ФИНАНСОВЫЙ МЕНЕДЖМЕНТ

М. И. Вецак
магистрант Санкт-Петербургского государственного университета

ТЕСТИРОВАНИЕ МОДЕЛИ CAPM НА РОССИЙСКОМ РЫНКЕ[1]

Введение

Появившаяся в 60-х гг. прошлого века, модель ценообразования финансовых активов (англ. *capital asset pricing model — CAPM)* является одной из самых популярных моделей оценки финансовых активов в условиях равновесия. Данная модель широко применяется в различных направлениях финансов, таких как оценка бизнеса, корпоративные финансы, инвестирование в реальные активы и непосредственно оценка финансовых активов. В дальнейшем появились модификации модели CAPM, отвечающие на нарушение предпосылок исходной модели в реальной жизни.

Российский рынок является достаточно молодым, ввиду чего необходимо тестирование соблюдения условий применения существующих моделей, которые позволяют описать характер поведения инвесторов на рынке. В статье рассматривается применение модели оценки капитальных активов и ее модификация с портфелем с нулевым коэффициентом бета. Данное тестирование необходимо, чтобы утверждать, что соблюдаются условия применения моделей рынка капитала, которые необходимы с теоретической точки зрения.

Цель данной статьи — проверка соблюдения условий классической модели CAPM и модели CAPM с портфелем с нулевым коэффициентом бета на российском рынке акций. Для этого необходимо решить задачу тестирования статистических гипотез для подтверждения работоспособности моделей.

Исходя из классической модели CAPM, на доходность ценной бумаги влияют безрисковая ставка и рыночная доходность, по этой причине в основе тестирования классической модели CAPM лежит проверка следующих гипотез:

1. Гипотеза о влиянии на доходность ценной бумаги безрисковой ставки.
2. Ожидаемая премия за риск влияет на доходность ценной бумаги и является положительной.
3. Связь между ожидаемыми доходностями ценных бумаг и рыночным риском является линейной.
4. Нет дополнительного вознаграждения за несистематический риск.

Задачу тестирования модели CAPM с портфелем с нулевым коэффициентом бета можно сформулировать как тестирование эффективности взятого индексного портфеля при условии, что в качестве безрисковой ставки используется доходность портфеля с нулевым коэффициентом бета, и соответственно соблюдение условий данной модели на российском рынке.

Тестирование данных гипотез об эффективности взятого рыночного портфеля позволит убедиться в том, что использование моделей рынка капитала оправдано соблюдением необходимых с точки зрения теории условий.

---

[1] За помощь в подготовке статьи автор благодарен научному руководителю, докт. экон. наук А. В. Воронцовскому.

1. Теоретические основы моделей САРМ и особенности их тестирования

Основоположником портфельной теории признан Г. Марковиц (Markowitz, 1952). Авторами классической модели САРМ считаются У. Шарп (Sharpe, 1963), (Sharpe, 1964), Дж. Литнер (Lintner, 1965) и Дж. Трейнор со ссылкой на неопубликованную работу (Treynor, 1961), чьи работы заложили основу современного представления модели, развитого в работах Ж. Мосина (Mossin, 1966).

Предпосылки для классической модели САРМ следующие:

1. Нет налогов и транзакционных издержек, связанных с покупкой и продажей активов.
2. Активы бесконечно делимы и абсолютно ликвидны.
3. Влияние индивидуального инвестора на цены активов достаточно малы, чтобы была возможность их игнорировать.
4. Инвесторы не склонны к риску.
5. Инвесторы максимизируют функцию рискового предпочтения, осуществляя выбор портфеля на основе ожидаемой доходности и риска.
6. Функции рискового предпочтения являются квадратичными по риску, различия между функциями различных инвесторов в коэффициентах несклонности к риску.
7. Инвесторы одинаково оценивают будущую ожидаемую доходность рисковых активов, их дисперсии и ковариации.
8. Любая информация на рынке капитала доступна и немедленно поступает на рынок.
9. Количество рисковых активов на рынке определенно.
10. Рассматривается однопериодная модель, при которой у участников рынка период планирования одинаков.
11. У всех инвесторов есть возможность как получить кредит по безрисковой ставке, так и вкладывать капитал под нее, а также не существует ограничений на «короткую продажу» активов, то есть рынок капитала является совершенным.

Исходя из одного из вариантов уравнения классической модели САРМ, ожидаемая премия за риск k-й ценной бумаги или портфеля зависит от премии за риск рынка следующим образом:

$$E\left[R_k\right]-R_f=\left(E\left[R_M\right]-R_f\right)\beta_k, k=1,\ldots,N, \tag{1}$$

где R_f — ставка безрисковой доходности; $E[R_M]$ — ожидаемая доходность рыночного индекса; β_k — коэффициент бета k-й ценной бумаг; N — количество ценных бумаг в выборке. Премия за риск по k-й бумаге или портфелю линейно зависит от произведения премии за риск ($E[R_M]$ — R_f) и индивидуального коэффициента β_k.

Рассмотрим метод тестирования модели оценки активов капитала с помощью метода Фама–Макбета.

Первый вариант тестирования классической модели САРМ был предложен в работе М. Йенсена, Ф. Блэка, М. Шоулза (Jensen, Black, Scholes, 1972), однако Ю. Фама и Дж. Макбет (Fama, MacBeth, 1973) предложили второй усовершенствованный способ. В работе М. Йенсена, Ф. Блэка, М. Шоулза (Jensen, Black, Scholes, 1972) проверялись гипотезы о влиянии безрисковой ставки и доходности рынка на доходность акций, метод Ю. Фама и Дж. Макбета (Fama, MacBeth, 1973) позволяет также проверить остальные гипотезы.

Используемый рыночный индекс в регрессии моделей САРМ может не являться действительным рыночным портфелем, что является причиной того, что линейная зависимость между доходностью ценной бумаги и рыночным риском не может быть проверена без выбора теоретического рыночного портфеля. То есть тестирование моделей САРМ можно рассматривать как тестирование эффективности используемого рыночного портфеля.

Метод Фама–Макбета предполагает разделение тестируемой выборки на две равные части. На первом шаге наиболее ранний период используется для оценок коэффициентов бета акций ценных бумаг, а также стандартных отклонений ошибок оцененных регрессий. Далее ценные бумаги объединяются в портфели ценных бумаг с одинаковым количеством акций и одинаковым весом каждой ценной бумаги в портфеле, рассчитывается доходность данных портфелей, а также коэффициенты бета и средние значения стандартных отклонений ошибок регрессий оцененных ценных бумаг, которые включены в данный портфель. На втором шаге, предполагая, что данные параметры для ценных бумаг известны, оценивается регрессия с использованием данных по доходностям сформированных портфелей на более позднем временном промежутке и проверяются гипотезы о соблюдения условий модели САРМ.

Вначале на месячных данных для каждой ценной бумаги в портфеле на более раннем периоде с помощью метода наименьших квадратов (МНК) оценивается уравнение регрессии:

$$R_{k,t-1} = \hat{\alpha}_k + \hat{\beta}_k R_{M,t-1} + \hat{\varepsilon}_{k,t-1}, k = 1,\dots\ N \tag{2}$$

где k — номер ценной бумаги для первоначальной выборки; $R_{Mt\text{-}1}$ — однопериодная фактическая доходность рыночного индекса для первоначальной выборки; $\beta_{res}(\beta_{rec}) = \dfrac{I_{GRPi}}{I_{GDPi}}$, — ошибка оцененной модели регрессии.

Метод Фама–Макбета (Fama, MacBeth, 1973) предполагает объединение в портфели с одинаковым количеством ценных бумаг и с одинаковой структурой для каждой ценной бумаги. Ценные бумаги с оцененными ранее параметрами разделяются на портфели с одинаковым количеством ценных бумаг в каждом и с одинаковым весом каждой ценной бумаги, далее оценивается бета для каждого портфеля. Ю. Фама и Дж. Макбет разделяли выборку ценных бумаг на 20 портфелей с различными ценными бумагами с одинаковой структурой. В данной статье рассмотрены портфели из пяти различных ценных бумаг с одинаковой структурой. Для оценки коэффициента бета портфелей ценных бумаг используется формула:

$$\beta_p = \frac{1}{5}\sum_{k=1}^{5}\beta_k, p = 1,\dots\ m, \tag{3}$$

где β_p — коэффициент бета сформированного портфеля ценных бумаг; m — количество портфелей, на которые были разделены наборы ценных бумаг, в данной работе, в зависимости от рассматриваемого периода, использовалось от 6 до 8 портфелей.

Предпосылкой модели САРМ является предположение об эффективности портфеля R_M, предполагается, что $cov\left(R_M, \hat{\varepsilon}_{k,\,t-1}\right) = 0$. Тогда $s_k\left(\hat{\varepsilon}_{k,\,t-1}\right)$ — стандартное отклонение ошибки ценной бумаги является оценкой $\sigma\left(\hat{\varepsilon}_{k,\,t-1}\right)$ в данном выражении, то есть оценкой несистематического риска, не связанного с $\hat{\beta}_k$, которое рассчитывается по следующей формуле:

$$s_k\left(\hat{\varepsilon}_{k,t-1}\right) = \sqrt{\frac{\left(\hat{\varepsilon}_{k,t-1} - \bar{\varepsilon}_{k,\,t-1}\right)^2}{T_{t-1} - 1}}, \tag{4}$$

где $T_{t\text{-}1}$ — количество месяцев в периоде, рассматриваемом на первоначальном этапе; $\bar{\varepsilon}_{k,t-1}$ — среднее значение ошибок оцененной модели регрессии.

Для портфелей с одинаковым количеством ценных бумаг оценивается среднее значение стандартных отклонений ошибок $\bar{s}_{p,t-1}$ как среднее $s_k\left(\hat{\varepsilon}_{k,t-1}\right)$, входящих в него ценных бумаг, оцениваемое следующим образом:

$$\bar{s}_{p,t-1} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} s_k\left(\hat{\varepsilon}_{k,t-1}\right). \tag{5}$$

Так же рассчитывалась доходность данных портфелей:

$$R_{p,t} = \frac{1}{5}\sum_{k=1}^{5} R_{k,t}, \tag{6}$$

где $R_{p,t}$ — однопериодная доходность сформированного портфеля для выборки на втором этапе; $R_{k,t}$ — однопериодная фактическая доходность k-й ценной бумаги для выборки на втором этапе.

Далее с помощью метода наименьших квадратов оценивается регрессия на данных следующего периода:

$$R_{p,t} = \gamma_0 + \gamma_1\hat{\beta}_{p,t-1} + \gamma_2\hat{\beta}^2_{p,t-1} + \gamma_3\bar{s}_{p,t-1} + \hat{\eta}_{p,t},\ p = 1,\ldots,m, \tag{7}$$

где γ_0, γ_1, γ_2, γ_3 — оцененные коэффициенты; $\hat{\eta}_{p,t}$ — ошибка оцененной модели регрессии.

Оценки коэффициентов γ_j уравнения регрессии основываются на предположении, что коэффициенты $\hat{\beta}_k$ являются истинными рыночными коэффициентами бета активов, однако различия в оценках оцененных и рыночных коэффициентов неизбежно приводят к ошибкам в оценках коэффициентов γ_j. Метод, использованный Ю. Фама и Дж. Макбетом (Fama, MacBeth, 1973) с целью минимизации последствий данной проблемы, состоит в группировке оцениваемых ценных бумаг, что также было рассмотрено в работе Ч. Хуанга и Р. Литценбергера (Huang, Litzenberger, 1993). Чтобы можно было говорить об эффективности рыночного портфеля, необходимо проверить следующие статистические гипотезы:

Для проверки гипотезы о влиянии на доходность ценной бумаги безрисковой ставки проверяется гипотеза о равенстве константы γ_0 безрисковой ставке:

$$H_0 : E(\gamma_0) = E(R_{ft}). \tag{8}$$

Для проверки, того, что ожидаемая премия за риск влияет на доходность ценной бумаги и является положительной, тестируется гипотеза о равенстве коэффициента γ_1 премии за риск, при этом сам коэффициент должен быть положительным:

$$H_0 : E(\gamma_1) = E(R_{Mt}) - E(R_{ft}) > 0. \tag{9}$$

Если коэффициент γ_1 отрицательный, то доходность рисковых активов слишком низкая, положительная доходность говорит об избыточном вознаграждении за рыночный риск, что должно присутствовать в длительной перспективе.

Связь между ожидаемыми доходностями ценных бумаг и рыночным риском должна быть линейной. Для проверки соблюдения данного условия метод Фама–Макбета предлагает тестировать отсутствие квадратичной зависимости между доходностью ценной бумаги и рыночного индекса, то есть, что необходимо проверить, что коэффициент перед $\hat{\beta}_{p,t-1}$ равен нулю:

$$H_0 : E(\gamma_2) = 0. \tag{10}$$

Нет дополнительного вознаграждения за несистематический риск, для чего тестируется гипотеза о равенстве нулю коэффициента перед $\overline{s}_{p,t-1}$:

$$H_0 : E(\gamma_3) = 0. \tag{11}$$

Л. Крушвитц и С. Хусманн (Kruschwitz, Husmann, 2012) предлагают использовать дисперсию ошибки, а не стандартное отклонение ошибки для проверки данной гипотезы.

Для тестирования гипотез используется t-статистика, рассчитываемая по следующей формуле:

$$t\left(\overline{\gamma_j}\right) = \frac{\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\gamma_j}{\sqrt{\frac{\left({}_j - \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\gamma_j\right)^2}{T-1}} / \sqrt{N}} = \frac{\overline{\gamma_j}}{\sigma\left(\gamma_j\right)/\sqrt{N}}, \tag{12}$$

где $\overline{\gamma_j}$ — среднее значение j-го оцененного помесячно коэффициента γ_j; N — количество месяцев в рассматриваемом периоде; $\sigma(\gamma_j)$ — стандартное отклонение j-го коэффициента γ.

t-статистика имеет распределение Стьюдента с (N—1) степеней свободы. По результатам проверки гипотез можно говорить об эффективности используемого рыночного индекса и соответственно соблюдения условий применения модели.

Иной способ борьбы со смещением оценок коэффициентов бета ценных бумаг заключается в использовании иных методов. В работе М. Гиббонса (Gibbons, 1982) было предложено использовать метод максимального правдоподобия (ММП) для оценок коэффициентов γ_j. Эмпирические результаты, показывающие, что оценки с наименьшим смещением получаются при использовании метода максимального правдоподобия, представлены в работе Дж. Шэнкена, Г. Зоу (Shanken, Zhou, 2007).

Модель CAPM с портфелем с нулевым коэффициентом бета (англ. *zero-beta CAPM*) была представлена в работе М. Йенсена, Ф. Блэка, М. Шоулза (Jensen, Black, Scholes, 1972). Теоретические основы модели были описаны в статье Ф. Блэка (Black, 1972). Дополнительная к предпосылкам классической модели CAPM предпосылка модели CAPM с портфелем с нулевым коэффициентом бета следующая: безрисковый актив отсутствует, и отсутствует возможность занимать и давать в долг по безрисковой ставке.

Базовое уравнение модели CAPM с портфелем с нулевым коэффициентом бета представляет ожидаемую доходность k-го актива или портфеля следующим образом:

$$E(R_k) = E(R_z)(1 - \beta_k) + \beta_k\, E(R_M) = E(R_z) + \beta_k\, (E(R_M) - E(R_z)), \tag{13}$$

где $E(R_M)$ — ожидаемая доходность рыночного портфеля; $E(R_z)$ — ожидаемая доходность портфеля с нулевым коэффициентом бета, чья ковариация с доходностью рыночного портфеля равна нулю; β_k — коэффициент бета k-й бумаги.

Так же, как и в классической модели CAPM, ожидаемая доходность любого актива или портфеля зависит только от β_k и является линейной функцией от β_k, однако роль безрисковой ставки в данной модели выполняет портфель с нулевым коэффициентом бета. Определим портфель с нулевым коэффициентом бета как портфель с минимальной волатильностью при соблюдении условия, что коэффициент бета портфеля равен нулю. Предположение об отсутствии ограничений на короткие продажи позволяет составить портфель с нулевым коэффициентом бета даже в случае отсутствия на рынке достаточного количества акций с бетой, близкой к нулю. Данный портфель имеет нулевую корреляцию с рыночным индексом, но при этом все равно имеет риск, не связанный с рынком.

Таким образом, модель CAPM с портфелем с нулевым коэффициентом бета является ответом на нарушение предпосылок о возможности безрискового кредитования и заимствования по безрисковой ставке в реальности.

Изначально способ тестирования модели CAPM с портфелем с нулевым коэффициентом бета был предложен в работе М. Йенсена, Ф. Блэка, М. Шоулза (Jensen, Black, Scholes, 1972). М. Гиббонс (Gibbons, 1982) представил обобщенную версию алгоритма тестирования, представленную в статье М. Йенсена, Ф. Блэка, М. Шоулза (Jensen, Black, Scholes, 1972), однако применение этого алгоритма сложно по причине возможного использования большого количества итераций. Также М. Гиббонс предложил использовать тест отношений правдоподобия для тестирования гипотезы вместо t-статистики.

Собственный алгоритм тестирования, представленный М. Гиббонсом, предполагает использование алгоритма оценивания Гаусса—Ньютона. Тестирование данным методом также рассмотрено в статье Дж. Шэнкена (Shanken, 1985). Метод тестирования модели CAPM с портфелем с нулевым коэффициентом бета на основе метода максимального правдоподобия впервые был представлен в работе С. Кэндэла (Kandel, 1984). Позднее он был усовершенствован в работе Дж. Шэнкена (Shanken, 1986).

Остановимся на рассмотрении данного метода. Необходимо оценить следующее уравнение регрессии для каждой ценной бумаги:

$$R_{kt} = \hat{\alpha}_k + \hat{\beta}_k R_{Mt} + \varepsilon_{kt}, k = 1, \ldots, N, \tag{14}$$

где k — индекс рассматриваемых активов; R_{Mt} — доходность рыночного портфеля в период времени t.

Оцененные уравнения регрессии для тестирования и предположения можно представить в векторной форме следующим образом:

$$\begin{gathered} R_t = \hat{\alpha} + \hat{\beta}\left(R_{Mt}\right) + \hat{\varepsilon}_t, \\ E\left(\varepsilon_t\right) = 0, E\left(\varepsilon_t \varepsilon_t^T\right) = \Sigma, \sigma\left(R_{Mt}, \varepsilon_t\right) = 0, \end{gathered} \tag{15}$$

где R_t — вектор $R_t = \left(R_{1t}, \ldots, R_{Nt}\right)^T$ доходности рассматриваемых k-х активов в t период времени размерности $(N \times 1)$; $\hat{\beta}$ — вектор $\hat{\beta} = \left(\hat{\beta}_1, \ldots, \hat{\beta}_N\right)^T$ коэффициентов бета рассматриваемых активов размерности $(N \times 1)$, $\hat{\alpha}$ и $\hat{\varepsilon}_t$ вектора свободных членов и ошибок регрессий размерности $(N \times 1)$ соответственно, Σ — ковариационная матрица остатков.

Предполагается, что доходности активов имеют нормальное распределение и независимо одинаково распределены, в таком случае возможно использовать метод максимального правдоподобия. Чтобы соблюдались условия применения модели CAPM с портфелем с нулевым коэффициентом бета, необходимо, чтобы α_k для каждой ценной бумаги была равна $(1 - \beta_k)R_z$,
где R_z — доходность портфеля с нулевым коэффициентом бета.

При условии известной R_z, векторы с оценками коэффициентов, получаемые методом максимального правдоподобия, выглядят следующим образом:

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{t=1}^{T}\left(R_t - R\right)\left(R_{Mt} - \bar{R}_M\right)}{\sum_{t=1}^{T}\left(R_{Mt} - \bar{R}_M\right)^2}, \tag{16}$$

$$\hat{\alpha}\left(R_z\right) = R - R_z e - \beta\left(\bar{R}_M - R_z\right), \quad (17)$$

где e — вектор $e = (1, ..., 1)^{\mathrm{T}}$ размерности $(N \times 1)$; $\bar{R}_M$ — средняя доходность рыночного индекса, рассчитываемая следующим образом:

$$\bar{R}_M = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} R_{Mt}, \quad (18)$$

где T — количество месяцев во всей рассматриваемой выборке, при этом R — вектор $(N \times 1)$ средних доходностей k-х активов:

$$R = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} R_t, \quad (19)$$

$\hat{\alpha}\left(R_z\right)$ связано со свободным членом регрессии $\hat{\alpha}$ следующим образом:

$$\hat{\alpha}\left(R_z\right) = \hat{\alpha} - R_z\left(e - \hat{\beta}\right). \quad (20)$$

Поэтому гипотезу об эффективности используемого рыночного индекса и соответственно соблюдении условия применения модели CAPM с портфелем с нулевым коэффициентом бета можно представить в следующем виде:

$$H_0 : \alpha\,(R_z) = 0. \quad (21)$$

Для расчета ковариационной матрицы остатков возможно использовать следующую формулу:

$$\hat{\Sigma} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}[R_t - R - \hat{\beta}\left(R_{Mt} - \bar{R}_M\right)]\left[R_t - R - \hat{\beta}\left(R_{Mt} - \bar{R}_M\right)\right]^T. \quad (22)$$

В случае, когда $\hat{\alpha}\left(R_z\right) = 0$, оценки максимального правдоподобия будут выглядеть следующим образом:

$$\hat{\beta}^* = \frac{\sum_{t=1}^{T}\left(R_t - R_z e\right)\left(R_{Mt} - R_z\right)}{\sum_{t=1}^{T}\left(R_{Mt} - R_z\right)^2}, \quad (23)$$

$$\hat{\Sigma}^* = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left[R_t - R_z\left(e - \hat{\beta}^*\right) - \hat{\beta}^* R_{Mt}\right]\left[R_t - R_z\left(e - \hat{\beta}^*\right) - \hat{\beta}^* R_{Mt}\right]^T. \quad (24)$$

Логарифмическую функцию правдоподобия можно представить как:

$$\mathcal{L}\left(R_z\right) = -\frac{T}{2}\left[\ln\left|\hat{\Sigma}^*\right| - \ln\left|\hat{\Sigma}\right|\right] = -\frac{T}{2}\ln\left(\frac{\hat{\sigma}_M^2}{\left(\bar{R}_M - R_z\right)^2 + \hat{\sigma}_M^2}\hat{\alpha}^T\Sigma^{-1}\hat{\alpha} + 1\right) =$$
$$= -\frac{T}{2}\ln\left(\frac{\hat{\sigma}_M^2}{\left(\bar{R}_M - R_z\right)^2 + \hat{\sigma}_M^2}\left(R - R_z e - \hat{\beta}\left(\bar{R}_M - R_z\right)\right)^T\hat{\Sigma}^{-1}\left(R - R_z e - \hat{\beta}\left(\bar{R}_M - R_z\right)\right) + 1\right), \quad (25)$$

где дисперсия рыночного портфеля рассчитывается по формуле:

$$\hat{\sigma}_M^2 = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left(R_{Mt} - \bar{R}_M\right)^2. \quad (26)$$

Оценку максимального правдоподобия доходности портфеля с нулевым коэффициентом бета R_z, можно получить при нахождении точки экстремума функции логарифмического правдоподобия по R_z. То есть необходимо минимизировать следующую функцию по R_z:

$$G\left(R_z\right)=\left(\frac{\hat{\sigma}_M^2}{\left(\bar{R}_M-R_z\right)^2+\hat{\sigma}_M^2}\right)\left[R-R_z e-\hat{\beta}\left(\bar{R}_M-R_z\right)\right]^T \times \times\hat{\Sigma}^{-1}\left[R-R_z e-\hat{\beta}\left(\bar{R}_M-R_z\right)\right]. \tag{27}$$

Дж. Шэнкен (Shanken, 1986) предложил приводить условие первого порядка к квадратному уравнению, позднее Дж. Кэмпбэлл, А. Ло, А. Маккинлей (Campbell, Lo, MacKinlay, 1997) предложили модифицированную версию, выглядящую следующим образом:

$$A(R_z)^2 + BR_z + C = 0, \tag{28}$$

где параметры рассчитываются следующим образом:

$$A \equiv \frac{1}{\hat{\sigma}_M^2}\left(e-\hat{\beta}\right)^T \hat{\Sigma}^{-1}\left(R-\hat{\beta}\bar{R}_M\right)-\frac{\bar{R}_M}{\hat{\sigma}_M^2}\left(e-\hat{\beta}\right)^T \hat{\Sigma}^{-1}\left(e-\hat{\beta}\right), \tag{29}$$

$$B \equiv \left(1-\frac{\bar{R}_M^2}{\hat{\sigma}_M^2}\right)\left(e-\hat{\beta}\right)^T \hat{\Sigma}^{-1}\left(e-\hat{\beta}\right)-\frac{1}{\hat{\sigma}_M^2}\left(R-\hat{\beta}\bar{R}_M\right)^T \hat{\Sigma}^{-1}\left(R-\hat{\beta}\bar{R}_M\right), \tag{30}$$

$$C \equiv -\left(1-\frac{\bar{R}_M^2}{\hat{\sigma}_M^2}\right)\left(e-\hat{\beta}\right)^T \hat{\Sigma}^{-1}\left(R-\hat{\beta}\bar{R}_M\right)+\frac{\bar{R}_M}{\hat{\sigma}_M^2}\left(R-\hat{\beta}\bar{R}_M\right)^T \hat{\Sigma}^{-1}\left(R-\hat{\beta}\bar{R}_M\right). \tag{31}$$

Если A меньше 0, значение R_z, являющееся наименьшим корнем уравнения (27), соответствует глобальному минимуму $G(R_z)$, если A больше 0, то наибольший корень уравнения (27) соответствует глобальному минимуму $G(R_z)$.

Задачу поиска структуры портфеля с нулевым коэффициентом бета можно представить следующим образом:

$$\begin{gathered}\sigma_p^2 = w\left[\sigma\right]w^T \to \min\\ we = 1,\\ w\beta = 0,\\ wR = R_z,\end{gathered} \tag{32}$$

где $w = (w_1, w_2, ..., w_N)$ — вектор размерности $(1 \times N)$ структуры вложений в активы портфеля; σ_p^2 — дисперсия портфеля за рассматриваемый период; e — вектор $e = (1, ..., 1)^T$ размерности $(N \times 1)$; R — вектор $(N \times 1)$ средних доходностей отдельных активов портфеля.

Для тестирования М. Гиббонс, С. Росс, Дж. Шэнкен (Gibbons, Ross, Shanken, 1989) предложили следующую статистику:

$$J\left(R_z\right)=\frac{\left(T-N-1\right)\left(\hat{\alpha}\left(R_z\right)\right)^T \hat{\Sigma}^{-1}\left(\hat{\alpha}\left(R_z\right)\right)}{N}\left[1+\frac{\left(\bar{R}_M-R_z\right)^2}{\hat{\sigma}_m^2}\right]^{-1} \sim F_{N,T-N-1}, \tag{33}$$

$J(R_z)$ имеет F распределение, при $J(R_z) > F(N, T — N — 1)$ гипотеза, определяемая соотношением (21), отвергается, что означает неприменимость модели

CAPM с портфелем с нулевым коэффициентом бета на данном рынке. При $J(R_z) < F(N, T - N - 1)$ гипотеза о возможности применимости модели не отвергается.

Принятие гипотезы, определяемой соотношением (21), о соблюдении условий использования модели CAPM с портфелем с нулевым коэффициентом бета не означает, что будет отвергнута гипотеза о соблюдении условий для применения классической CAPM. Рассматриваемые модели основываются на определенных предпосылках, и их использование означает, что предположение об их реальности выполняется.

2. Экспериментальные расчеты

Для тестирования использовались данные по обыкновенным и привилегированным акциям, которые состояли какое-либо время в Индексе Московской Биржи (IMOEX) за рассматриваемый период при наличии данных по ним. Для расчета доходности выбранных акций и рыночного индекса учитывалось только изменение стоимостных значений. Для этого логарифмировались изменения курсовой стоимости:

$$R_{kt} = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)100, \tag{34}$$

где t — последний торговый день рассматриваемого месяца; P_t — стоимость актива или значение для индекса в момент t.

В качестве значений доходности государственных облигаций брались значения кривой бескупонной доходности, рассчитываемой Московской биржей, на начало рассматриваемого месяца. В качестве рыночного портфеля использовался Индекс Московской Биржи (IMOEX). Источником данных являются портал Yahoo! Finance и терминал Bloomberg.

Для тестирования условий применения классической модели CAPM на российском рынке был использован регрессионный метод Фама–Макбета. Были использованы доходности обыкновенных и привилегированных акций, входящие в Индекс Московской Биржи (IMOEX), тестировались периоды с 2012 по 2020 г., для оценок параметров модели использовались данные доходностей российских акций с 2009 по 2017 г., подробная информация представлена в табл. 1.

Таблица 1

Данные о периодах, использованных для тестирования модели CAPM методом Фама–Макбета на российском рынке

Показатели	Периоды, гг.		
Период формирования и оценивания параметров	2009–2011	2012–2014	2015–2017
Период тестирования	2012–2014	2015–2017	2018–2020
Количество рассматриваемых ценных бумаг	30	35	40

На первом этапе оценивались параметры $\hat{\alpha}_k$ и $\hat{\beta}_k$ для ценных бумаг за первый период с помощью метода наименьших квадратов для регрессии (2). Также оценивались стандартные отклонения остатков регрессии для каждой ценной бумаги $s_k\left(\hat{\varepsilon}_{k,t-1}\right)$ по формуле (4). Далее для снижения смещения оценок оцененных параметров уравнений регрессии на втором этапе были сформированы портфели ценных бумаг, по пять ценных бумаг в каждом портфеле. В табл. 2 представлен состав сформированных портфелей.

Таблица 2

Портфели акций для тестирования модели CAPM

Период тестирования	Портфели акций					
	1	2	3	4	5	6
2012–2014	Аэрофлот, ао	РусГидро, ао	НЛМК, ао	Ростелеком, ао	Транснефть, ап	Фармстандарт
	Северсталь, ао	НК ЛУКОЙЛ, ао	Полюс, ао	Ростелеком, ап	Банк ВТБ, ао	Татнефть им. В. Д. Шашина, ап
	ФСК ЕЭС, ао	Группа ЛСР, ао	Распадская, ао	Газпром нефть	Юнипро, ао	Татнефть им. В. Д. Шашина, ао
	Газпром, ао	ММК, ао	НК Роснефть, ао	Сургутнефтегаз, ао	Уралкалий, ао	Интер РАО ЕЭС, ао
	ГМК Норильский никель, ао	Мосэнерго, ао	Российские сети, ао	Сургутнефтегаз, ап	Сбербанк России, ап	Сбербанк России, ао

Портфели акций для тестирования модели CAPM

	Портфели акций			
2015–2017	1	2	3	4
	АФК Система, ао	Газпром, ао	Группа ЛСР, ао	ПИК — специализированный застройщик, ао
	Аэрофлот, ао	Группа Черкизово, ао	ММК, ао	Полюс, ао
	Акрон, ао	ГМК Норильский никель, ао	Магнит, ао	НК Роснефть, ао
	Северсталь, ао	РусГидро, ао	М.видео, ао	Российские сети, ао
	ФСК ЕЭС, ао	НК ЛУКОЙЛ, ао	НЛМК, ао	Ростелеком, ао
	5	6	7	–
	Ростелеком, ап	Трубная Металлургическая Компания, ао	Татнефть имени В. Д. Шашина, ао	
	Сбербанк России, ао	Транснефть, ап	Татнефть имени В. Д. Шашина, ап	
	Сбербанк России, ап	Корпорация ВСМПО-АВИСМА, ао	Интер РАО ЕЭС, ао	
	Сургутнефтегаз, ао	Банк ВТБ, ао	Мобильные ТелеСистемы, ао	
	Сургутнефтегаз, ап	Юнипро, ао	НОВАТЭК, ао	
2018–2020	АФК Система, ао	Газпром, ао	Группа ЛСР, ао	ПИК – специализированный застройщик, ао
	Аэрофлот, ао	Группа Черкизово, ао	ММК, ао	Полюс, ао
	Акрон, ао	ГМК Норильский никель, ао	Магнит, ао	НК Роснефть, ао
	Северсталь, ао	РусГидро, ао	М.видео, ао	Российские сети, ао
	ФСК ЕЭС, ао	НК ЛУКОЙЛ, ао	НЛМК, ао	Ростелеком, ао

Окончание табл. 2

	Портфели акций			
	5	6	7	8
	Ростелеком, ап	Трубная Металлургическая Компания, ао	Татнефть имени В. Д. Шашина, ао	АЛРОСА, ао
	Сбербанк России, ао	Транснефть, ап	Татнефть имени В. Д. Шашина, ап	Распадская, ао
	Сбербанк России, ап	Корпорация ВСМПО-АВИСМА, ао	Интер РАО ЕЭС, ао	ФосАгро, ао
	Сургутнефтегаз, ао	Банк ВТБ, ао	Мобильные ТелеСистемы, ао	Полиметалл Интернэшнл плс, акции ин. эмм.
	Сургутнефтегаз, ап	Юнипро, ао	НОВАТЭК, ао	Яндекс Н. В. (PLC Yandex N. V.), ао

Примечание: ао — обыкновенные акции*, ап* — привилегированные акции.
Источник: составлено автором по данным Bloomberg Terminal // Доступ предоставлен Экономическим факультетом СПбГУ, Yahoo! Finance. URL: https://finance.yahoo.com/ (дата обращения: 11.03.2022).

Далее были рассчитаны средние значения коэффициентов бета $\overline{\hat{\beta}}_{p,t-1}$ по формуле (3), средние значения стандартных отклонений ошибок портфелей $\overline{s}_{p,t-1}$ по формуле (5), а также доходности используемых портфелей по формуле (6).

Оценки параметров представлены в табл. 3. Далее с помощью метода наименьших квадратов оценивается регрессия на данных следующего периода вида (7). Используя *t*-статистику, определяемую формулой (12), тестировались гипотезы, определяемые соотношениями (8)–(11). Нумерация портфелей соответствует данным табл. 2.

Таблица 3

Параметры портфелей ценных бумаг для тестирования применимости модели CAPM

Периоды тестирования, гг.								
2012-–2014			2015–2017			2018–2020		
Портфель	$\hat{\beta}_p$	$\overline{s}_p(\hat{\varepsilon}_p)$	Портфель	$\hat{\beta}_p$	$\overline{s}_p(\hat{\varepsilon}_p)$	Портфель	$\hat{\beta}_p$	$\overline{s}_p(\hat{\varepsilon}_p)$
1	1,0746	9,8732	1	1,1002	11,5241	1	1,0963	9,3971
2	1,3216	9,0926	2	0,7883	4,6973	2	0,8852	5,9943
3	1,1502	10,1337	3	1,4212	8,1630	3	0,5894	7,8756
4	0,7309	9,3535	4	1,1161	9,8006	4	0,7707	7,6885
5	1,4088	10,9496	5	1,3362	5,5585	5	0,7288	6,9537
6	1,1503	9,8107	6	0,8074	8,8674	6	0,6633	7,4817
–	–	–	7	1,0341	6,3596	7	0,7543	6,4522
–	–	–	–	–	–	8	0,5271	8,4565

Источник: рассчитано автором по данным Bloomberg Terminal // Доступ предоставлен Экономическим факультетом СПбГУ, Yahoo! Finance. URL: https://finance.yahoo.com/ (дата обращения: 11.03.2022).

Результаты проведенного тестирования представлены в табл. 4. При использовании 5%-ного уровня значимости гипотеза, определяемая соотношением (8), о равенстве константы оцененной регрессии безрисковой доходности не отвергается для периодов 2015–2017 гг. и 2018–2020 гг., что говорит в пользу того, что условия применения классической модели CAPM соблюдаются. Для периода 2012–2014 гг. данная гипотеза отвергается, что не соответствует требованиям модели CAPM.

Таблица 4

Тестирование гипотез методом Фама–Макбета

Период тестирования	Гипотеза	Значение коэффициента	*t*-статистика	Результат теста, критерий $t(36-1)_{0,005}$
2012–2014	$\gamma_{0t} = R_{ft}$	$\overline{\gamma}_0 = 17,4625$	2,4290	|2,4290| > 2,0301, отвергается
	$\gamma_{1t} = R_{Mt} - R_{ft}$	$\overline{\gamma}_1 = -24,0984$	–2,4074	|–2,4074| > 2,0301, отвергается
	$\gamma_{2t} = 0$	$\overline{\gamma}_2 = 12,2400$	2,5821	|2,5821| > 2,0301, отвергается
	$\gamma_{3t} = 0$	$\overline{\gamma}_3 = -0,7154$	–1,7394	|–1,7394| < 2,0301, не отвергается
2015–2017	$\gamma_{0t} = R_{ft}$	$\overline{\gamma}_0 = -9,2264$	–1,5577	|–1,5577| < 2,0301, не отвергается
	$\gamma_{1t} = R_{Mt} - R_{ft}$	$\overline{\gamma}_1 = 19,1232$	1,4674	|1,4674| < 2,0301, не отвергается
	$\gamma_{2t} = 0$	$\overline{\gamma}_2 = -7,9843$	–1,3461	|–1,3461| < 2,0301, не отвергается
	$\gamma_{3t} = 0$	$\overline{\gamma}_3 = -0,0085$	–0,0769	|–0,0769| < 2,0301, не отвергается
2018–2020	$\gamma_{0t} = R_{ft}$	$\overline{\gamma}_0 = -0,0152$	–0,0468	|–0,0468| < 2,0301, не отвергается
	$\gamma_{1t} = R_{Mt} - R_{ft}$	$\overline{\gamma}_1 = 2,0773$	0,0577	|0,0577| < 2,0301,не отвергается
	$\gamma_{2t} = 0$	$\overline{\gamma}_2 = -1,2656$	–0,0884	|–0,0884| < 2,0301, не отвергается
	$\gamma_{3t} = 0$	$\overline{\gamma}_3 = 0,0212$	0,0608	|0,0608| < 2,0301, не отвергается

Источник: рассчитано автором по данным Bloomberg Terminal // Доступ предоставлен Экономическим факультетом СПбГУ, Yahoo! Finance. URL: https://finance.yahoo.com/ (дата обращения: 11.03.2022).

Гипотеза, определяемая соотношением (9), о равенстве коэффициента при коэффициенте бете ценных бумаг рыночной премии за риск, не отвергается для периодов 2015–2017 гг., 2018–2020 гг., что также говорит в пользу применимости классической модели CAPM. Однако для периода 2012–2014 гг. данная гипотеза отвергается, что не соответствует условиям применения модели CAPM. Также коэффициент $\overline{\gamma}_1$ является положительным для периодов, для которых гипотеза не отвергается, что говорит о том, что в среднем премия за риск является положительной.

Гипотеза, определяемая соотношением (10), об отсутствии нелинейной связи между ожидаемыми доходностями ценных бумаг и рыночным риском не отвергается для периодов 2015–2017 гг., 2018–2020 гг., что, учитывая результаты для данных периодов тестирования гипотезы о равенстве коэффициента при бете рыночной премии за риск, говорит о линейной зависимости доходности акции и рыночного портфеля.

Гипотеза, определяемая соотношением (11), о равенстве коэффициента при стандартном отклонении ошибки регрессий на предыдущем периоде также не отвергается для всех рассмотренных периодов, что говорит о том, что инвестор не вознаграждается за несистематический риск. Нельзя сказать об отражении на рынке условий классической модели CAPM для тестируемого периода 2012–2014 гг., однако для последующих периодов условия применения модели соблюдаются.

Полученные результаты не позволяют однозначно говорить о соблюдении условий применения классической модели CAPM на российском рынке, так как результаты тестирования гипотез для одного из периодов говорят о несоблюдении условий использовании классической модели CAPM. Однако для периодов 2015–2017 гг. и 2018–2020 гг. результаты позволяют говорить об отражении на рынке условий классической модели CAPM, что позволяет сказать о том, что данная модель применима на российском рынке.

Тестирование модели CAPM с портфелем с нулевым коэффициентом бета на российском рынке акций ранее проводилось в работе А. В. Бухвалова и В. Л. Окулова (Бухвалов, Окулов, 2006), где рассматривался период с июля 1996 г. по июль 1998 г. Тестирование проводилось с использованием отраслевых индексов, доходности вложений в доллар и государственные казначейские облигации в качестве независимых переменных уравнений регрессии. По результатам проверки гипотеза о соблюдении условий применения данной модели на российском рынке отвергалась.

Таблица 5

Параметры модели CAPM с портфелем с нулевым коэффициентом бета вида (14) для некоторых акций российского фондового рынка

Эмитент ценной бумаги/индекс	Периоды тестирования, гг.								
	2011–2015			2016–2020			2011–2020		
	$\hat{\alpha}_k$	$\hat{\beta}_k$	R_k	$\hat{\alpha}_k$	$\hat{\beta}_k$	R_k	$\hat{\alpha}_k$	$\hat{\beta}_k$	R_k
Индекс МосБиржи	0	1	0,0703	0	1	1,0408	0	1	0,5556
Газпром	–0,6593	1,0623	–0,5846	–0,6424	1,3298	0,7417	–0,5688	1,1651	0,0785
ГМК Норильский никель	0,3508	0,7959	0,4067	0,8364	0,7187	1,5845	0,5672	0,7712	0,9956
НК Роснефть	0,1497	0,9165	0,2141	–0,5715	1,4140	0,9003	–0,0540	1,1000	0,5572
Сбербанк России	–0,0314	1,1035	0,0463	0,0955	1,4826	1,6386	0,1479	1,2503	0,8425

Примечание: R_k — средняя доходность месячная k-й ценной бумаги, %.
Источник: рассчитано автором по данным Bloomberg Terminal // Доступ предоставлен Экономическим факультетом СПбГУ, Yahoo! Finance. URL: https://finance.yahoo.com/ (дата обращения: 11.03.2022).

Для тестирования применимости модели CAPM с портфелем с нулевым коэффициентом бета на российском рынке, то есть проверке гипотезы, которая определяется соотношением (21), были использованы периоды 2010–2015 гг., 2016–2020 гг., а также период 2011–2020 гг.

На первом этапе оценивались методом максимального правдоподобия параметры $\hat{\alpha}_k$ и β_k для уравнений регрессии всех ценных бумаг вида (14). Результаты оценки параметров некоторых акций, а также их средняя доходность представлены в табл. 5. Далее рассчитывалась ковариационная матрица остатков регрессии по формуле (22). После оценки средней доходности рыночного индекса $\overline{R}_M$ и вектора среднего ценных бумаг R, а также стандартного отклонения доходности рыночного индекса $\hat{\sigma}_M$, рассчитывались параметры A, B, C по формулам (29)–(31).

В табл. 6 представлены результаты тестирования гипотезы, определяемой соотношением (21), о соблюдении условий применения модели CAPM с портфелем с нулевым коэффициентом бета с использованием статистики (33).

Таблица 6

Результаты тестирования модели CAPM с портфелем с нулевым коэффициентом бета

Период	N	Параметры уравнения (28)	Ставка R_z, %	$J(R_z)$	p-value
2011–2015	43	$A = 0{,}0073$ $B = 0{,}1317$ $C = -0{,}2225$	1,5550	1,0061	0,5195
2016–2020	46	$A = -0{,}0629$ $B = 0{,}9089$ $C = 0{,}2340$	–0,2530	0,7034	0,8139
2011–2020	35	$A = 0{,}0007$ $B = 0{,}0551$ $C = -0{,}0484$	0,8677	0,5929	0,9572

Примечание: N — количество рассматриваемых ценных бумаг.
Источник: рассчитано автором по данным Bloomberg Terminal // Доступ предоставлен Экономическим факультетом СПбГУ, Yahoo! Finance. URL: https://finance.yahoo.com/ (дата обращения: 11.03.2022).

Рассчитать ожидаемую риск-премию, например для акций «ГМК Норильский Никель» для периода 2011–2015 гг., можно исходя из уравнения модели (13), в соответствии с тем, что α_k для каждой ценной бумаги равна $(1 - \beta_k)R_z$, а также используя значения параметров данной регрессии, указанные в табл. 5, и ставку доходности портфеля с нулевым коэффициентом бета, представленную в табл. 6:

$$R_z + \beta_k (R_{Mt} - R_z) = 1{,}5550 + 0{,}7959\,(0{,}0703 - 1{,}5550) = 0{,}3733. \qquad (35)$$

Разница между средней доходностью ценной бумаги и ожидаемой доходностью, рассчитанной по формуле (13), равна значениям $\alpha_k - (1 - \beta_k)R_z$, гипотезы о равенстве которых нулю проверялись ранее. Соответственно премия за риск для актива, являющаяся разницей между средней месячной доходностью и доходностью портфеля с нулевым коэффициентом бета, объясняется чувствительностью к премии за риск рыночного портфеля, определяемой коэффициентом бета. Коэффициенты альфа по результатам проведенного анализа не являются статистически значимыми, поэтому не должны учитываться при расчетах.

В табл. 7 представлена структура портфелей с нулевым коэффициентом бета, рассчитанных исходя из решения задачи вида (32).

По результатам тестирования возможности применения модели CAPM с портфелем с нулевым коэффициентом бета на российском рынке данная гипотеза не была отвергнута при рассмотрении как периода 2011–2020 гг., так и периодов 2011–2015 гг., 2016–2020 гг. Были получены оценки ожидаемой доходности портфеля с нулевым коэффициентом бета с Индексом Московской Биржи (IMOEX) для российского рынка акций, что позволяет реализовывать практическое применение данной модели.

Таблица 7

Структура портфелей с нулевым коэффициентом бета

Акции	Рассматриваемый период, гг.			Акции	Рассматриваемый период, гг.		
	2016–2020	2011–2015	2011–2020		2016–2020	2011–2015	2011–2020
Россети, ао	–0,0853	–0,1601	–0,2173	Транснефть, ап	0,0401	0,0114	0,0383
ММК, ао	–0,1002	–0,1314	–0,2031	НК Роснефть, ао	–0,1457	0,2008	0,0449
Сбербанк, ап	–0,2624	–0,3143	–0,1667	МТС, ао	0,1780	–0,1129	0,0577
Татнефть им. В. Д. Шашина, ап	–0,0690	0,1018	–0,0991	Корпорация ВСМПО-АВИСМА, ао	0,1471	0,0735	0,0649
ТМК, ао	0,0101	–0,1176	–0,0598	Полюс, ао	–0,0712	0,1014	0,0742
НОВАТЭК, ао	0,0938	–0,1459	–0,0580	Газпром, ао	–0,0177	0,0505	0,0867
Северсталь, ао	0,2434	–0,0930	–0,0554	ПИК –специализированный застройщик, ао	0,1493	–0,1709	0,0867
Аэрофлот, ао	–0,0262	0,0170	–0,0500	ГМК Норильский никель, ао	–0,0911	–0,1424	0,0871
Сургутнефтегаз, ао	–0,0109	–0,3020	–0,0425	РусГидро, ао	–0,0502	0,2529	0,0913
ФСК ЕЭС, ао	0,0354	–0,0390	–0,0353	НК ЛУКОЙЛ, ао	0,0998	0,4360	0,1212
Группа ЛСР, ао	–0,0419	0,0306	–0,0243	Магнит, ао	0,0143	0,2234	0,1242
М.видео, ао	0,0229	0,0461	–0,0238	Акрон, ао	0,2469	0,0149	0,1244
Банк ВТБ, ао	0,2426	–0,0176	–0,0186	Ростелеком, ап	0,1973	–0,2224	0,1591
Сургутнефтегаз, ап	–0,0684	0,2139	–0,0118	Интер РАО, ао	–0,0739	0,2266	0,1745
АФК Система, ао	–0,1089	0,0022	0,0106	НЛМК, ао	0,0777	0,0010	0,1777
Татнефть им. В. Д. Шашина, ао	–0,0754	0,1171	0,0154	Юнипро, ао	0,1033	0,0469	0,1951
Ростелеком, ао	0,0872	0,2838	0,0217	Группа Черкизово, ао	–0,0261	0,2054	0,2759
Сбербанк, ао	0,1577	–0,0315	0,0339	АЛРОСА, ао	–0,0167	–	–

Структура портфелей с нулевым коэффициентом бета

Акции	Рассматриваемый период, гг.	
	2016–2020	2011–2015
1	2	3
АНК Башнефть, ао	0,0658	–
АНК Башнефть, ап	0,0250	–
БАНК САНКТ-ПЕТЕРБУРГ, ао	0,0876	–
Распадская, ао	–0,1725	–
МОСТОТРЕСТ, ао	–0,0266	–
Новороссийский морской торговый порт, ао	0,1663	–
ФосАгро, ао	–0,1439	–
Полиметалл Интернэшнл плс, акции ин. эмм.	0,1651	–
СОЛЛЕРС Авто, ао	0,0732	–

Окончание табл. 7

1	2	3
Яндекс Н. В. (PLC Yandex N. V.), ао	–0,0459	–
ДИКСИ Групп, ао	–	0,0282
Нижнекамскнефтехим, ао	–	0,1936
Мосэнерго, ао	–	0,0339
Мечел, ао		
Распадская, ао	–	0,0190
Газпром нефть, ао	–	0,0434
Уралкалий, ао	–	0,0117
Фармстандарт, ао	–	0,1403

Источник: рассчитано автором по данным Bloomberg Terminal // Доступ предоставлен Экономическим факультетом СПбГУ, Yahoo! Finance. URL: https://finance.yahoo.com/ (дата обращения: 11.03.2022).

Все полученные портфели с нулевым бета предполагают наличие как положительных компонент структуры портфеля, что означает, что указанные акции в соответствующей доле нужно купить, так и отрицательных компонент — это означает, что указанные акции нужно продать соответствующей доле. На это обратил внимание Ф. Блэк (Black, 1972), который отметил, что нужно в этом случае взять акции взаймы, продать, потом купить и вернуть через выбранный период, т. е. осуществить операцию, которая позднее была названа «короткой продажей». Специфика подобного портфеля в том, что это не тот портфель инвестора, характеристики которого определяются наличным количеством купленных им акций разных видов и их параметрами, а портфель, параметры которого характеризуют эффективность действий или операций инвестора по покупке и продаже акций. Подобные портфели называют арбитражными, если в процессе подобной операции можно увеличить ожидаемую доходность портфеля инвестора, покупая и продавая различные акции на одну и ту же общую одинаковую сумму. Требуется специальный анализ того, попадает ли подобный портфель в классическую область изменений ожидаемой доходности и риска портфеля из нескольких акций либо лежит за ее пределами. Кроме того, следует иметь в виду, что коэффициент бета отражает только рыночный риск по акции или портфелю, в то время как общий риск портфеля может включать и несистематический или нерыночный риск, с которым инвестор может бороться самостоятельно, уменьшая его в процессе диверсификации, тем более, что премии за нерыночный риск в рамках модели САРМ не предусмотрено. Поэтому интерпретация ожидаемой доходности портфеля с нулевым бета как определенной формы безрисковой ставки процента вполне допустимо при данном предположении.

Заключение

В результате тестирования соблюдения условий для применения классической модели САРМ методом Фама—Макбета для периода 2012—2014 гг., при использовании периода 2009—2011 гг. для оценивания коэффициентов бета и формирования портфелей, гипотеза о том, что доходность активов на российском рынке зависит от безрисковой ставки, была отвергнута. Также для данного периода была отвергнута гипотеза о наличии линейной связи между доходностью рыночного индекса и доходности акций, что говорит об отсутствии зависимостей, предполагаемых классической моделью CAPM. Гипотеза о равенстве нулю коэффициента при квадрате беты портфеля ценной бумаги отвергается, что говорит о присутствии нелинейной зависимости доходности акции и рыночного портфеля, не соответствующей классической модели CAPM.

Для периодов 2015–2017 гг. и 2018–2020 гг., при использовании периода оценивания коэффициентов бета и формирования портфеля 2012–2014 гг. и 2015–2017 гг. гипотеза о равенстве константы оцененной регрессии безрисковой доходности не отвергается. Для данных периодов гипотеза о равенстве коэффициента при бете ценных бумаг рыночной премии за риск не отвергается, также данный коэффициент является положительным, что говорит о том, что в среднем премия за риск является положительной. Также гипотеза об отсутствии нелинейной связи между ожидаемыми доходностями ценных бумаг и рыночным риском не отвергается, что позволяет говорить о линейной зависимости доходности акции и рыночного портфеля.

Гипотеза о равенстве коэффициента при стандартном отклонении ошибки регрессий для всех тестируемых периодов 2012–2014 гг., 2015–2017 гг. и 2018–2020 гг. не отвергается, то есть вознаграждение за несистематический риск для инвестора на российском рынке отсутствует.

Для периодов 2015–2017 гг. и 2018–2020 гг. все тестируемые гипотезы не отвергаются, можно сказать, что теоретические условия применения модели CAPM выполняются на российском рынке.

Тест на соблюдение условий применения модели CAPM с портфелем с нулевым коэффициентом бета не отверг гипотезу о соблюдении теоретических условий применения моделей для всех рассмотренных периодов: 2011–2015 гг., 2016–2020 гг. и 2011–2020 гг. Проведенное тестирование показало, что использование модифицированной версии модели CAPM для случаев, где доходность портфеля с нулевым коэффициентом бета используется вместо безрисковой ставки, также возможно на российском рынке. При этом показана принципиальная возможность построения портфелей с нулевыми бета по данным отечественного фондового рынка, но содержательная интерпретация полученных портфелей и их соответствие классическим условиям модели CAPM требуют специального анализа, который выходит за рамки данной статьи и послужит автору предметом дальнейшего исследования.

Можно отметить, что условия, необходимые с теоретической точки зрения для классической модели CAPM и модели CAPM с портфелем с нулевым коэффициентом бета, на российском рынке выполняются. Предпосылки применения рассмотренных моделей при дополнительных предположениях и на определенных периодах не противоречат условиям российского фондового рынка и могут быть использованы для обоснования доходностей финансовых активов на российском рынке и управления портфелями акций.

Источники

Бухвалов А. В., Окулов В. Л. Классические модели ценообразования на капитальные активы и российский финансовый рынок. Часть 1. Эмпирическая проверка модели CAPM / СПб.: НИИ менеджмента СПбГУ. 2006. № 36(R)–2006. URL: http://hdl.handle.net/11701/840.

Бухвалов А. В., Окулов В. Л. Классические модели ценообразования на капитальные активы и российский финансовый рынок. Часть 2. Эмпирическая проверка модели CAPM / СПб.: НИИ менеджмента СПбГУ. 2006. № 36 (R)–2006. URL: http://hdl.handle.net/11701/823.

Московская Биржа [Электронный ресурс]. URL: https://www.moex.com/ (дата обращения: 11.03.2022).

Black F. Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing // The Journal of Business. 1972. Vol. 45. Iss. 3. P. 444–455.

Bloomberg Terminal. Доступ предоставлен Экономическим факультетом СПбГУ. [Электронный ресурс].

Campbell J. Y., Lo A. W., MacKinlay A. C. The Econometrics of Financial Markets. Princeton University Press, 1997.

Fama E. F., MacBeth J. D. Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests // Journal of Political Economy. 1973. Vol. 81. Iss. 3. P. 607–636.

French C. W. Jack Treynor's «Toward a Theory of Market Value of Risky Assets» // SSRN Electronic Journal. 2002. URL: http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.628187.

Gibbons M. R. Multivariate Tests of Financial Models: A New Approach // Journal of Financial Economics. 1982. Vol. 10. Iss. 1. P. 3–27.

Gibbons M. R., Ross S. A., Shanken J. A Test of the Efficiency of a Given Portfolio // Econometrica. 1989. Vol. 57. Iss. 5. P. 1121–1152.

Huang C., Litzenberger R. H. Foundations for Financial Economics. N.J: Prentice Hall, 1993.

Jensen M. C., Black F., Scholes M. S. The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests. Michael C. Jensen, STUDIES IN THE THEORY OF CAPITAL MARKETS, Praeger Publishers Inc., 1972.

Kandel S. The Likelihood Ratio Test Statistic of Mean-variance Efficiency Without a Riskless Asset // Journal of Financial Economics. 1984. Vol. 13. Iss. 4. P. 575–592.

Kruschwitz L., Husmann. S. Finanzierung und Investition. v. 7th. München, 2012.

Lintner J. The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets // The Review of Economics and Statistics. 1965. Vol. 47. Iss. 1. P. 13–37.

Markowitz H. Portfolio Selection // The Journal of Finance. 1952. Vol. 7. Iss. 1. P. 77–91.

Mossin J. Equilibrium in a Capital Asset Market // Econometrica. 1966. Vol. 34. Iss. 4. P. 768–783.

Roll R. A critique of the Asset Pricing Theory's Tests Part I: On Pst and Potential Testability of the Theory // Journal of Financial Economics. 1977. Vol. 4. Iss. 2. P. 129–176.

Shanken J. Multivariate Tests of the Zero-beta CAPM // Journal of Financial Economics. 1985. Vol. 14. Iss. 3. P. 327–348.

Shanken J., Zhou G. Estimating and Testing Beta Pricing Models: Alternative Methods and their Performance in Simulations // Journal of Financial Economics. 2007. Vol. 84. Iss. 1. P. 40–86.

Shanken J. Testing Portfolio Efficiency When the Zero–Beta Rate Is Unknown // Journal of Finance. 1986. Vol. 41. Iss.1. P. 269–276.

Sharpe W. F. A Simplified Model for Portfolio Analysis // Management Science. 1963. Vol. 9. Iss. 2. P. 277–293.

Sharpe W. F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk // The Journal of Finance. 1964. Vol. 19. Iss. 3. P. 425–442.

Treynor J. Toward a Theory of the Market Value of Risky Assets. Unpublished manuscript. 1961.

Yahoo! Finance. [Электронный ресурс]. URL: https://finance.yahoo.com/ (дата обращения: 11.03.2022).

References

Black F. Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing. *The Journal of Business,* 1972, vol. 45, iss. 3, pp. 444–455.

Bloomberg Terminal. Access provided by the Department of Economics, St Petersburg State University.

Bukhvalov A. V., Okulov V. L. *Klassicheskie modeli cenoobrazovaniya na kapital'ny'e aktivy' i rossijskij finansovy'j ry'nok. Chast' 1. e'mpiricheskaya proverka modeli CAPM* [*Capital asset pricing models and Russian stock market. Part 1. CAMP Empirical Testing*]. St. Petersburg, 2006, № 36(R)–2006. Available at: http://hdl.handle.net/11701/840. (In Russian)

Bukhvalov A. V., Okulov V. L. *Klassicheskie modeli cenoobrazovaniya na kapital'ny'e aktivy' i rossijskij finansovy'j ry'nok. Chast' 2: e'mpiricheskaya proverka modeli CAPM.* [*Capital asset pricing models and Russian stock market. Part 2. Modified CAMP applicability*]. St. Petersburg, 2006, № 36 (R)–2006. Available at: http://hdl.handle.net/11701/823. (In Russian)

Campbell J. Y., Lo A. W., MacKinlay A. C. *The Econometrics of Financial Markets*. Princeton University Press, 1997.

Fama E. F., MacBeth J. D. Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests. *Journal of Political Economy,* 1973, vol. 81, iss. 3, pp. 607–636.

French C. W. Jack Treynor's «Toward a Theory of Market Value of Risky Assets». *SSRN Electronic Journal,* 2002. Available at: http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.628187.

Gibbons M. R. Multivariate tests of financial models: A new approach. *Journal of Financial Economics,* 1982, vol. 10. iss. 1. pp. 3–27.

Gibbons M. R., Ross S. A., Shanken J. A Test of the Efficiency of a Given Portfolio. *Econometrica,* 1989, vol. 57, N 5, pp. 1121–1152.

Huang C., Litzenberger R. H. *Foundations for financial economics*. N. J., 1993.

Jensen M. C., Black F., Scholes M. S. The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests. Michael C. Jensen. *Studies in the theory of capital markets.* Praeger Publishers Inc., 1972.

Kandel S. The likelihood ratio test statistic of mean-variance efficiency without a riskless asset. *Journal of Financial Economics,* 1984, vol. 13, iss. 4, pp. 575–592.

Kruschwitz L., Husmann S. *Finanzierung und Investition*. *v. 7th*. München, 2012.

Lintner J. The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. *The Review of Economics and Statistics,* 1965, vol. 47, iss. 1, pp. 13–37.

Markowitz H. Portfolio Selection. *The Journal of Finance,* 1952, vol. 7, iss. 1, pp. 77–91.

Moskovskaya Birzha. Available at: https://www.moex.com/. (In Russian)

Mossin J. Equilibrium in a Capital Asset Market. *Econometrica,* 1966, vol. 34, iss. 4, pp. 768–783.

Roll R. A critique of the asset pricing theory's tests Part I: On past and potential testability of the theory. *Journal of Financial Economics*. 1977, vol. 4, iss. 2, pp. 129–176.

Shanken J. Multivariate tests of the zero-beta CAPM. *Journal of Financial Economics,* 1985, vol. 14, iss. 3, pp. 327–348.

Shanken J. Testing Portfolio Efficiency When the Zero–Beta Rate Is Unknown. *Journal of Finance,* 1986, vol. 41, iss. 1, pp. 269–276.

Shanken J., Zhou G. Estimating and testing beta pricing models: Alternative methods and their performance in simulations. *Journal of Financial Economics,* 2007, vol. 84, iss. 1, pp. 40–86.

Sharpe W. F. A Simplified Model for Portfolio Analysis. *Management Science,* 1963, vol. 9, iss. 2, pp. 277–293.

Sharpe W. F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *The Journal of Finance,* 1964, vol. 19, iss. 3, pp. 425–442.

Yahoo! Finance. Available at: https://finance.yahoo.com/ (дата обращения: 11.03.2022).