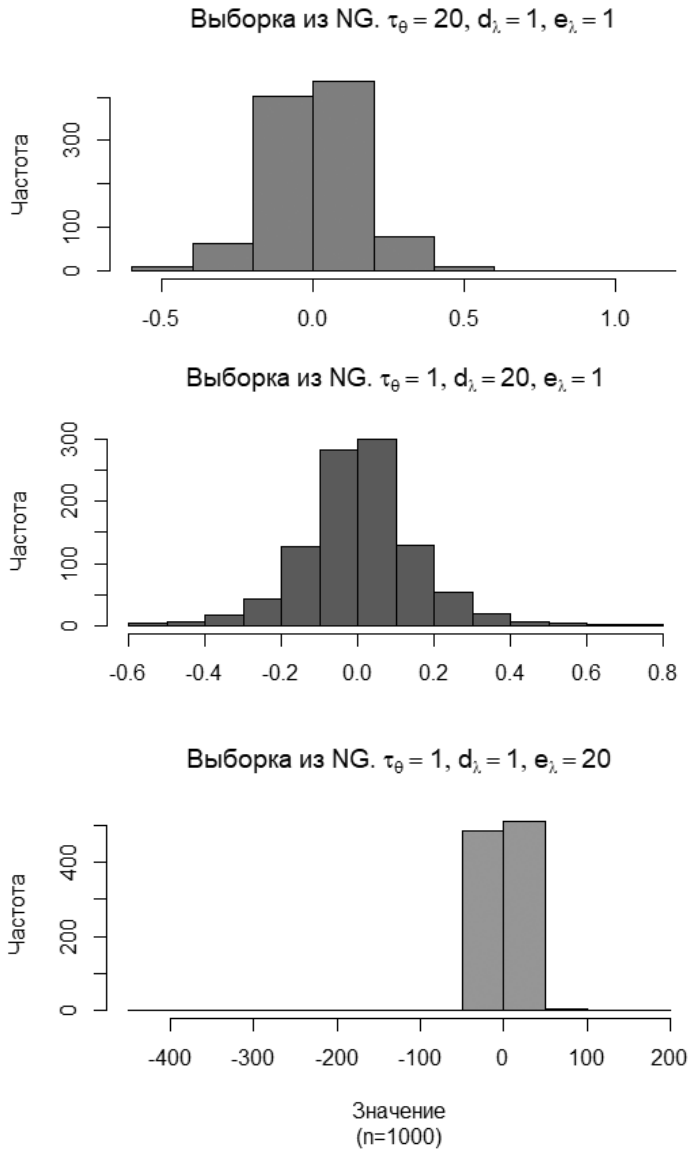

Рис. 10. Варианты изменения гиперпараметров нормального-гамма распределения

Приложение В

GFEVD товарных цен (спецификация с фиктивной страновой моделью)

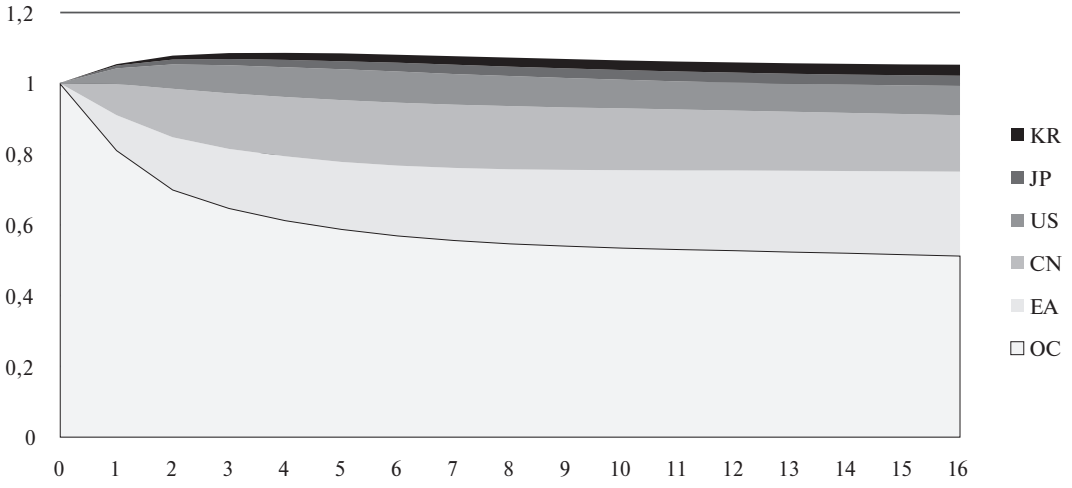

Рис. 11. GFEVD цены на природный газ

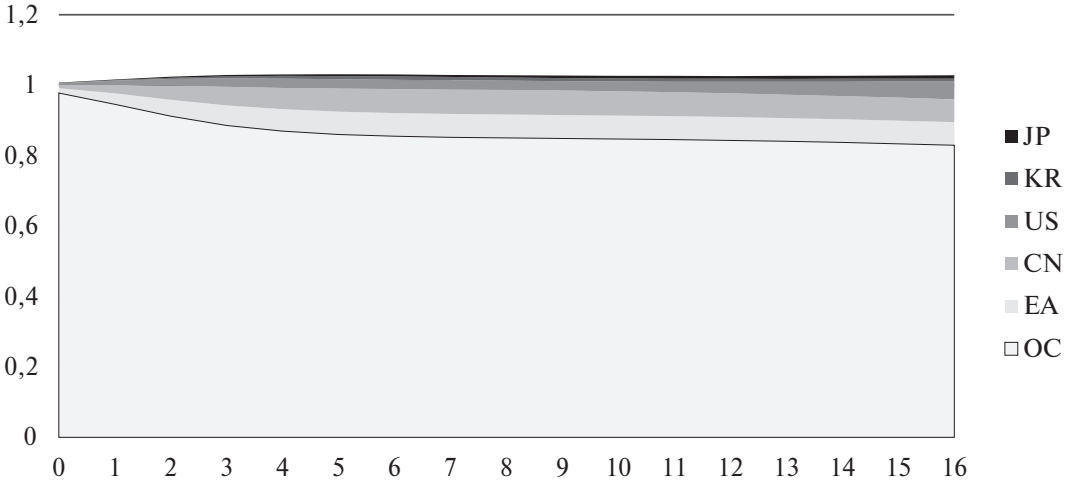

Рис. 12. GFEVD цен на пшеницу

Статья поступила в редакцию 15 мая 2024 г.
Статья рекомендована в печать 18 июня 2024 г.