

# ИСТОРИЯ ФИНАНСОВ И УЧЕТА

О. Б. Шейнин

канд. физ.-мат. наук (Берлин)

## СТАТИСТИКА. ЕЕ ИСТОРИЯ И СУТЬ<sup>1</sup>

### 1. Ранняя история

В 1660-е гг. Герман Конринг положил начало новой дисциплине, *государствоведению*, и уже в первые десятилетия XVIII в. ее преподавали по всей Германии (Lazarsfeld, 1961, p. 291). *Статистики* собирали сведения, включая и количественные данные, о политическом устройстве, географическом положении, климате, экономике и населении различных стран. Ахенваль (Achenwall, 1749/1752, S. 1), выдающийся представитель государственствования, подходяще определил *так называемую статистику* как государственствование отдельных стран.

Его последователь, Шлецер (Schlözer, 1804, S. 86), придумал крылатое, но неудовлетворительное высказывание, которое, однако, не считал определением: *история — это движущаяся статистика, а статистика — застывшая история*. Неудовлетворительное, потому что, как заявил еще Лейбниц (Sheynin, 1977, p. 224) в рукописи 1680 г., следовало сравнивать статистику различных стран и одной и той же страны в различные периоды. Иначе говоря, в статистике не должно быть ничего застывшего.

Государствоведение существует и сейчас, по крайней мере в Германии, в новом виде, и его можно считать приложением статистического метода к жизни государства (Шейнин, 2014, с. 142–143). В ее современном понимании статистика возникла из политической арифметики, одним из направлений которой было изучение населения. Впрочем, ее основатели (Петти, Граунт) не определили этого термина.

Новая дисциплина основывалась на количественных данных и привела к развитию элементов теории вероятностей от Арбутнота к Ник. Бернулли, Муавру, Даниилу Бернулли и Лапласу. Классической задачей того времени оказалось изучение полового состава новорожденных. Другой существенной темой того времени была смертность, непосредственно связанная со страхованием жизни и обратившая внимание ученых к медицинским и социологическим проблемам. Так, Зюсмилх (Süssmilch, 1758), самый влиятельный статистик до Кетле, заметил, что распространению эпидемий способствуют нищета и невежество.

И все же Лондонское (впоследствии Королевское) статистическое общество, учрежденное в 1834 г., пыталось ограничить свои усилия установлением фактов (Anonimous, 1839). Аналогичное стремление имело место во Франции. Деламбр (Delambre, 1819, p. LXVII) считал, что статистика не должна ни вступать в дискуссии, ни стремиться усовершенствовать теории, а Фурье (Fourier, 1821, p. IV–V) заявил, что *дух рассуждений и предположений... препятствует истинному прогрессу статистики, которая в первую очередь является наукой наблюдения*.

<sup>1</sup> Первоначальная публикация: Sheynin O. B. Statistics: history and principle // Wiley Stats Ref. Statistics Reference Online. 2016. P. 1–13.

На подобные *нелепые ограничения* по необходимости не обращали внимания, заметил Уолхоус (Woolhouse, 1873, p. 39) по поводу Лондонского общества. Уже Гаттерер (Gatterer, 1775, S. 15) заявил, что статистика должна *объяснять нынешнее состояние нации, исходя из ее предшествовавшего состояния*. Курно (Курно, 1843/1970) заметил, что статистика должна *проникать в существо вещей* (§ 106), *исследовать причины, управляющие явлениями физического мира и общественной жизни* (§ 120). Коши (Cauchy, 1845, p. 242) утверждал, что статистика *в некотором роде безошибочна при оценке учений и институтов*. И вот великий медицинский вывод Сноу (Snow, 1855): распространение холерных эпидемий обусловлено (в основном) неочищенной питьевой водой.

Следует, правда, признать, что уже сбор данных был важен и социологии, и естествознанию. Так, в 1821–1829 гг. под редакцией того же Фурье вышло четыре тома статистических таблиц, описывающих Париж и департамент Сена. Французский врач Луи (Louis, 1825) положил начало *количественному методу*, который оставался в моде примерно до 1850 г. и сводился к сбору и упорядочению количественных медицинских фактов.

Количественные сведения собирались и в биологии, метеорологии и астрономии. К примеру, к количественному методу можно отнести составление астрономических ежегодников.

Представляется, что Толстой (Tolstoy, 1884–1886, p. 27) высмеивал этот уже, видимо, не столь распространенный метод, заметив, что *единственная задача была в том, чтобы сравнить вероятности блуждающей почки, хронического катара и болезни слепой кишки*. *Вопрос был не в жизни* (пациента).

## 2. Массовые наблюдения и теория вероятностей

Начиная с Граунта статистики поняли, что их выводы должны основываться на большом числе наблюдений. Курно (1843, § 103) и Рюмелин (Rümelin, 1863–1864/1875, S. 222) так и заявили, но первыми, которые соединили при этом статистику и теорию вероятностей, были (Double et al., 1835, p. 174): *статистика является приложением теории вероятностей к бесконечным (?) массам*. Чуть раньше Либри-Каруччи и др. (Libri-Carrucci et al., 1834, p. 535) положительно отозвались о преимуществах, вытекающих из применения *высокой статистики*, и заявили, не упомянув больших чисел, что *наиболее возвышенные задачи социальной арифметики могут быть решены только с помощью теории вероятностей*. Недолговечный термин *социальная арифметика* (статистика населения, медицинская статистика и страховое дело) предложил Пуассон (Sheynin, 1978, p. 296–297).

За несколько лет до 1826 г. Фурье, в письме Кетле (Quetelet, 1826, p. 177), заявил, что статистические науки *смогут развиваться лишь в той же мере, в какой их поддерживают математические теории*. Неясно, правда, как это можно сочетать с его же высказыванием (§ 1) о том, что рассуждения и предположения препятствуют прогрессу статистики.

Необходимость в поддержке статистики стохастической обработкой наблюдения (не *математическими теориями* вообще) стала очевидной, по крайней мере, после труда Якоба Бернулли, хотя Кетле лишь поверхностно применял теорию вероятностей, а его смутное определение статистики (Quetelet, 1848, p. xi) не упомянуло ее. Статистика, как он заявил, это *новая наука, изучающая человека во всех его коллективах*. Некоторые высказывания Кетле просто беззаботны, и Кнапп (Кнарп, 1872, S. 124) слишком вежливо заметил, что его ум, *богатый мыслями, не методичный, а потому и не философский* (т. е. не научный). См. также (Sheynin, 1986).

После его смерти в 1874 г. немецкие статистики начали проклинать его скромное применение теории вероятностей. Борткевич (Bortkiewicz, 1904) возражал против этого, однако кроме Пуассона и его соавторов (Double, Libri-Carrucci, см. выше) непосредственные определения статистики у других авторов не связывали ее с вероятностью.

Якоб Бернулли (Бернулли, 1713) соединил статистическую ( $\hat{p}$ ) и теоретическую ( $p$ ) вероятности, полагая, что первая основана на  $n$  испытаниях. Он доказал, что при неограниченном возрастании  $n$   $\hat{p} \rightarrow p$ , и оценил скорость этого процесса (не очень удачно, потому что формула Стирлинга не была еще известна).

Впрочем, целью Бернулли была замена неизвестного  $p$  известным  $\hat{p}$ . Фактически речь шла о двух различных задачах, о прямом и обратном законе больших чисел (термин Пуассона). И Бернулли, и Муавр (1733 и позднее) полагали, что эти задачи тождественны, хоть сразу же заметно, что это не так: в обеих задачах известны результаты испытаний, но дополнительная информация, а именно вероятность  $p$ , была дана только в прямой задаче. Для достижения той же точности обратная задача должна была, следовательно, основываться на большем числе испытаний.

Первым это заметил и количественно изучил Бейес (Bayes, 1764, 1765), и поэтому мы полагаем, что именно он завершил построение первого варианта теории вероятностей. О его заслугах можно судить по тому, что в современной энциклопедии (Прохоров, 1999) с его именем связано 14 понятий, например «бейесовские оценки», «бейесовский подход».

Начиная с Госсета (Стьюдента), см. (Pearson, 1990), статистика имеет дело и с малыми выборками, о чем ни Пуассон, ни его бывший студент Гаварре (Gavarret, 1840), ставший врачом, не подозревали. Другой врач, Либермайстер (Liebermeister, [1876]), решительно заявил, что в терапевтике нельзя рассчитывать на большое число наблюдений и что, во всяком случае, разумные решения возможны при их небольшом числе.

К. Пирсон (Pearson, 1925) обоснованно заметил, что оценка быстроты сходимости у Бернулли (см. выше) слишком груба, но недопустимо сравнил его закон больших чисел с ошибочной птолемеевой системой мира. Он, видимо, не придавал большого значения теоремам существования (в данном случае тому, что теоретическая вероятность была пределом статистической).

### 3. Новые задачи

Граунт (Graunt, 1662/1939, p. 79) не был уверен, что статистика нужна кому-либо, кроме *государя и его главных министров*, однако со временем положение резко изменилось. В XIX в. судебная статистика постепенно стала незаменимой, а Кетле (Quetelet, 1869, t. 1, p. 419) рекомендовал исследовать социальные последствия прокладки телеграфных линий и железных дорог.

Новые важные потребности возникли в XX в. с появлением государств всеобщего благосостояния, как они официально назывались, и принятием государственных решений (Bartholomew, 1995), см. также высказывание Махаланобиса 1950 г. (Rao, 1993, p. 339): *задача статистики состоит в принятии решений на вероятностной основе по существующим данным*.

Другими областями исследований явились изучение общественного мнения и статистический контроль качества массовой продукции. Экономика, статистика и математика слились воедино при образовании эконометрики (Frisch, 1933, p. 1): созданное в то время Эконометрическое общество имело целью *продвижение экономической теории в ее отношениях со статистикой и математикой*.

Но вот на протяжении, быть может, полутора столетия статистики отказывались признать закон больших чисел и вообще математику и не считали нужным изучать случайные события с переменными вероятностями его появления в отдельных испытаниях, а об оценке точности результатов и речи почти не было (Шейнин, 2013, § 4.2.3).

Громадные изменения произошли в естествознании. В основном в XIX в. возникли новые дисциплины, связанные со статистикой: эпидемиология, общественная гигиена, т. е. предшественница экологии, география растений, зоогеография, климатология, звездная статистика, биометрика и кинетическая теория газов. Многие фундаментальные проблемы, например влияние солнечной активности на земные явления, начали изучаться статистически.

Оставляя в стороне возникновение статистического истолкования физических и биологических законов, заметим, что в астрономии астероиды составляли статистическое множество и параметры их орбит изучались статистически (Ньюком), а само существование неизвестных малых планет (ныне называемых карликовыми) стало объектом статистических выводов (Пуанкаре). То же можно сказать о размещении звезд в пространстве (У. Гершель, с середины XVIII в.), а позднее об их собственном движении. По предложению Каптейна (Картеун, 1906) был введен в действие план международного выборочного изучения звездного неба.

Гумбольдт (Humboldt, 1817) применил статистические данные о температуре воздуха для построения изотерм и тем самым выделил климатологию из метеорологии и ввел климатические зоны (известные древним, которые основывались лишь на качественных понятиях). Введение контурных линий для представления статистических данных было блестящим примером предварительного исследования данных (Andrews, 1978). Впрочем, еще в 1701 г. Галлей опубликовал карту Северной Атлантики с линиями равного магнитного склонения (Chapman, 1941, p. 5).

Гумбольдт (Humboldt, 1845–1862, t. 1, p. 18 и 72; t. 3, p. 288) обусловил изучение естественных явлений исследованием средних значений (состояний). В последнем случае он упомянул *единственный решающий метод средних значений*. Бейс-Баллот (Buys Ballot, 1850, p. 629) заметил, что изучение отклонений от средних значений составляет вторую стадию развития метеорологии. Он мог бы назвать и другие науки (геодезию: изучение формы и размеров Земли, да и статистику!).

В начале XX в. появилась биометрическая школа, которая статистически исследовала наследие Дарвина, но вот на континенте Европы ничего похожего не произошло. Одной из причин могло послужить заявление Кетле (Quetelet, 1846, p. 259) о том, что *растения и животные остались такими же, какими они вышли из рук Творца*. Дарвина он ни разу не упомянул.

В истории статистического метода можно выделить три этапа. Вначале выводы основывались на подмеченных качественных закономерностях, что соответствовало сути древней науки. Вот утверждение римского врача Цельса (Celsus, 1935, p. 19): *внимательные люди замечали, что именно, в общем, лучше подходит, и начали назначать то же самое своим пациентам. Так возникло искусство врачевания*.

Вторая стадия (Тихо Браге в астрономии, Граунт в статистике населения и медицинской статистике) отличалась сбором и наличием статистических данных. Важные открытия были сделаны при помощи простых стохастических идей и методов или даже непосредственно (Сноу, см. § 1). На нынешней стадии, начавшейся в конце XIX в., выводы стремятся проверять количественными критериями.

#### 4. Планирование эксперимента и теория ошибок

Планирование эксперимента (Cochran, 1978) возникло в 1920-е гг. при изучении сельскохозяйственных опытов Фишером. В него можно было бы включать изучение оптимальных методов наблюдений в практической астрономии и геодезии (Vox, 1964). Многие в этой дисциплине, не зависящее от случайностей, было предметом поглощенной ей детерминированной теории ошибок.

По Романовскому (1955) и Большеву (1963), стохастическая теория ошибок принадлежит статистике, но естественнее полагать ее приложением статистического метода к обработке наблюдений в экспериментальной науке, а ее значимость вряд ли достаточно осознается. По Романовскому, изучение систематических ошибок не относится к математической статистике, с чем мы решительно не согласны, и в любом случае оно относится к теоретической статистике, см. § 7.

Экспериментальная наука не может обойтись без понятия *истинного значения* неизвестной величины. Фурье (Fourier, 1826/1890, p. 534) определил его как предел среднего арифметического из наблюдений, число которых неограниченно возрастает. Это неизбежно означало, что в истинное значение включалась остаточная систематическая ошибка (Eisenhart, 1963/1969, p. 31). Позднейшие авторы неоднократно повторяли определение Фурье независимо друг от друга, самого же Фурье никто из них не упомянул. Эвристически оно напоминает определение вероятности по Мизесу (Sheynin, 2007).

Статистика отошла от истинных значений к оценкам параметров плотностей и функций распределения (Fisher, 1922), но полностью избавиться от них не смогла. Хальд (Hald, 1998) неоднократно упоминал их в гл. 5 и 6, а на с. 91 заметил: *оценка истинного значения, т. е. параметра сдвига...*

Стохастическая теория ошибок началась с Симпсона (Simpson, 1756; 1757) и Ламберта (Lambert, 1760; 1765a; 1765b), Шейнина (Sheynin, 1966; 1971b). Симпсон, по существу, ввел случайную величину (которую формально определил Пуассон (1837), хоть и назвал ее временным термином, *вещь А*) и производящие функции. Ламберт изучал основы теории ошибок (не слишком успешно) и ввел и этот термин, и принцип наибольшего правдоподобия.

Истинным изобретателем метода наименьших квадратов был Гаусс (1809/1957; 1823/1957), хоть Лежандр первым опубликовал его в 1805 г. В своем первом мемуаре Гаусс предположил, что среднее арифметическое из наблюдений является вероятнейшим значением неизвестной константы и соответственно вывел *закон ошибок*, нормальный, который впервые косвенно появился у Ник. Бернулли в 1713 г., в письме Монмору (Montmort, 1708/1713, p. 388–394).

Гаусс не удовлетворился принципом наибольшего правдоподобия (и вряд ли единственностью закона ошибок). В 1823 г. он ввел дисперсию (но не сам термин) в качестве меры точности наблюдений и смог бы сразу же определить ее несмещенную выборочную оценку, пропорциональную сумме квадратов остаточных свободных членов исходной системы уравнений (см. ниже), см. (Sheynin, 2012).

Это немедленно привело бы его к принципу наименьших квадратов, фактически же Гаусс вначале весьма сложным путем обосновывал *технологии* применения этого принципа и даже не намекнул на указанную возможность. В результате громадное число учебников и руководств по-прежнему описывали только его мемуар 1809 г., и Эйзенхарт (Eisenhart, 1964, p. 24) заметил, что второй мемуар был известен лишь *студентам повышенных курсов математической статистики*. Недаром Фишер (Fisher, 1925, p. 24) заявил, что метод наименьших квадратов

является *специальным случаем применения метода наибольшего правдоподобия, исходя из которого его можно вывести.*

Начиная с середины XIX в. несколько авторов все же выступили против мемуара 1809 г., но его сложности они, конечно же, не могли устранить. В России в пользу второго обоснования метода наименьших квадратов резко высказался Марков, который, однако, отрицал оптимальность этого метода (Марков, 1899/1951, с. 246) и тем самым обесценил свое высказывание.

Несколько слов об уравнивании *косвенных наблюдений*. Задана система  $m$  уравнений с  $n$  неизвестными при  $m > n$ :

$$a_i x + b_i y + \dots + w_i = 0, i = 1, 2, \dots, m. \quad (1)$$

Коэффициенты  $a_i, b_i, \dots$  определяются соответствующей теорией, а свободные члены  $w_i$  измерены. Приближенные значения *косвенно* определяемых неизвестных  $x, y, \dots$  либо известны, либо могут быть вычислены по решению любой подсистемы  $n$  уравнений (1). По этой причине линейность системы (1), т. е. отсутствие в ней членов, содержащих, например,  $x^2, y^2$  или  $xy$ , оправданна. Наконец, свободные члены физически независимы; линейная независимость была еще неизвестна (быть может, даже Гауссу).

Строгое решение системы (1) оказывалось невозможным, и приходилось довольствоваться любым набором значений  $\hat{x}, \hat{y}, \dots$ , приводящим к разумным остаточным членам системы (назовем их  $v_i$ . В частности, условие метода наименьших квадратов

$$v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_m^2 = \min$$

и обеспечивало выполнение такого требования.

Ввиду неизбежных систематических ошибок точность наблюдений плохо оценивается дисперсией, и отбраковка отклоняющихся наблюдений является весьма деликатной процедурой.

## 5. Геометрическая вероятность и случайность

Геометрическая вероятность окончательно закрепилась в теории вероятностей в XVIII в., хотя уже Ньютон (Newton, 1664–1666/1967) указал на возможность ее применения. Многие авторы фактически применяли ее при обращении со случайными величинами с непрерывными законами распределения, но лишь Бюффон впервые начал изучать ее. Вот его основная задача, появившаяся в анонимной (несомненно, его самого) заметке 1735 г. Игла длиной  $2r$  случайным образом падает на пучок параллельных прямых, расположенных на расстоянии  $a > 2r$  друг от друга. Требуется определить вероятность того, что она пересечет одну из них. Оказывается, что

$$P = 4r/\pi a.$$

Основной целью Бюффона (Buffon, 1777/1954, р. 471) было *введение геометрической вероятности в свои права в науке о случае.*

Несколько раньше Мичел (Michell, 1767) попытался определить вероятность того, что две звезды *случайно* расположены близко друг к другу. Его задача привела к общим рассуждениям о случайном.

Курно предложил общее определение вероятности, пригодное и для дискретных, и для непрерывных случайных величин: она является отношением протяженностей [сейчас следовало бы сказать *мер*] благоприятных случаев ко всем случаям (Курно, 1843/1970, § 18).

В другой знаменитой задаче (Bertrand, 1888, p. 4) требовалось определить вероятность того, что случайная хорда заданного круга короче длины стороны вписанного в него равностороннего треугольника. Как и Мичел, Бертран имел в виду случайную величину с равномерным распределением. Его задачу обсуждали более столетия, причем вводили различные варианты задачи (например, хорда может перемещаться параллельно самой себе; перемещаться так, чтобы один ее конец оставался неподвижным). В конце концов выяснилось, что, во-первых, возможных решений было несчетное количество, и, во-вторых, что разумно считать, что искомая вероятность равна половине. Никто не заметил, что половинная вероятность равносильна полному незнанию (Sheynin, 2003).

Заметим, что книга Бертрана поражает своим часто необоснованным и неконструктивным отношением к теории вероятностей и обработке наблюдений (Sheynin, 1994).

Мы подошли к фундаментальному понятию случайности, которая неизбежно проникает в статистику Чайтин (Chaitin, 1975). Уже Аристотель привел примеры случайных событий: неожиданная встреча знакомых (Физика, 1999, гл. 4) и неожиданная находка клада [а не ржавого гвоздя] (Аристотель, 2006, кн. 5, гл. 13). Ср. Пуанкаре (Пуанкаре, 1896/1999, с. 11): если при неустойчивом равновесии очень малая причина вызывает значительное следствие, *то этим следствием мы обязаны случаю*. Его рассуждение возвестило начало современного периода изучения случая (Sheynin, 1991).

Среди предшественников Пуанкаре назовем Максвелла (Maxwell, 1873/1969, p. 442), который сослался на неустойчивое преломление лучей в двусосном кристалле. Он же (Maxwell, 1859/1927, p. 295–296) заявил, что *в динамике существует весьма общая и очень важная проблема. [...] Отыскав частное решение уравнений движения любой материальной системы, определить, вызовет ли небольшое возмущение движения, указанное решением, небольшую периодическую вариацию или расстройство движения*.

Пуанкаре (1896/1999, с. 9) высказался и о связи случайного и необходимого, хоть и упустил закономерность массовых случайных событий: *ни в одной области точные законы не определили всего, они лишь очерчивали пределы, в которых дозволялось пребывать случаю. В этой концепции слово случай имело [имеет] точный, объективный смысл*.

В последние десятилетия начали изучаться *хаотические* процессы, при которых небольшое искажение начальных условий движения приводит к его экспоненциальному отклонению, что несравненно превосходит *расстройство движения* по Максвеллу и необычайно расширяет схему Пуанкаре *малая причина — существенные следствия*. Мы не нашли количественного определения подобных процессов, но можем предложить простой пример их отличия от *прежней* случайности. Как бы сложно и продолжительно ни было бы падение подброшенной монеты, ни количество возможных исходов, ни их вероятности не изменятся, тогда как хаотический процесс означает быстрое возрастание неустойчивости движения и появление несчетного количества его возможных траекторий. В теории вероятностей хаотичность можно понимать как совершенно беспорядочный закон (!) распределения.

В математике случайная переменная должна быть статистически устойчива, но в естествознании случайность понимается шире, и ее можно иллюстрировать примером Ламарка (Lamarck, 1815, t. 1, p. 133, 173): отклонения от лестницы живых существ должны были быть случайными. Вот подходящее утверждение Колмогорова (1983/1986, с. 467): *нужно различать случайность в [...] широком смысле и стохастическую случайность (которая и является предметом теории вероятностей)*.

Количественного критерия стохастической устойчивости, видимо, нет, но ее следует, как представляется, понимать как подчинение ошибок наблюдений одному и тому же закону распределения, т. е. как противопоставление хаотичности.

У. Гершель (Herschel, 1817/1912, p. 579) еще не знал, что размеры звезд чудовищно различны, и ошибочно посчитал, что размер звезды, выбранной наудачу из всех, видимых простым глазом, будет *вряд ли намного отличаться* от некоторого среднего размера из всех. Он также не учел, что *из ничего ничего не следует*.

Это латинское изречение разъясняет некоторые результаты, связанные с субъективной вероятностью. Не имея никаких предварительных сведений и введя произвольное допущение о равной возможности различных вариантов поставленной задачи, Пуассон (1837, § 14) получил субъективную вероятность изучаемого события, равную половине, и разумно заключил (§ 4), что это означает *полное недоумение*.

Случайность появилась в системе мира. Кеплер (Kepler, 1609/1992, p. 404–405) приписал эксцентricность планетных орбит случайным причинам. Кант (Kant, 1755/1910, p. 337) согласился с Кеплером (но не сослался на него), хоть и должен был бы знать, что Ньютон доказал, что эксцентricитеты определились исходными скоростями обращения планет около Солнца (случайными или нет?). И уж трудно понять, как Лаплас (1796/1982, с. 328), не ссылаясь ни на кого, повторил их мысли. Последнее прижизненное издание его книги вышло в 1811 г. ...

## 6. Социология

Зюссмильх (Süssmilch, 1741) пытался выявить божественный порядок в статистике населения, но вот советские статистики отыскивали порядок в схемах Маркса, поскольку считали целью статистики их количественное обоснование. Это ярко выявилось на московской статистической конференции 1954 г. (Аноним, 1954; Шейнин, 1998/2006, с. 107–109). Так (Аноним, 1954, с. 61), статистика не изучает массовых случайных явлений, притом же они не обладают никакими закономерностями (с. 74), и даже честные *буржуазные* статистики нарушают свой профессиональный долг (с. 46).

Вице-президент Академии наук К. В. Островитянов (с. 82) невежественно утверждал, что нельзя применять одни и те же статистические приемы при изучении астрономии и экономики. Это заявление противоречило определению математической статистики по Колмогорову (Аноним, 1954, с. 46–47), который также упомянул *безопасные* области применения статистического метода (работа телефонной сети, страховое дело и т. д.). О статистике населения следовало умалчивать. Перепись 1937 г. выявила демографическую катастрофу, была объявлена вредительской, а Центральное статистическое управление разгромлено (Шейнин, 1998/2006). *Статистика и деспотизм несовместимы* (Schlözer, 1804, s. 51)!

Намного позже Рябушкин (1980) в соответствии с резолюцией конференции указал, что статистические описания должны быть *неразрывно связаны с качественной стороной явлений*. Так же считали Буняковский (1866, с. 154), Чупров (1903/1960, с. 42) и Фишер (Fisher, 1935, p. 1), но никто из них, в отличие от Рябушкина, не подразумевал ... *связаны с марксизмом*. Вот Буняковский: *тот не [прикладной] математик, кто не вникает в смысл, свойственный числам, над которыми он производит какие-либо вычисления*.

Лишь Орлов (1990, с. 69) заявил, что отвергает решения конференции, и выявил подлоги советской статистики и ее отсталость (известную за рубежом).



## 7. Единство статистики обеспечивается лишь ее методом, т. е. математической статистикой

Шлецер (Schlözer, 1804) назвал свою книгу теорией статистики, но никакой теории в современном понимании в ней не было. Имея в виду и других авторов первой половины XIX в., мы можем предположить, что в то время теорией статистики называлась систематизация и упорядочение статистических данных в соответствии с разумно выбранными показателями. В подобном же виде Ахенваль представил теорию государственного управления.

Лишь в середине XX в. Мизес (Mises, 1964, посмертно, р. 1) и Кендалл (Kendall, 1978, р. 1093) заявили, что математическая статистика (отдел теории вероятностей, как решил Мизес) является математической теорией статистики.

Позднее Колмогоров (1948, с. 216) заметил, что если математическая статистика — это наука о математических методах изучения массовых явлений, *то теория вероятностей должна считаться ее органической частью*; что (с. 218) *статистика лишь постепенно перестает быть прикладной теорией вероятностей, а математическая статистика — это наука о математических методах изучения массовых явлений*.

Непонятно: где же малые выборки (конец § 2)? Через несколько лет Колмогоров (Аноним, 1954, с. 46–47) заявил, что математическая статистика не является прикладной теорией вероятностей, а много позже опубликовал иное мнение, см. ниже.

Следующие два определения можно было бы видоизменить, заменив статистику теорией статистики, а массовые наблюдения статистическими данными. Фишер (Fisher, 1925, р. 1) утверждал, что *статистика — ветвь прикладной математики, и ее можно считать математикой, приложенной к данным наблюдения*, а К. Пирсон (Pearson, 1978, р. 3) заявил, что *статистика — приложение математической теории к истолкованию массовых наблюдений*. А. Декандоль (De Candolle, 1833, р. 334) и Чеддок (Chaddock, 1925, р. 26) полагали, что статистика является ветвью математики. Это неполное определение также можно видоизменить, чтобы оно соответствовало мыслям Мизеса и Кендалла.

В соответствии со сравнительно новым определением Колмогорова и Прохорова (1974, стб. 1428), математическая статистика это

*Раздел математики, посвященный математическим методам систематизации, обработки и использования статистических данных [...], т. е. сведений [...] о числе объектов в какой-либо более или менее обширной совокупности, обладающей теми или иными признаками. [...] Метод исследования, опирающийся на рассмотрении статистических данных о тех или иных совокупностях объектов, называется статистическим.*

И, в частности (стб. 1429), статистический метод сводится к *рассмотрению [...] количественных признаков, применению при необходимости выборочного метода [...], использованию теории вероятностей. [...] Эта формальная математическая сторона статистических методов [...] и составляет предмет математической статистики.*

Авторы, видимо, исключили теорию ошибок; неясно, считаются ли статистические данные исправленными (вначале или при систематизации при помощи предварительного исследования данных, § 3). Впрочем, видимо, полагают, что такое исправление, и, конечно, не названный в определении сбор этих данных включаются в теоретическую статистику, которая оказывается шире математической. Статистический метод авторы упомянули и во множественном числе, безусловно имея в виду его различные разновидности. Это уточнение можно было бы выделить отдельно, а в основном определении оставить единственное число; ниже мы на этом методическом изменении и будем основываться.

Многие определения схожи с описанным. Бутте (Butte, 1808, р. XI) заявил, что статистика — *наука об искусстве познания и должной оценки статистических данных, их сборе и систематизации.*

Журавский (1846, с. 173) назвал статистику *весьма обширной наукой, косвенным приложением математики, основанном на категорической нумерации.* Максвелл (Maxwell, 1871/1927, vol. 2, р. 253; 1877, р. 242) определил статистический метод как *оценку среднего состояния группы атомов; как изучение вероятного числа тел в каждой исследуемой группе.*

Свои определения предложили Эгон Пирсон (Bartholomew, 1995, р. 7), Кендалл (Kendall, 1950, р. 130), Кендалл и Букланд (Kendall, Buckland, 1971), Марриот (Marriot, 1991), Банкрофт (Bancroft, 1966, р. 530), Крускал (Kruskal, 1978, р. 1072), Уилкс (Wilks, 1968, р. 162), анонимные авторы (Anonymous, 1968, р. 166; 1985, р. 230) и Додж (Dodge, 2003, р. 388).

Первые два определения несколько абстрактны, таково же в меньшей степени и четвертое, другие более или менее напоминают определение Колмогорова и Прохорова. И вот *Dodge: статистика — это наука сбора, исследования и истолкования данных, т. е. численных сведений, относящихся к совокупности отдельных элементов.*

Следует оговориться: в английском языке уже сам термин *статистика* понимается широко, часто подразумевая и математическую статистику.

Некоторые авторы предложили более узкое и потому вряд ли удовлетворительное определение статистики. Чупров в неопубликованной диссертации 1896 г. (Шейнин, 1990/2010, с. 147) назвал [теоретической] статистикой *искусство точно определять меру [...] незнания.* Линдлей (Lindley, 1984, р. 360) и Стиглер (Stigler, 1986, р. 1) полагали, что статистика измеряет наше невежество или неопределенность, а Чернов и Мозес (1959/1962, с. 9) даже заявили, что *несколько лет назад было принято считать, что статистика занимается главным образом обработкой результатов наблюдения. Однако статистики сегодняшнего дня имеют гораздо больше оснований сказать, что статистика связана с вопросами принятия решений в условиях неопределенности.*

Ср. заявление Махаланобиса (начало § 3). В свою очередь, Банкрофт (Bancroft, 1966) заметил, что *статистические выводы делаются при наличии неопределенности.*

Некоторые авторы (Фох, 1860, р. 331; Миклашевский, 1901, с. 476) утверждали, что статистика это лишь метод. А Декандоль (De Candolle, 1873, р. 12), вопреки своему намного более раннему мнению, согласился с этим и даже противопоставил статистику и математику, притом ошибочно полагая, что последняя (лишь) приходит к детерминированным выводам.

Особо выделим мнения нескольких авторов. В 1896 г. Чупров (Шейнин, 1990/2010, с. 147) заявил, что статистический метод *изучает доступные более или менее точной численной характеристике массовые явления.* Повторим: не только массовые.

Колмогоров и Прохоров, см. выше: *формальная математическая сторона статистических методов [...] и составляет предмет математической статистики.*

К. Пирсон: *единство всей науки состоит только в ее методе* (Пирсон, 1892/1911, с. 15). Мы можем заменить *всю науку* статистикой.

### **Наше заключение: теорией статистики может служить только математическая статистика**

Добавим другие соображения.

1. Статистика и статистический метод: иногда эти термины полагают равнозначными, но точнее было бы сказать, что статистический метод почти равнозначен математической (лучше, теоретической) статистике или теории статистики.

2. Выражения типа *звездная* или *медицинская статистика* означают применение статистического метода к звездной астрономии или медицине. Аналогичный вывод о теории ошибок противоречил бы определению математической статистики по Колмогорову и Прохорову, однако их понимание статистических данных можно расширить, включив в них результаты наблюдений (измерений). Социология или наука о жизни общества и его группах существенно применяет статистический метод.

**Особое замечание:** для статистики аксиоматическая теория вероятностей бесполезна.

### Библиография

*Сокращение:* AHES = Arch. Hist. Exact Sci.

S, G, n означает, что соответствующий источник имеется на нашем сайте sheynin.de или в Google, Oscar Sheynin, в документе n.

(Gauss, 1823/1887, p. 130), к примеру, означает ссылку на издание 1887 г. мемуара Гаусса 1823 г. Источники, помеченные символом ■, не упомянуты в тексте статьи.

#### Основной источник по нашей теме: (Шейнин, 2013)

*Аноним.* Обзор научного совещания по вопросам статистики // Вестник статистики. 1954. № 5. С. 39–95. Так же: Вопросы экономики. 1954. № 12. С. 75–111.

*Аристотель.* Метафизика. М., 2006.

*Физика* // Философы Греции. Харьков, 1999.

*Бернулли Я.* Искусство предположений [1713, лат.] // Бернулли Я. О законе больших чисел / ред. Ю. В. Прохоров. М., 1986.

*Большев Л. Н.* (ред.) Физический энциклопедический словарь. М., 1963. Т. 3. С. 577. М., 1963. Так же в нескольких последующих источниках.

*Буныковский В. Я.* Опыт о законах смертности в России и т. д. // Записки Императорской Академии наук. 1866. Т. 8. Прил. 6.

*Гаусс К. Ф.* Теория движения небесных тел. Кн. 2. Раздел 3 [1809, лат.] // Гаусс К. Ф. Избранные геодезические сочинения. М., 1957. Т. 1. С. 89–109.

*Гаусс К. Ф.* Теория комбинации наблюдений... [1823, лат.] // Гаусс К. Ф. Избранные геодезические сочинения. М., 1957. Т. 1. С. 17–57.

*Журавский Д. П.* Об источниках и употреблении статистических сведений. Киев, 1846.

*Колмогоров А. Н.* Основные проблемы теоретической статистики. Резюме // Второе всесоюзное совещание по математической статистике 1948 г. Ташкент, 1948. С. 216–220.

*Колмогоров А. Н.* О логических основаниях теории вероятностей [1983, англ.] // Колмогоров А. Н. Теория вероятностей и математическая статистика. М., 1968. С. 467–471.

*Колмогоров А. Н., Прохоров Ю. В.* Математическая статистика // БСЭ. 3-е изд. М., 1974. Т. 15. С. 480–484.

*Курно О.* Основы теории шансов и вероятностей [1843, фр.]. М., 1970.

*Лаплас П. С.* Изложение системы мира [1796, фр.]. Л., 1982.

■ *Лексис В.* О теории стабильности статистических рядов [1879, нем.] // О теории дисперсии / ред. Н. С. Четвериков. М., 1969. С. 5–38.

*Марков А. А.* Закон больших чисел и способ наименьших квадратов [1899] // Избранные труды. [М.], 1951. С. 231–251.

*Миклашевский И. Н.* Статистика // Энциклопедический словарь. Издат. Ф. А. Брокгауз и И. А. Ефрон. СПб., 1901. Пт. 62. С. 476–505.

*Орлов А.* О перестройке статистической науки и ее применении // Вестник статистики. 1990. № 1. С. 65–71.

*Пирсон К.* Грамматика науки [1892, англ.]. СПб., 1911.

*Прохоров Ю. В.* (ред.) Вероятность и математическая статистика: Энциклопедия. М., 1999.

- Романовский В. И.* Ошибок теория // БСЭ. 2-е изд. М., 1955. Т. 31. С. 500–501.
- Рябушкин Т. В.* Статистика // БСЭ. 3-е изд. М., 1980. Т. 24. Ч. 1. С. 437–439.
- Чернов Г., Мозес Л.* Элементарная теория статистических решений [1959, англ.]. М., 1962.
- Чупров А. А.* Статистика и статистический метод, их жизненное значение и научные задачи [1903] // Чупров А. А. Вопросы статистики. М., 1960. С. 6–42.
- Шейнин О. Б. А. А.* Чупров. Жизнь, творчество, переписка [1990]. Берлин, 2010.
- Шейнин О. Б.* Статистика и идеология в СССР [1998, нем.] // Российская и европейская экономическая жизнь: опыт Санкт-Петербурга. СПб., 2006. С. 97–119.
- Шейнин О. Б.* Теория вероятностей. Исторический очерк. Берлин, 2013. **S, G**, 11.
- Шейнин О. Б.* К истории государственного управления // Финансы и бизнес. 2014. № 1. С. 136–158.
- Achenwall G.* Staatsverfassung der europäischen Reiche im Grundrisse. Göttingen, [1752]. The first-edition. (Göttingen, 1749) was called Abriß der neuesten Staatswissenschaft etc. (A large number of later editions up to 1798, but in 1768 the title was again changed.)
- Andrews D. F.* Data Analysis, Exploratory // Kruskal W. H., Tanur J. M. (ed.) International Encyclopedia of Statistics. New York, 1978. P. 97–107.
- Anonymous.* Introduction // Journal of Stat. Soc. London, 1839. Vol. 1. P. 1–5. **S, G**, 19.
- Anonymous.* Statistics, mathematical // Enc. Brit. 1968. Vol. 21. P. 166–170.
- Anonymous* Statistics // New Enc. Brit. 1985. Vol. 28. P. 230–239.
- Bancroft T. A.* Statistics // Enc. Amer. 1966. Vol. 25. P. 530–536a.
- Bartholomew D. J.* What is Statistics? // Journal Roy. Stat. Soc. 1995. Vol. A158. P. 1–20.
- Bayes T.* An Essay to Wards Solving a Poble in the Doctrine of Chances // Phil. Trans. Roy. Soc. 1763–1764. Vol. 53–54. P. 360–418, 296–325. Немецкий перевод: Leipzig, 1908. Перепечатка первой части мемуара: Biometrika. 1958. Vol. 45. P. 293–315; так же в книге: *Pearson E. S., Kendall M. G.* (ed.) Studies in the History of Statistics and Probability. London, 1970. [Vol. 1]. P. 131–153. **S, G**, 14.
- Bertrand J.* Calcul des probabilités [1888]. (Второе издание: 1907. Перепечатка первого издания: New York, 1970).
- Borkiewicz L. von.* Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf Statistik // Enc. Math. Wiss. Leipzig, 1904. Bd. 1. S. 822–851. **S, G**, 18.
- Box G. E. P.* Errors, theory of // Enc. Brit. 1964. Vol. 8. P. 688–689.
- Buffon G. L. L.* Essai d'arithmétique morale [1777] // Buffon G. L. L. Œuvres philosophiques / ed. J. Piveteau, M. Fréchet, C. Bruneau. Paris, 1954. P. 456–488. **S, G**, 16.
- Buffon G. L. L.,* Œuvres philosophiques / ed. J. Piveteau, M. Fréchet, C. Bruneau. Paris, 1954.
- Butte W.* Die Statistik als Wissenschaft. Landshut, 1808.
- Buys Ballot C. H. D.* Die periodischen Änderungen der Temperatur [1850] // Fortschritte Phys. 1847. Bd. 3. S. 623–629.
- Campbell L., Garnett W.* Life of Maxwell. London, 1882 (London, 1884; New York; London, 1969).
- Cauchy A. L.* Sur les secours que les sciences du calcul peuvent fournir aux sciences physiques on même aux sciences morales [1845] // Œuvr. compl. Sér. 1. T. 9. Paris, 1896. P. 240–252.
- Celsus.* De medicina. Vol. 1. London, 1935. (Написано в первом веке н. э.).
- Chaddock R. E.* Principles and Methods of Statistics. Boston, 1925.
- Chaitin G. J.* Randomness and Mathematical Proof // Scient. American. 1975. Vol. 232. P. 47–52. **S, G**, 51.
- Chapman S.* Halley As a Physical Geographer. London, 1941.
- Cochran W. G.* Laplace's Ratio Estimator // Papers in Honor of H. O. Hartley / Ff H. A. David. New York, 1978. P. 3–10.
- De Candolle Alph.* Revue des progrès de la statistique // Bibl. Universelle. Cl. Litt., année 18. 1833. T. 52. P. 333–354.
- De Candolle Alph.* Histoire des sciences. Genève; Bale, 1873. (Немецкие переводы: 1911, 1921.)
- Delambre J. B. J.* Analyse des travaux de l'Académie ... pendant l'année 1817, partie math [1819] // Mém. Acad. Roy. Sci. Inst. de France. 1817. T. 2. P. I–LXXII раздела 'Histoire'.
- De Moivre A.* Doctrine of Chances [1718]. Позднейшие издания: 1738 и 1756. Перепечатка последнего издания: New York, 1967.
- De Moivre A.* A Method of Approximating the Sum of the Terms of the Binomial  $(a + b)^n$  Expanded Into a Series from Whence are Deduced Some Practical Rules to Estimate the Degree of Ascent is to be Given to Experiments [1733, лат.]. Перевод автора, включен во второе издание *Doctrine* (1738) и в расширенном виде в третье издание: P. 243–254.

- Dodge Y.* Oxford Dictionary of Statistical Terms. Oxford, 2003.
- Double F. J., Dulong P. L., Larrey F. H., Poisson S. D.* [Отчет о рукописи] J. Civiale, «Recherches de statistique sur l'affection calculuse» // C. r. Acad. Sci. Paris. 1835. Т. 1. P. 167–177.
- *Dufau P. A.* Traité de statistique ou théorie de l'étude des lois, d'après lesquelles se développent des faits sociaux. Paris, 1840.
- Eisenhart C.* Realistic Evaluation of the Precision and Accuracy of Instrument Calibration [1963] // Ku H. H. (ed.) Precision Measurement and Calibration. Nat. Bureau Standards Sp. Publ. 300. Washington, 1969. Vol. 1. P. 21–47.
- Eisenhart C.* The meaning of «least» in least squares // Journal of Wash. Acad. Sci. 1964. Vol. 54. P. 24–33. **S, G, 19.**
- *Finney D. J.* An Introduction to the Theory of Experimental Design [1960]. Chicago, Univ. of Chicago Press. I refer to the preface, written in 1967, of the Russian edition. Moscow, 1970.
- Fisher R. A.* On the Mathematical Foundations of Theoretical Statistics // Phil. Trans. Roy. Soc. 1922. Vol. 222. P. 309–368.
- Fisher R. A.* Statistical Methods for Research Workers [1925] // Fisher R. A. Statistical Methods, Experimental Design and Scientific Inference. Oxford, 1990 (отдельная пагинация, перепечатка издания 1973 г.). Русск. пер.: *Фишер Р.* Статистические методы для исследователей. М., 1958.
- Fisher R. A.* Design of Experiments. 1935. Там же, отдельная пагинация.
- Fisher R. A.* Statistical Methods, Experimental Design and Scientific Inference. Oxford, 1990.
- Fourier J. B. J.* (red.) Recherches statistiques sur la ville de Paris et de département de la Seine. Paris, 1821–1829. Т. 1–4.
- Fourier J. B. J.* Sur les résultats moyens déduits d'un grand nombre d'observations [1826] // Œuvres. Т. 2. Paris, 1890. P. 525–545.
- Fox J. J.* On the Province of the Statistician // Journal of Stat. Soc. 1860. Vol. 23. P. 330–336.
- Frisch R.* Editorial // Econometrica. 1933. Vol. 1. P. 1–4. **S, G, 44.**
- Gatterer J. C.* Ideal einer allgemeinen Weltstatistik. Göttingen, 1775.
- Gavarret J.* Principes généraux de statistique médicale. Paris, 1840. (Немецкий перевод: Erlangen, 1844.)
- Graunt J.* Natural and Political Observations Made Upon the Bills of Mortality [1662] / ed. W. F. Willcox. Baltimore, 1939. **S, G, 13.**
- Hald A.* History of Mathematical Statistics from 1750 to 1930. New York, 1998.
- Herschel W.* Astronomical Observations and Experiments Tending to Investigate the Local Arrangement of Celestial Bodies in Space [1817] // Herschel W. Scientific Papers. London, 1912. Vol. 2. P. 575–591.
- Herschel W.* Scientific Papers. London, 1912. Vol. 1–2. (Bristol, 2003).
- Humboldt A.* Des lignes isothermes // Mém. Phys. Chim. Soc. d'Arcueil. 1817. Т. 3. P. 462–602.
- Humboldt A.* Kosmos. Stuttgart, 1845–1862. Bd. 1–5; 3. Auf. Stuttgart, 1877. Bd. 1–4. Русск. пер.: *Гумбольдт А. фон.* Космос. М., 1866–1871. Ч. 1–3.
- Kant I.* Allgemeine Naturgeschichte und Theorie des Himmels. Ges. Schriften [1755]. Bd. 1. Berlin, 1910. S. 215–368. [Erlangen, 1988]. Русск. пер.: *Кант И.* Всеобщая естественная история и теория неба // Кант И. Избр. произв. М., 1959. Т. 2. С. 8–296.
- Kapteyn J. C.* Plan of Selected Areas. Groningen, 1906.
- Kendall M. G. (Sir Maurice)* The statistical approach // Economica. 1950. Vol. 17. P. 127–145.
- Kendall M. G.* The History of the Statistical Method // Kruskal W. H., Tanur J. M. (ed.) International Encyclopedia of Statistics. New York, 1978. Vol. 2. P. 1093–1102.
- Kendall M. G., Buckland W. R.* Statistics // Dictionary of Statistical Terms. Edinburgh, 1971.
- Kendall M. G., Plackett R. L.* (ed.) Studies in the History of Statistics and Probability. London, 1977. Vol. 2.
- Kepler J.* New Astronomy [1609, латин.]. Cambridge, 1992.
- Knapp G. F.* Quetelet als Theoretiker // Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik. 1872. Bd. 18. S. 89–124.
- Kruskal W. H.* Statistics: the Field // Kruskal W. H., Tanur J. M. (ed.) International Encyclopedia of Statistics. New York, 1978. Vol. 2. P. 1071–1093.
- Lamarck J. B.* Histoire naturelle des animaux sans vertèbres. Paris, 1815. Т. 1. Русск. пер.: *Ламарк Ж. Б.* Естественная история беспозвоночных животных. Избр. произведения. М., 1959. Т. 2. С. 8–296.
- Lambert J. H.* Photometria. Augsburg, 1760.
- Lambert J. H.* Anmerkungen und Zusätze zur practischen Geometrie. В книге автора // Lambert J. H. Beiträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendung. Bd. 1. Berlin, 1765a. S. 1–313.

- Lambert J. H.* Theorie der Zuverlässigkeit der Beobachtungen und Versuche // Lambert J. H. Beiträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendung. Bd. 1. Berlin, 1765b. S. 424–488.
- Lazarsfeld P. F.* Notes on the History of Quantification in Sociology // Isis. 1961. Vol. 52. P. 277–333.
- Libri-Carrucci G. B. I. T.* Au nom d'une Commission // Procès verbaux des séances. Acad. Sci. Paris. 1834. T. 10. P. 533–535. [Отчет о представленной рукописи I. J. Виенаумэ. Члены комиссии: S. F. Lacroix, S. D. Poisson.]
- Liebermeister C.* Über Wahrscheinlichkeitsrechnung in Anwendung auf therapeutische Statistik // Sammlung klinischer Vorträge. № 110 (Innere Medizin. № 39). Leipzig, [1876]. S. 935–961.
- Lindley D. V.* Prospects for the Future. The next 50 years // Journal Roy. Stat. Soc. 1984. Vol. A147. P. 359–367.
- Louis P. C. A.* Recherches anatomico-pathologiques sur la phtisie. Paris, 1825.
- Marriot F. H. C.* Statistics // Dictionary of Statistical Terms. Harlow (Essex); New York, 1991. P. 196.
- Maxwell J. C.* On the Stability of the Motion of the Saturn's Ring [1859] // Maxwell J. C. Scientific Papers. Cambridge, 1890; Reprints: Paris, 1927; New York, 1965. P. 288–376.
- Maxwell J. C.* Introductory Lecture on Experimental Physics [1871] // Maxwell J. C. Scientific Papers. Cambridge, 1890; Reprints: Paris, 1927. Vol. 2. P. 241–255. Русск. пер.: Максвелл Д. Вводная лекция по экспериментальной физике // Максвелл Д. Статьи и речи. М., 1968. С. 20–36.
- Maxwell J. C.* Does the Progress of Physical Science Tend to Give any Advantage to the Opinion of Necessity [...] Over That of Contingency of Events [зачитано 1873] // Campbell L., Garnett W. Life of Maxwell [1873]. London, 1882. P. 357–366. [London, 1884; New York; London, 1969.]
- Maxwell J. C.* [Рецензия] H. W. Watson. Treatise on the Kinetic Theory of Gases. Oxford, 1876 // Nature. 1877. Vol. 16. P. 242–246.
- Maxwell J. C.* Scientific Papers [1890]. Cambridge, 1890. Vol. 1–2. Reprints: Paris, 1927; New York, 1965.
- Michell J.* An Inquiry Into the Probable Parallax and Magnitude of the Fixed Stars [1767] // Phil. Trans. Roy. Soc. Abridged. 1809. Vol. 12. P. 423–438.
- Mises R. von.* Mathematical Theory of Probability and Statistics / ed. H. Geiringer. New York, 1964.
- Montmort P. R.* Essay d'analyse sur les jeux de hazard [1708]. Paris, 1713. (New York, 1980).
- Newton I.* [Рукопись без названия, 1664–1666] // Mathematical Papers. Cambridge, 1967. Vol. 1. P. 58–61. S, G, 14.
- Pearson E. S.* «Student» // A Statistical Biography of W. S. Gossett / ed. R. L. Plackett; G. A. Barnard. Oxford, 1990. S, G, 68.
- Pearson K.* James Bernoulli Theorem // Biometrika. 1925. Vol. 17. P. 201–210.
- Pearson K.* The History of Statistics in the 17<sup>th</sup> and 18<sup>th</sup> Centuries / ed. E. S. Pearson. London, 1978. (Лекции 1921–1933 гг.).
- Poincaré H.* Calcul des probabilités. Paris, 1896 [Второе издание, 1912, его перепечатка: Sceaux, 1987. Русск. пер.: Пуанкаре А. Теория вероятностей. Ижевск, 1999].
- Poisson S.-D.* Recherches sur la probabilité des jugements, principalement en matière criminelle et en matière civile. Paris, 1837. (Paris, 2003). S, G, 52.
- Quetelet A.* À M. Villermé etc. // Corr. Math. et Phys. 1826. T. 2. P. 170–178.
- Quetelet A.* Lettres... sur la théorie des probabilités. Bruxelles, 1846.
- Quetelet A.* Du système social et des lois qui le régissent. Paris, 1848.
- Quetelet A.* Physique sociale. Bruxelles, 1869. T. 1–2. Пересмотренное издание книги 1836 г. (Bruxelles, 1997).
- Rao C. R.* Statistics Must Have a Purpose: the Mahalanobis Dictum // Sankhya. 1993. Vol. A55. P. 331–349.
- Rümelin G. von.* Zur Theorie der Statistik [1863–1864] // Reden und Aufsätze. Tübingen, 1875. S. 208–284.
- Schlözer A. L.* Theorie der Statistik nebst Ideen über das Statium der Politik überhaupt. Göttingen, 1904. S, G.
- *Sheynin O. B.* Origin of the Theory of Errors // Nature. 1966. Vol. 211. P. 1003–1004.
  - Sheynin O. B.* Newton and the Theory of Probability // AHES. 1971a. Vol. 7. P. 217–243. S, G, 47.
  - Sheynin O. B.* Lambert's Work in Probability // AHES. 1971b. Vol. 7. P. 244–256. S, G, 47.
  - Sheynin O. B.* Early History of the Theory of Probability // AHES. 1977. Vol. 17. P. 201–259. S, G, 30.
  - Sheynin O. B.* Poisson's Work in Probability // AHES. 1978. Vol. 18. P. 245–300.
  - Sheynin O. B.* Quetelet as a Statistician // AHES. 1986. Vol. 36. P. 281–325. S, G, 29.
  - Sheynin O. B.* Poincaré's Work in Probability // AHES. 1991. Vol. 42. P. 137–172.
  - Sheynin O. B.* Bertrand's Work on Probability // AHES. 1994. Vol. 48. P. 155–199. S, G, 47.

- *Sheynin O. B.* Newcomb as a Statistician // *Historia Scientiarum*. 2002. Vol. 12. P. 142–167.
- Sheynin O. B.* Geometric Probability and the Bertrand Paradox // *Historia Scientiarum*. 2003. Vol. 13. P. 42–53. **S, G**, 47.
- Sheynin O. B.* The True Value of a Measured Constant and the Theory of Errors // *Historia Scientiarum*. 2007. Vol. 17. P. 38–48. **S, G**, 47.
- *Sheynin O. B.* Bortkiewicz' Alleged Discovery: the Law of Small Numbers // *Historia Scientiarum*. 2008. Vol. 18. P. 36–48.
- Sheynin O. B.* New Exposition of Gauss' Final Justification of Least Squares // *Math. Scientist*. 2012. Vol. 37. P. 147–148.
- Simpson T.* On the Advantage of Taking the Mean of a Number of Observations // *Phil. Trans. Roy. Soc.* 1756. Vol. 49. P. 82–93. **S, G**, 14.
- Simpson T.* Miscellaneous Tracts on Some Curious... Subjects... London, 1757. P. 64–75. [Расширенный вариант статьи]. **S, G**, 14.
- Snow J.* On the Mode of Communication of Cholera (1855) // *Snow on Cholera*. New York, 1965. P. 1–139.
- Stigler S. M.* The History of Statistics. Cambridge (Mass.), 1986.
- Süssmilch J. P.* Die Göttliche Ordnung in den Veränderungen des menschlichen Geschlechts, aus der Geburt, dem Tode und der Fortpflanzung desselben. Berlin, 1741. [Несколько последующих изданий.]
- Süssmilch J. P.* Gedancken von dem epidemischen Krankheiten (1758) // *Die königliche Residenz und die Mark Brandenburg im 18. Jahrhundert / Hrsg. J. Wilke*. Berlin, 1994. S. 69–116.
- Tolstoy L. N.* The Death of Ivan Ilyich [1884–1885, русск.] // *Tolstoy L. N.* The Death of Ivan Ilyich and Man and Master. New York, 2003. P. 3–59.
- Wilks S. S.* Statistics // *Encyclopædia Britannica*. 1968. Vol. 21. P. 162–166.
- Woolhouse W. S. B.* On the Philosophy of Statistics // *Journal of Inst. Actuaries*. 1873. Vol. 17. P. 37–56.