

ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

А. В. Воронцовский

докт. экон. наук, профессор кафедры экономической кибернетики экономического факультета Санкт-Петербургского государственного университета

Т. Д. Ахобадзе

канд. экон. наук, заместитель начальника планово-финансового управления Санкт-Петербургского государственного университета

ЭВОЛЮЦИОННАЯ МАКРОЭКОНОМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭНДОГЕННОГО РОСТА СО СМЕНЯЮЩИМИСЯ ПОКОЛЕНИЯМИ¹

Введение

В последнее время в мировой экономической практике все более актуальным становится вопрос о демографических изменениях в структуре национальных государственных образований. Либерализация гражданского законодательства и налаживание транспортных связей между развитыми и развивающимися государствами, с учетом господствующей на данный момент идеологии расширенного (опережающего) потребления, способствуют интенсификации конъюнктурной миграции рабочей силы и связанным с ней демографическим сдвигам. Указанные обстоятельства приводят к возрастанию колеблемости производительных сил отдельных стран, оказывающей влияние, в свою очередь, на долгосрочные макроэкономические циклы, которая может привести к резонаторным эффектам и негативным последствиям катастрофических масштабов для отдельных стран и регионов. В этих условиях особое значение приобретает разработка математических моделей функционирования национальной экономики, позволяющих определить характеристики динамики трудовых ресурсов и минимизировать риски демографического коллапса или утраты национальной идентичности.

На данный момент не существует единой прогностической модели, позволяющей всесторонне описывать качественное содержание и развитие демографических процессов. В этой связи представляется целесообразным объединить частные представления экспертов о структуре значимых демографических факторов и механизмах их взаимодействия в рамках постановки модели экономического роста, которая позволяла бы анализировать влияние значимых демографических шоков на экономический рост. Особое значение это приобретает для стран с малой открытой экономикой развитого индустриального типа, поскольку подобные страны, с одной стороны, обладают доступом к успешно функционирующим рынкам труда, капитала, различных товаров и т. п. отдельных стран и регионов. Но, с другой стороны, они не могут воздействовать на рыночные условия соответствующих рынков в силу малости своей экономики, и вынуждены учитывать как их детерминированные изменения, так и принимать во внимание воздействие соответствующих шоков.

¹ Работа выполнена при поддержке гранта СПбГУ 13.38.88.2012.

Основная задача данной статьи состоит в разработке постановки дискретной экономико-математической модели экономического роста на базе определенной модификации модели перекрывающихся поколений и ее использования для долгосрочного прогнозирования развития экономики.

В рамках рассматриваемой модели экономические агенты, имеющие ограниченную продолжительность жизни, накапливают и перераспределяют реальные активы и человеческий капитал с целью роста полезности своего потребления. Под экономическими агентами обычно понимаются субъекты, решающие установленную задачу оптимизации. Так, в моделях частичного равновесия отдельных рынков в качестве различных экономических агентов выступают покупатели и продавцы; в динамических стохастических моделях общего равновесия — домохозяйства, фирмы, а также правительства или центральные банки. При этом функционирование каждого из агентов определенного вида обычно осуществляется по множеству направлений. Так, домохозяйства, к примеру, действуют как потребители, поставляют рабочую силу фирмам или являются инвесторами на рынках ценных бумаг. В некоторых макроэкономических моделях фигурируют также покупатели и коммерческие банки (Timothy, 1992). В целом, расширительная трактовка понятия «экономический агент» определяет его как социальный или физический объект, который взаимодействует с другими аналогичными объектами в рамках формируемой динамической системы.

Для анализа экономического роста и постановки мы рассмотрим определенный вариант так называемой модели перекрывающихся поколений (англ. *overlapping generations model*, или *OLG-model*), как специфической модели экономического роста. В первых вариантах этой модели, которые разработали П. Даймонд (Diamond, 1956) и П. Самуэльсон (Samuelson, 1958), было предложено использовать накопление человеческого капитала как фактор роста благосостояния. Теоретические основы учета человеческого капитала в макроэкономических моделях экономического роста были позднее в более законченном виде разработаны Р. Лукасом (Lucas, 1988), который обосновал положение о том, что экономический рост порождается целенаправленным накоплением человеческого капитала. В дискретных моделях OLG учитывалось, что люди (в более поздних вариантах модели OLG речь шла о домохозяйствах) живут всего два фиксированных дискретных периода: юность и зрелость. В процессе первого идет накопление человеческого капитала путем образования, использования опыта предыдущего поколения и работы, а также формирование сбережений, необходимых для обеспечения потребления в старости. Во втором периоде люди, будучи пожилыми, расходуют сбережения и умирают. При допущении существования альтруистических связей между поколениями, пожилые не обязательно тратят до конца во втором периоде свои сбережения, а возникает возможность трансферта их части последующим поколениям, например, в виде наследства; тем самым индивиды при принятии решений учитывают интересы последующих поколений на достаточно длительном плановом горизонте.

Каждый экономический агент решает свою задачу оптимизации полезности на указанном плановом горизонте. При постановке модели OLG предполагалось, что один период — юность или зрелость — представляет собой достаточно длительный срок, до нескольких десятков лет. Базовые постановки OLG-моделей и особенности их анализа см. в (Современная макроэкономика: избранные главы, 2013, с. 189–212; Acemoglu, 2009, р. 327–353). В современных вариантах OLG-моделей учитываются различные виды невозобновляемых ресурсов (Agnani, Gutierrez, Iza, 2005), те или иные разновидности демографических процессов (Bommier, Lee,

2003), выполнены стохастические постановки OLG-моделей (Chattopadhyaya, Cottardi, 1999; Hausenchild, 2002; Demonge, Laroque, 2000).

Подобные модели позволяют содержательно рассматривать и детально исследовать различные аспекты влияния демографических факторов, а также пенсионных систем, фискальной и денежно-кредитной политики, межпоколенческих трансфертов и иных особенностей макроэкономической политики государства на экономический рост. Отдельные постановки OLG-моделей учитывают воздействие политики государства на состояние окружающей среды; позволяют анализировать специфику взаимодействия различных поколений населения с учетом альтруистических связей.

Постановка задачи

В данной статье для учета демографических сдвигов и анализа межпоколенческих связей используется определенный дискретный вариант модели OLG, так называемая обобщенная модель перекрывающихся поколений О. Бланшара (Blanchard, 1985), в рамках которой формируются модели домохозяйств с конечным временным горизонтом. В данной модели в каждый период времени появляются обособленные поколения экономических агентов, для которых может быть определена положительная вероятность смерти, зависящая, в свою очередь, от их возраста и распределенная по закону Пуассона¹. В принципе, возможно построение моделей перекрывающихся поколений в условиях непрерывного времени, которые в данной статье не рассматриваются (Барро, Сала-Мартин, 2010, с. 524–546).

Основная гипотеза, которая лежит в основе исследования, выполненного в данной статье, состоит в возможности построения долгосрочных траекторий роста макроэкономических показателей с учетом имеющейся достаточной базы статистических данных по конкретной стране.

С учетом изложенного выше, запишем основные предпосылки предполагаемой модели:

- 1) национальная экономика представляет собой совокупность экономических агентов, стандартизированных фирм и государственного сектора;
- 2) длительность жизни экономического агента случайна;
- 3) экономические агенты входят в состав различных поколений; при этом темпы рождаемости и смертности, определяющие структуру демографического процесса смены поколений, задаются экзогенно;
- 4) жизненный цикл всех экономических агентов состоит из двух основных стадий: стадии получения образования (накопления человеческого капитала) и стадии производственной деятельности (его реализации);
- 5) между различными поколениями экономических агентов существует обмен опытом, отражающийся на результатах их труда;
- 6) экономические агенты предлагают рабочую силу стандартизированным фирмам, производящим однородную продукцию с единой производственной функцией, объем которой исчисляется в денежном эквиваленте;
- 7) экономические агенты действуют рационально, максимизируя собственную функцию полезности;
- 8) государство обеспечивает финансовую поддержку экономических агентов в форме образовательных субсидий в течение периода накопления человеческого капитала.

¹ Более подробно о модели Бланшара см. в (Барро, Сала-Мартин, 2010, с. 236–252).

В целом, предложенная система предпосылок определяет механизм взаимодействия субъектов модели, который представлен на следующей схеме (см. рис. 1).

Указанные предпосылки позволяют сформулировать вербальную постановку оптимизационной задачи в рамках модели экономического роста со сменяющимися поколениями: репрезентативный экономический агент (гражданин) максимизирует объем своего приведенного потребления в течение всей жизни установленной ожидаемой продолжительности. Для этого он выбирает длительность образовательного периода (повышая собственный человеческий капитал), по завершении которого предлагает свои услуги на рынке труда, спрос на котором, в свою очередь, формируют стандартные фирмы, обладающие эквивалентной производственной функцией.

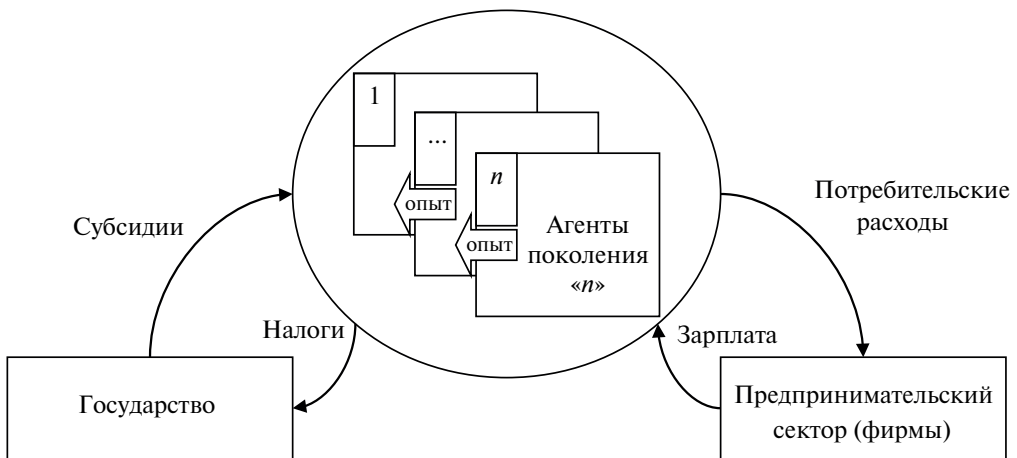


Рис. 1. Обобщенный механизм взаимодействия субъектов модели роста со сменяющимися поколениями

Удовлетворение потребительских запросов экономического агента обеспечивается его заработной платой (при наступлении периода работы) и располагаемым благосостоянием. Государственное вмешательство заключается в стратегически обоснованном определении размеров компенсации в течение образовательного периода граждан, регулировании уровня налогообложения посредством выбора значений подоходного и фиксированного налогов и оказании воздействия на ставки рыночной доходности при соблюдении принципа адаптивного реагирования.

Для математической записи задачи воспользуемся следующими обозначениями: v — момент рождения экономического агента; $c(v, x)$ — объем потребления экономического агента, родившегося во время v , за период x ; $a(v, x)$ — реальное финансовое благосостояние экономического агента, родившегося во время v , в периоде x ; $n(v, x)$ — объем национального богатства, находящегося в распоряжении экономического агента, родившегося во время v , в периоде x ; $w(v, x)$ — заработная плата экономического агента, родившегося во время v , в периоде x ; $g(v, x)$ — совокупные налоговые выплаты экономического агента, родившегося во время v , за период x ; $H(v, x)$ — человеческий капитал экономического агента, родившегося во время v , в периоде x ; $m(v, x)$ — уровень мгновенной смертности экономического агента в возрасте α ; $h(v)$ — удельный человеческий капитал по экономике в целом в периоде v ; $s(v)$ — продолжительность образовательного периода экономического агента, родившегося в момент v ; $b(v)$ — естественный прирост населения; F — средняя продолжительность жизни экономического агента; θ — коэффициент временного предпочтения; ξ — норма накопления;

σ — межвременная эластичность замены по потреблению; r — постоянная ставка расчетного процента; φ — параметр, регулирующий силу межпоколенческого эффекта передачи знаний; δ — норма амортизации; A_H — корректирующий коэффициент производительности труда; A_y — коэффициент использования человеческого капитала; $w(t)$ — предельная производительность человеческого капитала в периоде t ; ε — параметр функции Кобба-Дугласа.

С учетом введенных обозначений могут быть сформулированы основные соотношения рассматриваемой модели малой экономики.

В периоде t экономический агент, родившийся во время v ($v \leq t$), имеет следующую функцию полезности $U(v, t)$, характеризующую совокупный приведенный объем потребления агента в течение всей его ожидаемой будущей жизни:

$$U(v, t) = \sum_{i=t}^{F+v-t} \frac{\Lambda[c(v, i)](1 - M(i - v))}{(1 + \theta)^{i-t}}, \quad (1)$$

где $M(x - v)$ — кумулятивный уровень смертности; $\Lambda[c(v, x)]$ — функция счастья экономического агента, которая демонстрирует условный уровень удовлетворенности экономического агента его имущественным положением в момент времени x .

Неотрицательный коэффициент временного предпочтения θ задается экзогенно для всех возрастных групп экономических агентов и отражает отношение полезности отложенного потребления к текущему уровню.

Кумулятивный уровень смертности $M(x - v)$, или вероятность того, что экономический агент не достигнет возраста $(x - v)$, определяется следующим образом:

$$M(x - v) = \sum_{q=0}^{x-v} m(q), \quad (2)$$

где $m(q)$ — устанавливаемая экзогенно вероятность смертности экономического агента в возрасте q . Функция счастья¹ экономического агента в рассматриваемой модели имеет простейший вид и представляет собой промежуточное транзитивное преобразование, позволяющее объединить текущее и прогнозируемое удельное потребление в рамках оценки на единый сопоставимый период. Это достигается фактически путем дисконтирования будущего потребления, т. е. посредством его временного приведения в условиях неопределенности продолжительности жизни (так как $M(x - v) > 0$ для $\forall x > v$) (Schumacher, 2011). Сама функция счастья является изоэластичной:

$$\Lambda[c(v, x)] = \begin{cases} \frac{c(v, x)^{1-1/\sigma} - 1}{1 - 1/\sigma}, & \sigma \neq 1. \\ \ln c(v, x), & \sigma = 1 \end{cases} \quad (3)$$

Удельное потребление, участвующее в расчете функции счастья, представляет собой основное направление расходов агента, дополняемое налоговыми отчислениями. Общие доходы агента, служащие, в том числе, источником финансирования потребления, складываются из принадлежащих ему прав на часть национального богатства, государственные облигации и государственные активы, стартовый денежный объем которых может быть оценен эмпирически. Эволюционное уравнение бюджета экономического агента, ограничивающее сокращение

¹ Краткое описание функции счастья фигурирует во множестве научно-исследовательских макроэкономических работ, напр. (Bævre, 2005, ch. 7.2, p. 2).

его благосостояния уплатой налогов и расходами на потребление и увеличение — поступлением заработной платы:

$$a(v, t+1) = a(v, t)r + w(v, t) - g(v, t) - c(v, t), \quad (4)$$

где $c(v, t) = (1 - \xi)a(v, t)$.

Приведенное уравнение бюджета (4) включает удельную заработную плату агента, в основе расчета которой, согласно предпосылке 4, лежит реализация человеческого капитала (обеспечивающего возможность осуществления производственной деятельности), накопление которого проводится экономическими агентами на ранних этапах своей жизни посредством получения образования. Накопление капитала осуществляется при содействии экономических агентов более ранних поколений, обменивающихся с наследниками личным опытом в соответствии с предпосылкой 5, что позволяет отразить действие реального механизма трудового наставничества. Указанное предположение формализуется в следующем виде:

$$H(v, t) = \begin{cases} 0, & v \leq t \leq v + s(v) \\ A_H h(v)^\varphi s(v), & t > v + s(v) \end{cases}, \quad 0 \leq \varphi \leq 1. \quad (5)$$

В настоящее время не существует единой точки зрения на определение интервалов колеблемости неотрицательного числового параметра φ . Так, С. Калемли-Оскан, Х. Райдер и Д. Вейл (Kalemli-Ozcan, Ryder, Weil, 2000) отказываются от межпоколенческой связи в целом, предполагая его значение равным нулю; М. Билс и П. Кленов (Bils, Klenow, 2000) устанавливают его на уровне (0; 1); Р. Буцеккин, Д. Делакура и О. Лисандро (Boucekkine, de la Croix, Licandro, 2000) рассматривают пограничное условие равенства единице. В этой ситуации разумно объединить отмеченные мнения и положить интервал колеблемости φ в пределах интервала [0; 1].

Располагаемый человеческий капитал используется производителями на конкурентной основе, что позволяет записать следующее уравнение для заработной платы:

$$w(v, t) = w(t)H(v, t). \quad (6)$$

Моделирование налоговой системы должно удовлетворять упрощенной практической реализации ее естественных аспектов, в качестве которых можно рассматривать содержание деятельности государственных институтов и обеспечение экономических агентов бесплатным образованием. В этой связи будем полагать, что в течение всей жизни агент выплачивает фиксированный налог; во время образовательного этапа агент получает государственную компенсацию, размер которой эквивалентен среднестатистической стоимости обучения; в течение производственной деятельности агент уплачивает подоходный налог на заработную плату. Тогда получим:

$$g(v, t) = \begin{cases} [z(t) - \rho] w(t) A_H h(v)^\varphi, & v \leq t \leq v + s(v) \\ [z(t) + t_L] w(t) A_H h(v)^\varphi, & t > v + s(v) \end{cases}, \quad (7)$$

где ρ — нормированная государственная компенсация ($\rho > 0$); t_L — размер подоходного налога ($0 \leq t_L \leq 1$); $z(x)$ — размер фиксированной выплаты; $A_H h(v)^\varphi$ — поправочный коэффициент индекса производительности поколений экономических агентов, который позволяет обеспечить сохранение влияния налоговой системы в условиях экономического роста на долгосрочную перспективу.

С позиции долгосрочного планирования в период t экономический агент выбирает длительность периода накопления человеческого капитала $s(v)$ и объема интервального потребления $c(v, t)$ (для $x \geq t$) в целях максимизации функции (1) с учетом соотношений (4)—(7). В этом случае бюджетное ограничение экономического агента, состоящее в стоимостном равенстве потребления до ожидаемого конца жизни агента его располагаемым активам, принимает следующий вид:

$$\sum_{i=t}^{F+v-t} \frac{c(v, i)(1-M(i-v))}{(1+r)^{i-t}} = a(v, t) + l(v, t), \quad (8)$$

где $l(v, t)$ — совокупная ожидаемая заработная плата экономического агента после уплаты налогов за все время его предполагаемой жизни:

$$l(v, t) = A_H h(v)^\varphi \left(\rho \sum_{i=t}^{\max\{t, v+s(v)\}} \frac{w(i)(1-M(i-v))}{(1+r)^{i-t}} + (1-t_L) \sum_{j=\max\{t, v+s(v)\}}^{F+v-t} \frac{w(j)(1-M(j-v))}{(1+r)^{j-t}} - \sum_{k=t}^{F+v-t} \frac{z(k)w(k)(1-M(k-v))}{(1+r)^{k-t}} \right). \quad (9)$$

Предложенное уравнение бюджетного ограничения предполагает равенство текущей стоимости потребительских расходов общей стоимости активов, которыми располагают экономические агенты. Для решения поставленной задачи максимизации функции (1) агент предварительно максимизирует собственную совокупную заработную плату $l(v, t)$, определяя продолжительность образовательного периода. Поскольку величина активов $a(v, t)$ задается экзогенно, бюджетное ограничение достигает верхнего предела. На втором этапе агент выбирает оптимальный объем потребления при выполнении равенства (8).

В целях повышения достоверности составляемой модели, введем ненулевой темп роста численности населения на базе теории, разработанной В. Буйтером (Buitjer, 1988) и расширенной Б. Хейдрой и В. Ромпом (Heijdra, Romp, 2005).

Показатель рождаемости задается экзогенно, но может время от времени изменяться. Размер нового поколения во время v пропорционален текущей численности населения $L(v)$, т. е. $L(v, v) = b(v)L(v)$ с мультипликатором в виде естественного прироста населения $b(v) > 0$. Размер нового поколения экономических агентов на более поздний момент x составляет

$$L(v, x) = L(v, v) \prod_{i=v}^x (1-M(i-v)). \quad (10)$$

По определению совокупная численность экономических агентов в момент t рассчитывается следующим образом:

$$L(t) = \sum_{k=0}^t L(k, t). \quad (11)$$

Все экономические агенты, численность которых определяется с помощью вышеприведенных соотношений, принимают участие в деятельности репрезентативных фирм. Фирмы функционируют в условиях совершенной конкуренции и используют физический и человеческий капитал для производства однородного товара, который свободно торгуется на международном рынке. Выпуск продукции и, соответственно, технология производства задается производственной функцией Кобба—Дугласа:

$$Y(t) = K(t)^\varepsilon [A_Y H(t)]^{1-\varepsilon}, \quad 0 < \varepsilon < 1, \quad (12)$$

где совокупный физический капитал определяется как сумма материальных активов всех поколений экономических агентов,

$$K(t) = L(t) \sum_{i=1}^t a(i, t), \quad (13)$$

а совокупный человеческий капитал — как сумма их человеческого капитала.

$$H(t) = L(t) \sum_{i=1}^t H(i, t). \quad (14)$$

Учитывая свойства производственной функции Кобба—Дугласа, можно записать выражение для определения размера заработной платы экономического агента:

$$w(t) = (1 - \varepsilon) A_Y \left(\frac{A_Y H(t)}{K(t)} \right)^{-\varepsilon}. \quad (15)$$

Принимая во внимание соотношения (1)—(15), сформулированную выше оптимизационную модель экономического агента, который максимизирует свою собственную функцию полезности, представим так:

$$U(v, t) = \sum_{i=t}^{F+v-t} \frac{\Lambda[c(v, i)](1 - M(i - v))}{(1 + \theta)^{i-t}} \rightarrow \max$$

$$\Lambda[c(v, i)] = \begin{cases} \frac{c(v, i)^{1-1/\sigma} - 1}{1-1/\sigma}, & \sigma \neq 1 \\ \ln c(v, i), & \sigma = 1 \end{cases}$$

$$\sum_{i=t}^{F+v-t} \frac{c(v, i)(1 - M(i - v))}{(1 + r)^{i-t}} = a(v, t) + l(v, t)$$

$$l(v, t) = A_H h(v)^\varphi \left(\rho \sum_{i=t}^{\max\{t, v+s(v)\}} \frac{w(i)(1 - M(i - v))}{(1 + r)^{i-t}} + (1 - t_L) \sum_{j=\max\{t, v+s(v)\}}^{F+v-t} \frac{w(j)(1 - M(j - v))}{(1 + r)^{j-t}} - \sum_{k=t}^{F+v-t} \frac{z(k)w(k)(1 - M(k - v))}{(1 + r)^{k-t}} \right) \quad (16)$$

$$a(v, t+1) = a(v, t)r + w(v, t) - g(v, t) - c(v, t)$$

$$g(v, t) = \begin{cases} [z(t) - \rho] w(t) A_H h(v)^\varphi, & v \leq t \leq v + s(v) \\ [z(t) + t_L] w(t) A_H h(v)^\varphi, & t > v + s(v) \end{cases}$$

$$w(v, t) = w(t) H(v, t)$$

$$H(v, t) = \begin{cases} 0, & v \leq t \leq v + s(v) \\ A_H h(v)^\varphi s(v), & t > v + s(v) \end{cases}, \quad 0 \leq \varphi \leq 1$$

Экспериментальные расчеты

Эмпирическая проверка и системный анализ построенной модели (16) могут быть проведены на статистических рядах данных консолидированной отчетности для определенного малого государства. В качестве объекта рассмотрения перспективной является экономика Испании, обладающая, с точки зрения реализации условий поставленной модели (16), рядом существенных преимуществ, к числу которых следует отнести:

- общедоступную объемную статистическую выборку исторической ретроспективы, обладающую высокой степенью детализации;
- сочетание относительно стабильного текущего финансово-экономического положения государства с потенциальным достижением в ближайшей перспективе точки бифуркации вследствие проведения нерациональной социальной и бюджетной политики;
- принадлежность к крупнейшему экономическому объединению развитых и развивающихся стран (Евросоюзу) и статус государства в объединении, обеспечивающие надлежащий уровень репрезентативности;
- относительно низкий уровень внутренней сегрегации (в социальном, экономическом, территориальном и прочих отношениях);
- высокая степень общественной дисциплины, обуславливающая отсутствие необходимости применения сторонних поправочных коэффициентов (нивелирующих влияние коррупции, значимых транзакционных издержек, эффекта структурной производственной трансформации и т. д.).

Располагаемый массив статистических данных Испании (Country statistical profile: Spain; Instituto Nacional de Estadística; Bancode España; Ministerio de Sanidad, Servicios Sociales e Igualdad; Demoskopie Weekly; UNICE: Statistical Database) в целом позволяет обеспечить необходимое информационное наполнение предлагаемых соотношений. Однако для успешной генерации стартовых значений управляющих экзогенных параметров необходимо корректно определить минимальный шаговый интервал дискретной реализации модели, который допускает синтез разнотипных данных. В качестве стратегического ориентира могут выступать наиболее сложные для расчета показатели кумулятивного поколенческого уровня смертности и удельного потребления, наивысшая степень детализации которых установлена мировыми статистическими службами (Международной организацией экономической кооперации и развития (ОЭСР), Национальным статистическим институтом Испании, Национальным центральным банком Испании и Европейским статистическим бюро) на уровне 5 лет. Так, кумулятивный уровень смертности рассчитывается на основе поэлементных отношений статистических таблиц количества смертей и численности населения, эквивалентно сегментированных по возрастным группам. Приведение прочих характеристик (ставки расчетного процента, коэффициентов временного предпочтения и межвременной эластичности по замене, нормы амортизации и т. д.), для большинства которых предусмотрены только годовые данные, к сопоставимому периоду осуществляется на основе индивидуальных особенностей их экономического содержания. С учетом всего сказанного выше, можно определить следующие начальные значения числовых параметров модели (см. табл. 1).

Кумулятивные вероятности смертности, определенные по данным испанской статистики, приведены в табл. 2.

Таблица 1

Стартовые значения общих числовых параметров (2011 г.)

Наименование показателя	Индекс	Значение
Число поколений	m	19
Уровень рождаемости	N	9,8%
Ожидаемая продолжительность жизни (в интервалах)	F	16
Постоянная мировая ставка расчетного процента	r	16,7%
Коэффициент временного предпочтения	θ	0,82
Коэффициент межвременной эластичности по замене	σ	1,12
Интенсивность межпоколенческого взаимодействия	φ	0,80
Норма амортизации	δ	5,1%
Корректирующий коэффициент производительности	A_H	3,8
Параметр производственной функции	ε	0,7
Средняя продолжительность периода обучения	$s(v)$	4
Средний размер подоходного налога	t_L	13,2%

Таблица 2

Кумулятивный уровень смертности по поколениям (2011 г.)

Поколение	Значение вероятности, %
0–4 года	0,28
5–9 лет	0,33
10–14 лет	0,38
15–19 лет	0,50
20–24 года	0,68
25–29 лет	0,95
30–34 года	1,37
35–39 лет	2,08
40–44 года	3,34
45–49 лет	5,16
50–54 года	7,72
55–59 лет	11,16
60–64 года	15,94
65–69 лет	21,73
70–74 года	31,95
75–79 лет	46,95
80–84 года	66,20
более 85 лет	100,00

В качестве начального периода для рекуррентного расчета эволюционных соотношений может быть принят 2011 г. (для которого имеются наиболее актуальные данные), а в качестве временного интервала — пятилетний срок, что позволит придать непрерывность процессу смены поколений, сегрегированных с аналогичной периодикой. При этом ожидаемое отклонение, связанное с локальными выбросами долголетия жизни экономических агентов, которые проживут дольше 90 лет, будет статистически незначимо вследствие их относительно малой доли. К сожалению, в этом случае прогнозирование долгосрочных трендов макроэкономических показателей становится нецелесообразным вследствие опережающего нарастания информационной неопределенности; средне- и краткосрочное прогнозирование по фиксированной сетке времени будет носить нерепрезентативный характер из-за малой выборки. Преодолеть отмеченную проблему позволяет алгоритм обратной консолидации, при котором временной шаг модели сокращается в несколько раз, а восстановление отдельных статистических данных, отсутствующих на установленные таким образом периоды с учетом их детализации, происходит с помощью метода, опирающегося на сущность и специфику рассматриваемых данных. Так, например, в отношении кумулятивного уровня смертности по поколениям можно воспользоваться экспоненциальным приближением для определения промежуточных значений вероятности дожития при переходе к поколениям, с учетом ежегодных изменений.

Введем в качестве дополнительных исходных предположений, во-первых, в начальном периоде в 2011 г. равномерную возрастную структуру населения Испании (численность — 46,2 млн человек), и во-вторых — отсутствие взаимосвязи ожидаемой продолжительности жизни (81,6 лет, т. е. 17 интервалов) с объемом потребления / уровнем благосостояния. С учетом этих предположений, на основе располагаемого значения коэффициента естественного прироста были получены промежуточные значения численности отдельных возрастных поколенческих групп, и в целом — численности населения как результата их агрегации на последующий период.

В качестве размера совокупного физического капитала была рассмотрена совокупная стоимость материальных активов домохозяйств Испании, которая рассчитывается исходя из их ориентировочной численности (в 2008 г. составлявшей около 16,7 млн ед. (Bancode Espana)) и стоимости чистых располагаемых активов среднего домохозяйства (около 285,8 тыс. евро (Ministeriode Sanidad, Servicios Socialese Igualdad)) с поправкой на долю материальных активов в размере 89,1% общего благосостояния, что соответствует 4,26 трлн евро. Подставляя установленную величину в выражение (14), можно получить оценку значения совокупного человеческого капитала, также подразделяющегося по поколениям. В дальнейшем рассчитываются значения стоимостей факторов производства в консолидированной функции Кобба—Дугласа, а следовательно, и объем вознаграждения экономического агента в форме заработной платы, что, в свою очередь, позволяет записать балансовое уравнение бюджетного ограничения. При этом из уравнения бюджетного ограничения однозначно восстанавливаются объемы потребления за каждый выделенный подпериод и значение целевой функции экономического агента.

С учетом сказанного выше, используя полученные рекуррентные соотношения, которые входят в рассматриваемую модель, можно сформировать пошаговый алгоритм итерационных расчетов рассматриваемых макроэкономических показателей (рис. 2).

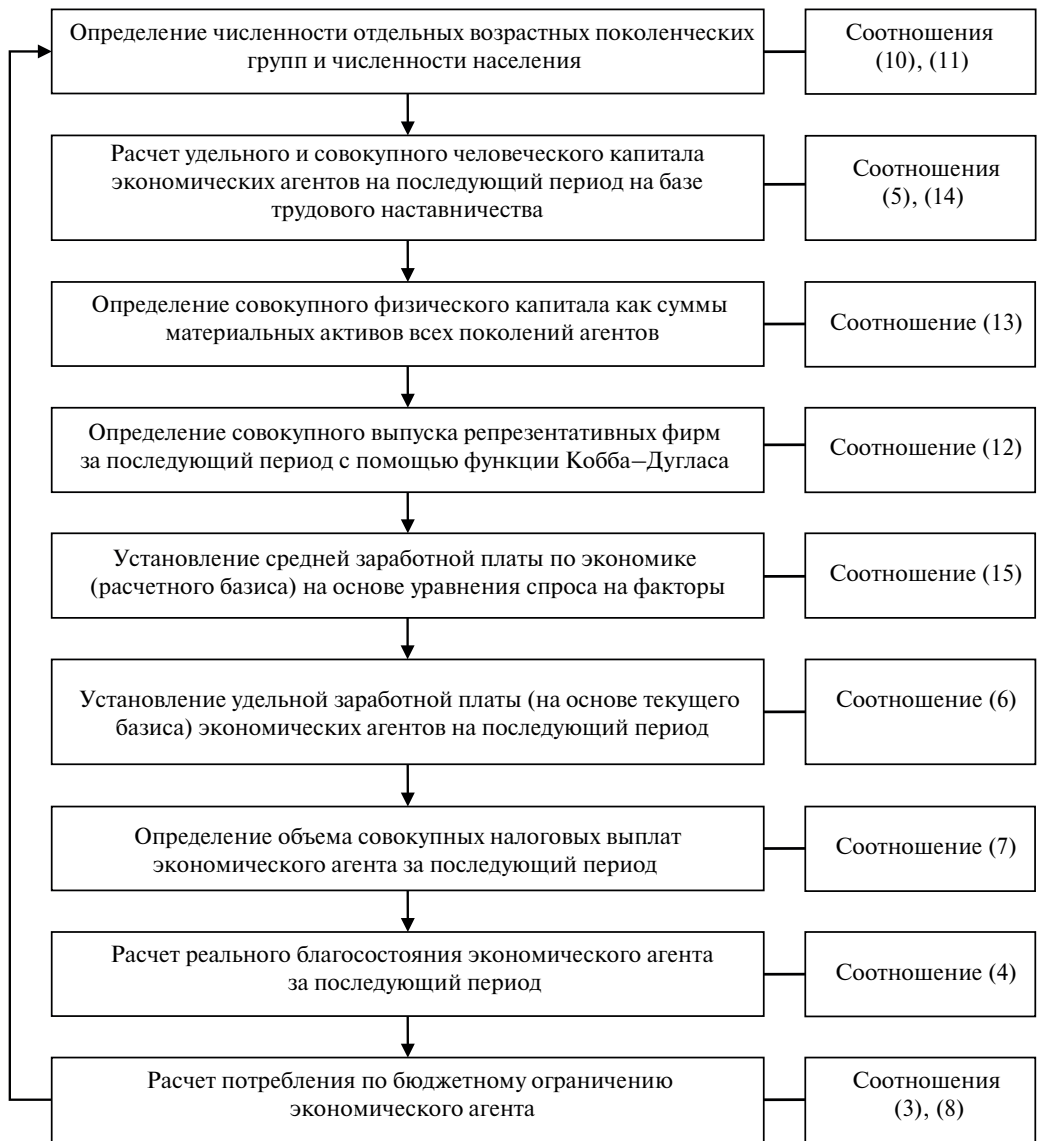


Рис. 2. Пошаговый алгоритм вариационных расчетов

Подобные алгоритмы нашли свое применение для анализа и построения траекторий макроэкономических показателей в условиях различных типов макроэкономических моделей, как детерминированных, так и стохастических (Воронцовский, Дикарев, 2013; Воронцовский, 2010). Данный метод анализа, основанный на дискретной аппроксимации макроэкономических зависимостей и соотношений достаточно сложных макроэкономических моделей, в настоящее время является одним из основных методов получения практических результатов и выводов на их основе.

Используя разработанный алгоритм и учитывая в качестве исходных данных данные испанской статистики, были получены графики долгосрочных прогнозов численности населения Испании (рис. 3), удельного потребления экономических агентов (рис. 4), совокупного выпуска продукции (рис. 5) и удельной заработной платы (рис. 6) за период до 2050 г.

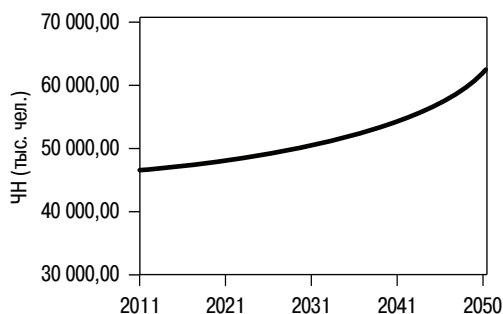


Рис. 3. Прогноз численности населения (экономических агентов) Испании за период с 2011 по 2050 г.

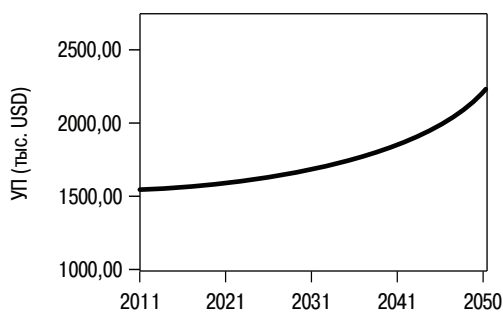


Рис. 4. Прогноз удельного потребления экономических агентов Испании за период с 2011 по 2050 г.

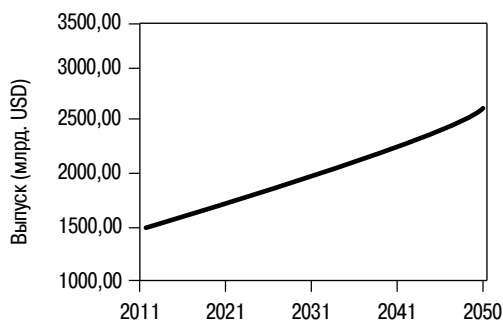


Рис. 5. Прогноз совокупного выпуска экономических агентов Испании за период с 2011 по 2050 г.

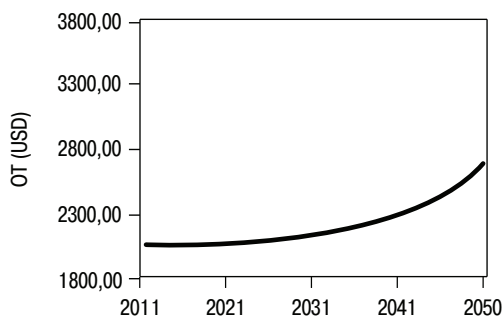


Рис. 6. Прогноз удельной заработной платы экономических агентов за период с 2011 по 2050 г.

Построенные графики в целом отражают тенденцию роста рассматриваемых макроэкономических показателей, что определяется общей парадигмой роста, которая положена в основу рассматриваемых моделей. Конкретные виды графиков существенно зависят от рассматриваемого начального периода (2011 г.), имеющихся данных демографической статистики (табл. 2) и иной формы учета взаимодействий между поколениями в рамках рассматриваемой модели и будут меняться при их изменении.

В целом выполненные расчеты подтвердили сформулированную гипотезу о возможности построения долгосрочных прогнозов в рамках сформулированной модели при наличии необходимых исходных данных.

Как видно из вышеприведенных графиков (рис. 3–6), удельное потребление, удельная заработная плата как динамика численности экономических агентов с определенным лагом зависят от уровня совокупного производственного выпуска. Эта логически закономерная взаимосвязь проявляется в определенной последовательности действий экономических агентов, обеспечивающих достижение соответствующих результатов: «выпуск — благосостояние — потребление — полезность». Эта последовательность отражает макроэкономическую интерпретацию концепции адаптивных ожиданий потребителей. Рассмотрение основных характеристик этой последовательности и содержательный анализ обеспечивающих ее реализацию экономических процессов предполагают выделение следующих этапов действий и реакции экономических агентов:

- 1) увеличение индивидуальной производительности труда в рамках оптимизации собственной функции полезности;
- 2) наблюдение и подтверждение роста персонального благосостояния;

- 3) повышение удельного потребления в соответствии с установленным пропорциональным отношением потребления к сбережению;
- 4) рост значения функции полезности как результат увеличения текущего и отложенного потребления — продукта трансформации накапливаемых сбережений.

Заключение

Предложенный подход к моделированию и анализу долгосрочных прогнозов макроэкономических показателей, который существенно опирается на основные идеи теории перекрывающихся поколений, позволяет формировать прогнозы развития макроэкономических показателей с учетом межпоколенческих взаимодействий на достаточно длительный период. Построенная модель и, соответственно, выводы, полученные на ее основе, имеют смысл при ограниченной формализации взаимодействия экономических агентов в условиях малой экономики, характеризующейся доминирующей ролью экзогенно определяемых параметров. В целях расширения спектра проявления и учета значимых экономических феноменов представляется целесообразным осуществить введение дополнительных национальных хозяйств, совокупная сбалансированная деятельность которых будет определять механизм генерации всех необходимых для расширенного анализа статистических характеристик. Это преобразование позволит свести к минимуму фактор закрытой модели и обусловит возможность разработки рекомендаций относительно перспективных направлений государственной политики по избираемым критериям и их эмпирического подтверждения.

В целом определенные варианты моделей перекрывающихся поколений позволяют исследовать условия и тенденции догосрочного экономического роста с учетом взаимодействий последовательных поколений экономических агентов. Их применение позволяет в принципе строить долгосрочные прогнозы макроэкономических показателей, но получаемые при этом траектории роста существенно зависят от формальных соотношений рассматриваемой модели и возможности использовать существующие статистические данные.

Полученные прогнозы имеют приближенный характер и нуждаются в корректировке по мере развития экономики. Они отражают текущее состояние экономики и опираются на общую парадигму роста, которая положена в основу моделей экономического роста и моделей перекрывающихся поколений. Подобный подход не вполне соответствует реалиям развития современной экономики, в рамках которых существенно усиливается влияние факторов неопределенности и риска. Речь идет о том, что нужно принимать во внимание возможности спада значений макроэкономических показателей в определенные периоды времени. Предлагаемый подход к прогнозированию на основе текущего состояния экономики при определенных условиях позволяет это учесть. Это послужит авторам предметом дальнейшего исследования.

Источники

Барро Р. Дж., Сала-и-Мартин Х. Экономический рост / пер. с англ. М., 2010.

Воронцовский А. В. Современные подходы к моделированию экономического роста // Вестник СПб ун-та. Сер. 5. Экономика. 2010. Вып. 3. С. 105–119.

Воронцовский А. В., Дикарев А. Ю. Прогнозирование макроэкономических показателей в режиме имитации на основе стохастических моделей экономического роста для малой открытой экономики // Финансы и бизнес. 2013. № 2. С. 33–51.

- Современная макроэкономика: избранные главы: учебник / А. В. Воронцовский, Е. В. Гиленко, А. Н. Дубянский и др. / под ред. А. В. Воронцовского. М., 2013.
- Acemoglu D.* Introduction to Modern Economic Growth. Princeton; Oxford, 2009.
- Agnani B., Gutierrez M.-J., Iza A.* Growth in Overlapping Generation Economies with Non-renewable Resources // Journal of Environmental Economics and Management. 2005. Vol. 50. P. 387–407.
- Bævre K.* Growth and Investment // Department of Economics, University of Oslo. 2005. Ch. 7.2. URL: http://www.uio.no/studier/emner/sv/oekonomi/ECON4350/v05/undervisningsmateriale/lecture_notes/4350_in7.pdf (дата обращения: 16 мая 2015 г.).
- Bils M., Klenow P. J.* Does Schooling Cause Growth? // American Economic Review. 2000. Vol. 90. P. 1160–1183.
- Blanchard O.-J.* Debts, Deficits, and Finite Horizons // Journal of Political Economy. 1985. Vol. 93. P. 223–247.
- Bommier A., Lee R. D.* Overlapping Generations Models with Realistic Demography // Journal of Population Economics. 2003. Vol. 16. P. 135–160.
- Boucekkine R., de la Croix D., Licandro O.* Vintage Human Capital, Demographic Trends, and Endogenous Growth // Journal of Economic Theory. 2002. Vol. 104. P. 340–375.
- Buiter W. H.* Death, Birth, Productivity Growth and Debt Neutrality // Economic Journal. 1988. Vol. 98. P. 279–293.
- Chattopadhyaya S., Cottardi P.* Stochastic OLG-models: Market Structure and Optimality // Journal of Economic Theory. 1999. Vol. 89. P. 21–67.
- Demonge G., Laroque G.* Social Security, Optimality and Equilibria in a Stochastic OLG Economy // Journal of Public Economics. 2000. Vol. 2. P. 1–23.
- Diamond P.* National Debt in a Neoclassical Growth Model // American Economic Review. 1965. Vol. 55. Dec. P. 1126–1150.
- Hausenchild N.* Capital Accumulation in a Stochastic Overlapping Generation Model with Social Security // Journal of Economic Theory. 2002. Vol. 106. P. 201–217.
- Heijdra B. J., Romp W. E.* A life-cycle Overlapping-generations Model of the Small Open Economy, 2005. Research Report 05C04, SOM.
- Kalemli-Ozcan S., Ryder H. E., Weil D. N.* Mortality Decline, Human Capital Investment, and Economic Growth // Journal of Development Economics. 2000. Vol. 62. P. 1–23.
- Lucas R. E. Jr.* On the Mechanics of Economic Development // Journal of Monetary Economics. 1988. Vol. 22. No. 1. P. 3–42.
- Schumacher I.* Endogenous Discounting and the Domain of the Felicity Function // Economic Modelling. 2011. Vol. 28. P. 574–581.
- Samuelson P. A.* An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or Without the Social Contrivance of Money // Journal of Political Economy. 1958. Vol. 66. Dec. P. 467–482.
- Timothy S. F.* Liquidity, Loanable Funds, and Real Activity // Journal of Monetary Economics. 1992. Vol. 29. No. 1. P. 3–24.
- Country Statistical Profile: Spain. URL: http://www.oecd-ilibrary.org/economics/country-statistical-profile-spain_20752288-table-esp (дата обращения: 14 июня 2015 г.).
- Instituto Nacional de Estadística. URL: <http://www.ine.es/jaxi/tabla.do>
- Banco de España. URL: http://www.bde.es/bde/en/secciones/informes/boletines/Boletin_Estadist/anoactual/ (дата обращения: 21 июня 2015 г.).
- Banco de España // Economic bulletin. 2011. July. Survey of Household Finances (eff) 2008: Methods, Results and Changes Since 2005. URL: <http://www.bde.es/f/webbde/SES/Secciones/Publicaciones/InformesBoletinesRevistas/BoletinEconomico/11/Jul/Files/art3e.pdf> (дата обращения: 28 мая 2015 г.).
- Ministerio de Sanidad, Servicios Sociales e Igualdad. URL: <http://www.msps.es/estadEstudios/estadisticas/estadisticas/estMinisterio/mortalidad/seriesTablas.htm> (дата обращения: 18 мая 2015 г.).
- Demoscope Weekly. URL: <http://demoscope.ru/weekly/app/app4087.php> (дата обращения: 28 мая 2015 г.).
- UNICE: Statistical Database. URL: http://w3.unece.org/pxweb/Dialog/varval.asp?ma=08_GEFHP rivHouse_r&ti=Private+households+by+Household+Type%2C+Measurement%2C+Country+and+Year&path=../Database/STAT/30-GE/02-Families_households/&search=ONE+PARENT+FAMILY&lang=1 (дата обращения: 30 января 2015 г.).