П. В. Конюховский
докт. экон. наук, профессор кафедры экономической кибернетики экономического факультета Санкт-Петербургского государственного университета

В. В. Холодкова
канд. экон. наук, доцент кафедры экономической кибернетики экономического факультета Санкт-Петербургского государственного университета

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ТЕОРИИ ИГР В АНАЛИЗЕ ЭКОНОМИКО-ПОЛИТИЧЕСКИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ НА МЕЖГОСУДАРСТВЕННОМ УРОВНЕ

Вводные положения

На текущий момент сформировался некоторый общепринятый (консенсусный) набор тезисов относительно взаимосвязи экономики и политики. С одной стороны, признается, что в основе фундаментальных политических явлений лежат объективные экономические процессы. В то же время мало кто ставит под сомнение тезис о том, что политические процессы кардинально влияют на состояние как макроэкономических систем отдельных стран и регионов, так и на мировую экономическую систему в целом.

Существует немало работ, посвященных разъяснению объективных экономических причин политических конфликтов, кризисов и войн. В не меньшем количестве представлены работы и исследования, рассматривающие экономические последствия политических решений. Однако ощутимо меньше работ, в которых указанные проблемы рассматривались бы в логике цепочки «экономика — политика — экономика», см., напр., (Дергачев, 2005; 2011).

В настоящей работе фокус рассмотрения будет сосредоточен на математических моделях, позволяющих представлять и анализировать экономико-политические процессы современного мира с точки зрения коалиционного взаимодействия мировых центров силы, межгосударственных союзов и отдельных стран. Учитывая место, которое занимают кооперативные эффекты в подобном взаимодействии, в основу предлагаемых моделей положен аппарат теории кооперативных игр.

Базовая теоретико-игровая кооперативная модель взаимодействия центров политического влияния (Base-3)

Рассмотрим несколько вариантов построения кооперативных игровых моделей оценки политического влияния. Разумеется, речь идет о предельно упрощенных качественных моделях.

Ограничимся рассмотрением игры с тремя участниками (игроками) $I = \{1;2;3\}$: Россия (игрок 1), Китай (игрок 2), «Запад» (игрок 3)[1]. В дальнейшем условимся

[1] Под игроком с условным наименованием «Запад» мы понимаем США и их ключевых союзников (страны, которые по принципиальным вопросам следуют в фарватере политического и экономического курса США). Разумеется, такое обобщение приемлемо лишь в контексте данного упрощенного примера.

кратко именовать данную игру Base-3. Модификации игры будем различать с помощью добавления постфиксов *a, b, c* и т. д.

Напомним, что классическая кооперативная игра с трансферабельной полезностью задается парой (I, v), где

- $I = \{1; ...; n\}$ — множество игроков;
- v — характеристическая функция ($2^I \to R$), которая каждому подмножеству игроков $S \subset I$ (коалиции игроков) ставит в соответствие значение полезности ($v(\{S\})$), получаемой данной коалицией в случае ее образования.

Определение понятия «решение кооперативной игры» основывается на понятиях «дележ» и «преддележ».

Дележом в кооперативной игре (I,v) называется вектор $\mathbf{x} = (x_1; x_2; ...; x_n)$ удовлетворяющий условиям:

- *индивидуальной рациональности*

$$x_i \geq v(\{i\}), \forall i = 1...n; \tag{1}$$

- *групповой рациональности*

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = v(\{I\}). \tag{2}$$

Другими словами, дележ является таким распределением полезности полной коалиции из всех игроков (так называемой «большой коалиции»), которое предоставляет каждому из игроков полезность не меньшую, чем он может получить индивидуально (без вступления в какую-либо коалицию).

Достаточно широкое распространение получили методы, основанные на расчетах индекса влияния Пенроуза (Penrose, 1946), Шепли — Шубика (Shapley, Shubik, 1954), Банзафа (Banzhaf, 1965), Джонстона (Johnston, 1978), Дигена — Пакела (Deegan, Packel, 1978), Холлера — Пакела (Holler, Packel, 1983) и др.

К настоящему времени существует немало исследований, посвященных применению теории кооперативных игр к анализу взаимодействия политических сил в рамках выборных органов (парламенты, законодательные собрания и т. п). В частности, в этой связи уместно вспомнить такие работы, как (Алескеров, Кравченко, 2008), где анализируется распределение влияния между фракциями в различных составах Государственной Думы Российской империи; (Соколова, 2008), посвященная расчету индексов влияния и рассматривающая их на примерах Совета министров Европейского союза и современной российской Государственной Думы.

В качестве значений характеристической функции рассматриваемой нами игры Base-3 на исходном этапе исследований могут быть использованы условные качественные оценки степени влияния на положение в мире, которым обладают тот или иной участник либо коалиция участников. Уровень влияния предполагается величиной, принимающей значение на интервале [0;1] (0 — отсутствие влияния, 1 — максимальное влияние). Авторы заранее готовы признать спорность и расплывчатость термина «влияние». Возможные оправдания допустимости его применения носят «прецедентный» характер. Оценивая полезности стран и коалиций на основе критерия влияния, мы в определенном смысле развиваем традиции уже упоминавшихся ранее политологических приложений кооперативных игр, связанных с оценкой влияния парламентских партий и коалиций на основе индексов Шепли—Шубика, Банзафа (Пенроуза—Банзафа) и др.

В простейшем случае количественная оценка «влияния» игрока (коалиции) может, например, основываться на доле вопросов (проблем), решение по которым может быть заблокировано без его (ее) согласия, в общей совокупности рассматриваемых международных проблем. Признавая небесспорность подобного подхода, одновременно нельзя не признать, что по большинству вопросов межгосударственного взаимодействия вето-игроки, как правило, определяются довольно просто.

Таблица 1

Характеристическая функция игры Base-3-a, 1992–2008 гг.

i	$v(i)$	S	$v(S)$
1	0	{1; 2}	0
2	0	{1; 3}	1
3	0,8	{2; 3}	1
		{1; 2; 3}	1

В табл. 1 представлена характеристическая функция, соответствующая расстановке сил в мире на период, условно очерчиваемый как 1992–2008 гг. (игра Base-3-a). В течение его наблюдается очевидное преобладание игрока 3 («Запад») и отсутствие возможностей у игроков 1 и 2 создать противовес его влиянию даже в случае объединения в коалицию.

На рис. 1 приводится геометрическая интерпретация множества неотрицательных преддележей. Как несложно заметить, множество преддележей для игры $n=3$ представляет собой множество векторов, лежащих на плоскости

$$x_1 + x_2 + x_3 = v(\{I\}), \tag{3}$$

в трехмерном пространстве. В связи с этим для геометрических иллюстраций игр $n = 3$ традиционно ограничиваются «плоской картинкой», представляющей плоскость (3).

Одной из основных концепций решения кооперативных игр является C-ядро, или множество недоминируемых дележей

$$C(v) = \{x \in R^n \,|\, (\forall S \subset I) \sum_{i \in S} x_i \geq v(\{S\}); \sum_{i \in I} x_i = v(\{I\}). \tag{4}$$

Из (4) следует, что любой дележ, принадлежащий C-ядру, дает любой коалиции не меньше, чем она может получить самостоятельно (без объединения с другими игроками).

Как можно судить по рис. 1, C-ядро игры Base-3-a (период 1992–2008 гг.) представляет собой одноточечное множество

$$C(v) = (0;\, 0;\, 1), \tag{5}$$

что означает максимум влияния игрока 3 («Запад»).

Признавая справедливость возможной критики, основывающейся на доводах, что полученное решение (5) полностью определяется той степенью произвола, которая была заложена при построении характеристической функции (табл. 1), одновременно нельзя не отметить и то, что оно с высокой степенью достоверности отражает механизмы доминирования «Запада» на этапе, последовавшем после распада Советского Союза. Не обладая стопроцентным влиянием ($v(\{3\}) = 0{,}8 < 1$), «Запад», тем неменее, обеспечивал себе полный контроль за счет того, что любые коалиции, получавшие стопроцентное влияние, были невозможны без его участия:

$$v(\{1;\, 3\}) = v(\{2;\, 3\}) = 1$$

при том, что $v(\{1;\, 2\}) = 0$.

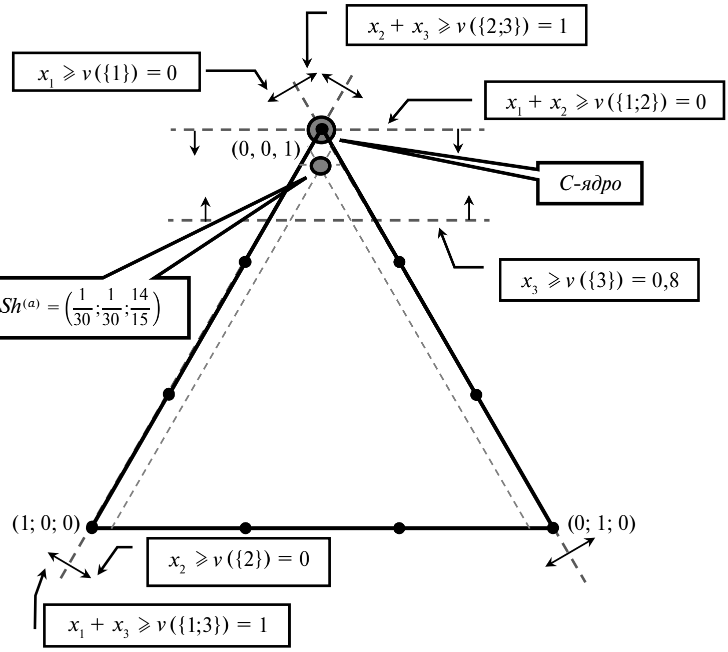

Рис. 1. Геометрическая иллюстрация игры Base-3-a, 1992–2008 гг.

Также можно заметить, что при такой структуре игр величина индивидуального влияния игрока «Запад» непринципиальна. Даже если бы она была много меньше, чем 0,8 (и в пределе равнялась нулю), решение (5) осталось бы неизменным. Поскольку оно определяется исключительно тем обстоятельством, что в игре, задаваемой табл. 1, любая коалиция, чтобы быть выигрывающей, должна содержать игрока 3 («Запад»).

Еще одной из возможных характеристик соотношения возможностей сторон в игре Base-3-a является решение на основе вектора (значения) Шепли:

$$Sh^{(a)} = \left(\frac{1}{30}; \frac{1}{30}; \frac{14}{15}\right).$$

Напомним, что значения вектора Шепли определяются выражениями

$$Sh_i = \sum_{S:i \notin S} \frac{s!(n-s-1)!}{n!}\big(v(S \cup i) - v(S)\big), \tag{6}$$

где n — общее число игроков, s — число игроков в коалиции S. По существу, каждому из игроков $i \in I$ вектор Шепли дает значение, представляющее собой взвешенную сумму привесов, приносимых им в случае присоединения ко всем коалициям, в которых он не участвует. В (6) суммирование ведется по всем коалициям, в которые не входит игрок i.

Вектор Шепли в игре Base-3-a не принадлежит *С*-ядру, а это означает, что он в принципе может быть оспорен как коалицией {1; 2}, так и коалицией {1; 3}. На эмпирическом уровне мы можем рассматривать значения вектора Шепли как некоторые оценки возможных (незначительных) уступок со стороны игрока 3 по отношению к игрокам 1 и 2 в тех случаях, когда он по каким-либо «внемодельным» причинам заинтересован в достижении консенсуса (создании полной коалиции).

Одним из «качественных» достоинств игры Base-3-a является то, что она позволяет достаточно наглядно описать те сдвиги в системе межгосударственных взаимоотношений, которые наблюдаются после экономического кризиса 2008 г.

Выделение 2008 г. как разделительной черты, опять-таки, носит весьма условный характер. В качестве «внешнего аргумента» в пользу такого выбора мы, в частности, можем взять активное вмешательство России в события в Южной Осетии (август 2008 г.), которая зримо отличается от российской внешней политики периода событий вокруг Косово 1999 г., ограничивавшейся исключительно дипломатическими демаршами.

Изменения, происходившие в соотношениях между мировыми центрами силы в 2008–2014 гг., отражены в табл. 2 (игра Base-3-b).

Таблица 2

Характеристическая функция игры Base-3-b, 2008–2014 гг.

i	$v(i)$	S	$v(S)$
1	0	{1; 2}	**0,2**
2	0	{1; 3}	1
3	0,8	{2; 3}	1
		{1; 2; 3}	1

По существу они (в рамках нашего модельного представления) свелись к изменению полезности коалиции игроков 1 и 2 (Россия, Китай):

$$v(\{1;\,2\}) = 0{,}2.$$

В определенном смысле содержательная сторона изменений (в рассматриваемый период) сводится к тому, что Россия и Китай «научились» добиваться преобладающего влияния в тех 20% случаев, которые не подконтрольны игроку «Запад», когда он не вступает ни в какие коалиции:

$$v(\{1;\,2\}) = 0{,}2 = 1 - v(\{3\}).$$

Геометрическая интерпретация игры Base-3-b представлена на рис. 2.

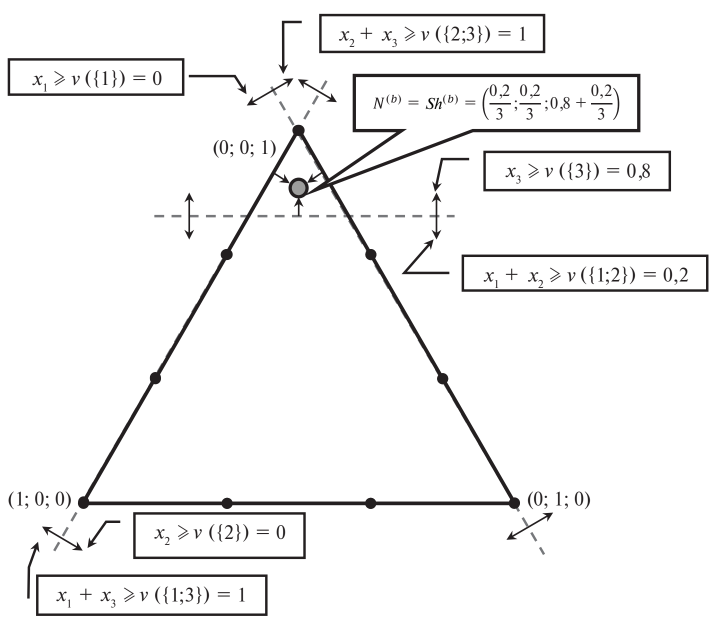

Рис. 2. Геометрическая иллюстрация игры Base-3-b, 2008–2014 гг.

Как можно видеть, при такой характеристической функции игра имеет пустое *С*-ядро. По сравнению с предшествующей ситуацией (рис. 1) это означает, что теперь уже ни один из игроков не может «обоснованно» претендовать на безраздельное влияние. По существу, данный факт может трактоваться как математическое подтверждение тезиса о конце «однополярного мира» в рамках рассматриваемой модели.

Одновременно возникает вопрос о теоретико-игровых концепциях, которые могут быть применены для получения решения для игры Base-3 с характеристической функцией, задаваемой табл. 2. Один из возможных выходов основан на концепции *N*-ядра. Напомним, что данная концепция основывается на решении кооперативной игры, обеспечивающем лексикографический минимум максимального из эксцессов коалиций $S \neq \varnothing, I$. Строгое определение *N*-ядра можно найти, например, в таких работах, как (Schmeidler, 1969) или (Печерский, Яновская, 2004).

Напомним также, что эксцессом коалиции S по дележу x называется величина

$$e(S,x) = v(\{S\}) - x(S), \quad \text{где} \quad x(S) = \sum_{i \in S} x(i).$$

В содержательном плане эксцесс $e(S, x)$ сопоставляет собственные возможности коалиции $v(\{S\})$ с тем, что она получает от дележа x. Таким образом, чем меньше эксцесс, тем более «довольна» коалиция, и наоборот.

В нашем примере *N*-ядро принимает значения:

$$N^{(b)} = \left(\frac{0,2}{3}; \frac{0,2}{3}; 0,8 + \frac{0,2}{3} \right). \tag{7}$$

При этом следует подчеркнуть, что в силу пустоты *С*-ядра оно не является «неоспариваемым». Например, игрок 3 может сепаратно договориться с игроком 1 на условиях:

$$(\delta, 0, 1-\delta); \text{ где } \frac{0,2}{3} < \delta < 0,2,$$

исключив игрока 2. Аналогичным образом он может поступить и с игроком 1, договорившись с игроком 2:

$$(0, \delta, 1-\delta); \text{ где } \frac{0,2}{3} < \delta < 0,2.$$

В то же время у игроков 1 и 2 также существует возможность оспорить *N*-ядро, сойдясь на любом дележе, который обеспечивает им суммарно не менее чем 0,2, ограничив тем самым претензии игрока 3.

Вектор Шепли ($Sh^{(b)}$) в данной игре совпадает с *N*-ядром.

Следующее качественное изменение связано с дальнейшим возрастанием возможностей коалиции {1; 2}. Принимая во внимание, что используемый подход к формированию значений характеристической функции, вообще говоря, не предполагает обязательного равенства (1) «суммарного влияния» по всем сбалансированным наборам коалиций[1], мы можем рассмотреть еще одну версию игры — Base-3-c, см. табл. 3.

Таблица 3

Характеристическая функция игры Base-3-c после 2014 гг.

i	*v*(*i*)	*S*	*v*(*S*)
1	0	{1; 2}	**0,4**
2	0	{1; 3}	1
3	0,8	{2; 3}	1
		{1; 2; 3}	1

[1] Примером сбалансированного набора коалиций является, в частности, набор {1, 2} и {3}. Формальное определение сбалансированного набора см., напр., (Печерский, Яновская, 2004).

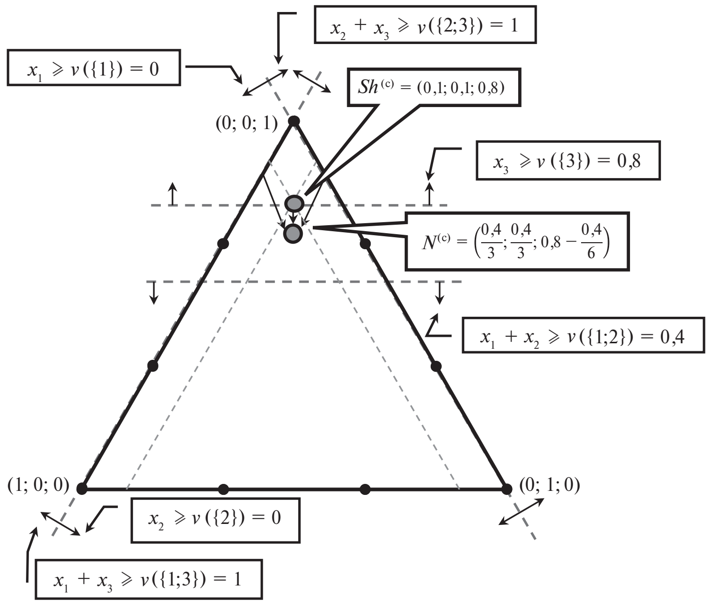

Рис. 3. Геометрическая иллюстрация игры Base-3-с, 2008—2014 гг.

Геометрическая интерпретация игры Base-3-с представлена на рис. 3. Она так же, как и предшествующие примеры, является невыпуклой, т. е. не выполняется условие

$$(\forall S,T)\; v(S\cup T)+v(S\cap T)\geq v(S)+v(T). \tag{8}$$

Более того, в отличие от них она не является и супераддитивной. Действительно, при присоединении игрока 3 к коалиции {1, 2} мы получаем, что:

$$v(\{1;\,2\})+v(\{3\})=0,4+0,8=1,2>1=v(\{1;\,2;\,3\}).$$

Как можно видеть, в данном случае мы получили дополнительный фактор несовместности условий коалиционной рациональности:

$$v(\{1;2\})\geq 0,4;\; v(\{3\})\geq 0,8.$$

N-ядро данной игры определяется вектором:

$$N^{(c)}=\left(\frac{0,4}{3};\frac{0,4}{3};0,6+\frac{0,4}{3}\right)=\left(\frac{0,4}{3};\frac{0,4}{3};0,8-\frac{0,4}{6}\right) \tag{9}$$

Принципиальное отличие решения (9) от (7) состоит в том, что оно предполагает в случае достижения некоторого общего консенсуса (образования полной «большой» коалиции игроков) уступки со стороны игрока 3 («Запад») по отношению к тем возможностям, которыми он обладает. Действительно, доля влияния «Запада» в N-ядре Base-3-с:

$$N_3^{(c)}=0,8-\frac{0,4}{6}<=0,8=v(\{3\}),$$

из чего вытекают серьезные сомнения в целесообразности и возможности возникновения полной коалиции из всех игроков (достижения некоторого «общемирового консенсуса»). Приходится признать, что этот не самый позитивный вывод, полученный на модельном уровне, не противоречит реальности, которую нам приходилось наблюдать в течение последнего года. Мало кто из экспертов и аналитиков оспаривает тезис о снижении уровня стабильности и безопасности в мире за 2013—2014 гг.

Еще одной особенностью данной игры является несовпадение N-ядра и вектора Шепли

$$Sh^{(c)} = (0{,}1,\ 0{,}1\ 0{,}8).$$

Такие значения $Sh^{(c)}$ являются непосредственным следствием несупераддитивности игры. В результате мы получаем, что с точки зрения полезности, предоставляемой игроку 3, для него выбор между вхождением в полную коалицию и неприсоединением ни к одной коалиции становится безразличным. В содержательном плане это может означать возникновение объективных тенденций к «отстранению» игрока 3 от других участников игры.

Широко известен тезис о важности перехода от мира однополярного к миру многополярному. Появившись приблизительно на рубеже третьего тысячелетия, он занял одно из ведущих мест в современном политологическом дискурсе.

Попытаемся проанализировать возможную версию взаимоотношений игроков рассматриваемой нами модели в условиях многополярного мира. В табл. 4 (игра Base-3-d) описывается ситуация, при которой ни один из игроков (Россия, Китай, «Запад») не может в одиночку получить влияние в мире. В то же время любая коалиция из двух участников получает абсолютное влияние (может навязать свои условия игры третьему неприсоединившемуся участнику). Разумеется, абсолютным влиянием обладает и полная коалиция.

Таблица 4

Характеристическая функция игры Base-3-d («многополярный мир»)

i	$v(i)$	S	$v(S)$
1	0	{1; 2}	1
2	0	{1; 3}	1
3	0	{2; 3}	1
		{1; 2; 3}	1

Геометрическая иллюстрация игры Base-3-d представлена на рис. 4.

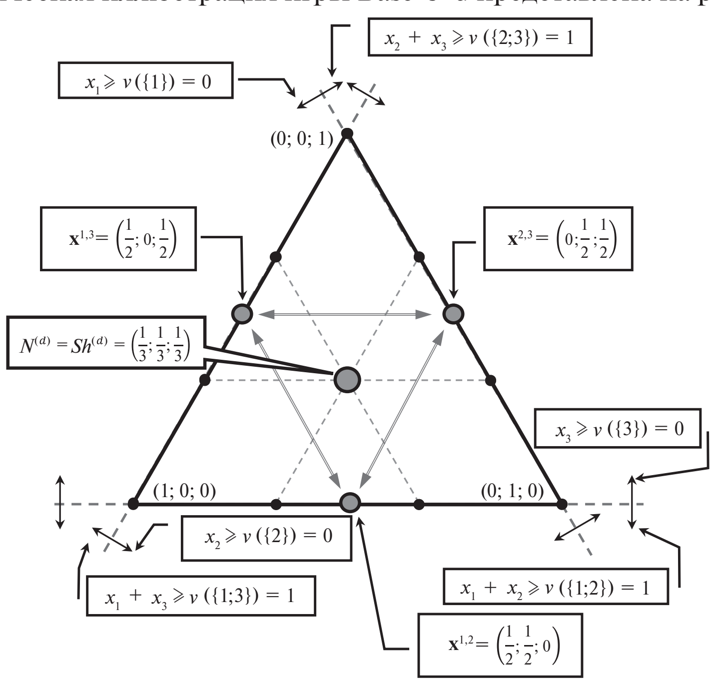

Рис. 4. Геометрическая иллюстрация игры Base-3-d

Как можно видеть, игра Base-3-d имеет пустое *C*-ядро. Пересечение линий коалиционной рациональности дает нам три «принципиальные» точки:

$$\mathbf{x}^{1,2} = \left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};0\right), \quad \mathbf{x}^{1,3} = \left(\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}\right), \quad \mathbf{x}^{2,3} = \left(0;\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right).$$

Каждая из них соответствует «сговору» двух игроков, делящих влияние поровну, при исключении третьего участника, не получающего ничего. Данные распределения характеризуются очевидной нестабильностью, так как против них существуют очевидные угрозы. При любой конфигурации каждая из объединившихся сторон имеет основания подозревать партнера, что тот может без потери полезности для себя договориться с «третьим лишним».

N-ядром в игре Base-3-d в силу симметричности возможностей участников является вектор

$$N^{(d)} = \left(\frac{1}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right). \tag{10}$$

Заметим, что в Base-3-d *N*-ядро совпадает с вектором Шепли. Однако (10) обладает всеми недостатками «неустойчивого, оспариваемого» решения, от которого игрокам выгодно отклониться, перейдя к $\mathbf{x}^{(1,2)}$, $\mathbf{x}^{(1,3)}$ или $\mathbf{x}^{(2,3)}$.

«Симметричность» неустойчивости решений $\mathbf{x}^{1,2}$, $\mathbf{x}^{1,3}$, $\mathbf{x}^{2,3}$ в игре Base-3-d обусловлена полной симметричностью возможностей игроков. Реалистичность подобного допущения, очевидно, вызывает серьезные сомнения. Этот недостаток отчасти может быть преодолен за счет дифференциации индивидуальных полезностей игроков, см. табл. 5.

Таблица 5

Характеристическая функция игры Base-3-e («многополярный мир с асимметрией»)

i	$v(i)$	S	$v(S)$
1	0	{1; 2}	1
2	0,2	{1; 3}	1
3	0,4	{2; 3}	1
		{1; 2; 3}	1

Характеристическая функция, задаваемая табл. 5, базируется на оценках[1], в соответствии с которыми предполагается относительное нарастание экономического и политического потенциала Китая по отношению к Соединенным Штатам и их союзникам (Гринин, 2012). Разумеется, сама пропорция 0,2 к 0,4, равно как и «непатриотическая» оценка возможностей игрока 1, может стать поводом для споров и возражений. Однако на уровне качественного анализа с подобными значениями можно согласиться. Нетрудно угадать, что принципиальное значение имеют не столько абсолютные величины, сколько их упорядочение друг относительно друга.

Рисунок 5 — геометрическая иллюстрация игры Base-3-e — позволяет наглядно продемонстрировать трансформацию решений $\mathbf{x}^{1,2}$, $\mathbf{x}^{1,3}$, $\mathbf{x}^{2,3}$, выделенных нами в игре Base-3-d и предполагающих распределение влияния между двумя игроками при исключении из дележа третьего участника. При этом предполагается, что игроки-бенефициары (i, j) в дележе $\mathbf{x}^{i,j}$ поровну делят величину $v(\{I\}) - v(\{i\}) - v(\{j\})$, т. е.

[1] См., напр., (Гейдаров, 2008).

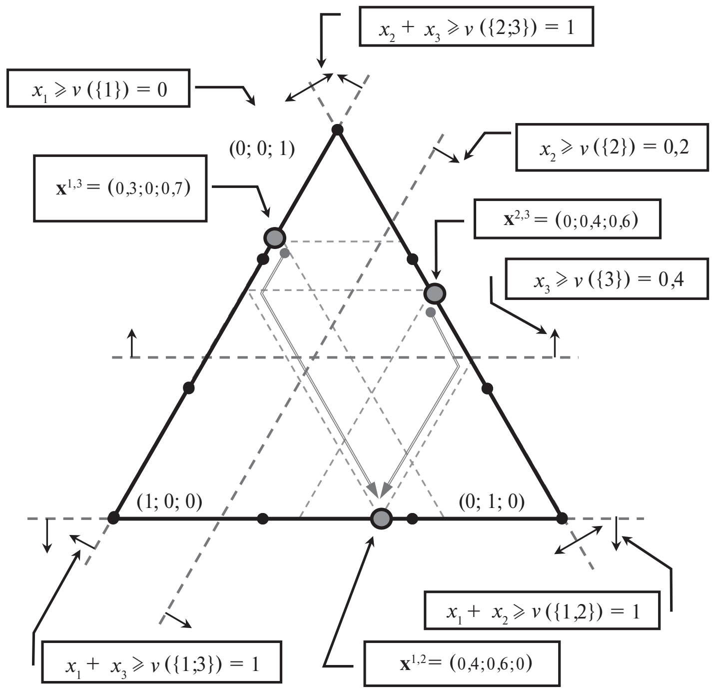

Рис. 5. Геометрическая иллюстрация игры Base-3-e

разницу между полезностью полной коалиции (максимально возможное влияние) и их индивидуальные полезности. Например,

$$\mathbf{x}^{2,3} = \left(0;\ v(\{2\}) + \frac{v(\{I\}) - v(\{2\}) - v(\{3\})}{2};\ v(\{3\}) + \frac{v(\{I\}) - v(\{2\}) - v(\{3\})}{2}\right) =$$

$$= \left(0;\ 0,2 + \frac{1 - 0,2 - 0,4}{2},\ 0,4 + \frac{1 - 0,2 - 0,4}{2}\right) = (0;\ 0,4;\ 0,6).$$

Как несложно заметить, в Base-3-e игрокам 1 и 2 в случае «достижения» ими распределения $\mathbf{x}^{1,2} = (0{,}4;\ 0{,}6;\ 0)$ нет смысла отказываться от данного союза в пользу союзов с игроком 3, в которых им достается меньшая доля.

В определенном смысле более высокая индивидуальная полезность игрока 3, а следовательно, более высокий уровень «исходных претензий», работают против него. Они делают менее выгодными сепаратную договоренность с ним для других участников игры.

Содержательные различия между играми Base-3-d и Base-3-e достаточно наглядно демонстрируют различия, которые возникают между N-ядром:

$$N^{(e)} = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right); \qquad (11)$$

(остается таким же, как в Base-3-d, что определяется неизменностью возможностей попарных коалиций), и вектором Шепли:

$$Sh^{(e)} = \left(\frac{7}{30}, \frac{1}{3}, \frac{13}{30}\right); \qquad (12)$$

Сопоставляя (11) и (12), мы обнаруживаем, что данные решения безразличны для игрока 2 (Китай). В то же время (12) позволяет в определенной мере учесть неравенство возможностей игроков 1 и 3 (Россия и «Запад»). Другими словами, если игроки преодолеют «соблазн попарного объединения» и попытаются достичь консенсуса в игре Base-3-e (образовать «большую» коалицию), то возможные контуры подобного соглашения определяются параметрами:

- игрок 1 — от 23% до 33% влияния;
- игрок 2 — около 33% влияния;
- игрок 3 — от 33% до 43% влияния.

Расширенная модель взаимодействия центров политического влияния (Base-4)

Одним из наиболее спорных мест моделей Base-3 является предпосылка, определяющая число игроков. Столь же спорны выбранные принципы структуризации, в результате которых мы выходим на трех игроков. Отношение к этим предпосылкам со стороны читателей, знакомых с теорией кооперативных игр (пусть даже на начальном уровне), по всей вероятности, будет снисходительным. У читательской аудитории, больше ориентированной на проблемы международной экономики и политики, а также у специалистов в области политологии, несомненно, возникнет большое число критических замечаний.

Оправдывая принципы, положенные в основу моделей Base-3, мы можем в первую очередь опереться на аргументы, связанные с необходимостью достижения конструктивного компромисса между содержательными свойствами исследуемого объекта и возможностями применяемого аппарата. Усложнение модели за счет увеличения числа стран-игроков, помимо повышения уровня ее адекватности, одновременно влечет снижение ее обозримости, порождает серию затруднений при построении характеристической функции. При большом количестве сторон — участников игры их возможные объединения по факту никогда не возникают, а следовательно, их потенциальные полезности могут быть оценены исключительно в гипотетическом ключе. Как следствие, результаты, получаемые на основе анализа моделей с большим числом игроков, оказываются столь же неоднозначными и дискуссионными, как и в случае $n = 3$. Также необходимо добавить, что при переходе к кооперативным играм с числом игроков больше четырех мы лишаемся возможности построения геометрических интерпретаций (для игр $n = 4$ возможны трехмерные иллюстрации, однако с точки зрения практического применения они носят скорее декоративный характер).

При всей взвешенности приведенных аргументов, они не позволяют полностью снять вопрос о последствиях трансформации модели распределения политического влияния между мировыми центрами силы при увеличении числа участников. И если, как уже отмечалось выше, в случае изначально большого n мы получаем труднообозримые математические конструкции, то в случае перехода от $n = 3$ к $n = 4$ последствия подобных трансформаций могут быть продемонстрированы относительно наглядно.

Рассмотрим модель, условно именуемую в дальнейшем Base-4. Ее отличие от Base-3 состоит в «расщеплении» игрока 3 на игроков 3 и 4 («Запад-I», «Запад-II»). Под «Западом-I» мы будем по-прежнему понимать США и их союзников. Под игроком «Запад-II» — страны, традиционно относимые к «западному миру», которые в перспективе могут более ясно сформировать собственную систему целей и интересов, которая непосредственно не коррелирует с интересами США, России или Китая[1].

---

[1] См., напр., http:/naked-science.ru/article/interview/geopolitik-vladimir-dergachev.

Авторам никоим образом не хотелось бы вторгаться в сферу политологии и отстаивать достоверность и прогностические достоинства описанного сценария эволюции мировой политической системы. Согласимся с тем, что он является всего лишь одним из прочих возможных. Безусловно, нельзя исключать и альтернативные версии и варианты появления «четвертого игрока». Равно как и обосновывать причины, по которым он не может появиться.

Помимо этого вполне разумным и реалистичным выглядит такое допущение: игроков 1 и 2 в данных моделях нужно будет рассматривать не как Россию и Китай, а как «Россию и ее союзников» и «Китай, а также страны, ориентированные на его поддержку»[1].

Характеристическая функция игры Base-4 задана в табл. 6.

Таблица 6

Характеристическая функция игры Base-4

i	*v*(*i*)	*S*	*v*(*S*)	*S*	*v*(*S*)	*S*	*v*(*S*)
1	0	{1; 2}	0,8	{1; 2; 3}	1	{1; 2; 3; 4}	1
2	0,2	{1; 3}	0,9	{1; 2; 4}	1		
3	0,4	{1; 4}	0,3	{1; 3; 4}	1		
4	0	{2; 3}	0,3	{2; 3; 4}	1		
		{2; 4}	0,5				
		{3; 4}	0,7				

Вектор Шепли для игры Base-4 примет вид:

$$Sh^{(f)} = \left(\frac{29}{120}; \frac{29}{120}; \frac{43}{120}; \frac{19}{120} \right). \qquad (13)$$

Его отличительной чертой является «уравнивание влияния» игроков 1 и 2 несмотря на исходные различия в их возможностях, определяемых характеристической функцией (см. табл. 6). Это можно рассматривать в качестве одного из эффектов, вызываемых появлением «четвертой силы» — игрока «Запад-II».

В силу достаточной громоздкости мы опустим процедуру нахождения *N*-ядра для данной игры и ограничимся приведением окончательного результата:

$$N^{(f)} = \left(0,308;\ 0,197; 0,308\,; 0,187\right). \qquad (14)$$

Как известно, *N*-ядро представляет собой дележ, на котором достигается лексикографический минимум максимального эксцесса (по коалициям $S \neq \varnothing, I$). В случае $N^{(f)}$

$$\min_{\mathbf{x}}\{\max_{S\neq\varnothing,I}\{e(S,\mathbf{x})\}\} = 0,3077.$$

При этом он достигается на коалиции, образуемой игроками 1, 2, 4. Другими словами, именно эта коалиция является наиболее недовольной тем, что ей предлагает дележ $N^{(f)}$. Одновременно нельзя не высказать определенных сомнений по части адекватности концепции *N*-ядра для игры Base-4. В первую очередь это касается соотношения долей игрока 1 и игрока 2. Оно вполне объяснимо, если руководствоваться исключительно критерием минимизации неудовлетворенности

[1] См., напр., (Гринин, 2013).

наиболее «обиженной» коалиции. Однако с ним крайне трудно согласиться, если принять во внимание реальную практику межгосударственных отношений. Таким образом, концепцию *N*-ядра применительно к игре Base-4 мы можем рассматривать в качестве некоторого теоретического ориентира.

Направления развитие моделей взаимодействия центров политического влияния

Вернемся к вопросам, связанным с проблемами конструирования характеристических функций в кооперативных играх, описывающих взаимоотношения между центрами силы и политического влияния в современном мире. Как уже говорилось, методика, основанная на принципе «влияние как возможность блокировки», может рассматриваться (со всеми оговорками) в качестве приемлемой исключительно на начальных этапах исследования, ориентированных на получение обобщающих, качественных выводов.

В этой связи вполне естественно выглядит вопрос: а каковы тогда альтернативные подходы? С нашей точки зрения, одной из возможных альтернатив является подход, предполагающий оценку силы влияния стран и их потенциальных коалиций на основе данных по портфелю, составленному из валют данных стран[1].

Первоочередная задача, от решения которой напрямую зависит успешность либо неуспешность применения данного подхода, состоит в определении принципов и правил, на основе которых должны формироваться данные валютные портфели.

К настоящему времени существует ряд серьезных исследований, в которых получены важные и интересные результаты относительно закономерностей динамики мультивалютных портфелей и, в частности, относительно свойств так называемой валюты минимальной волатильности, см. в частности, (Hovanov, Kolari, Sokolov, 2004; Хованов, 2005; Бубенко, Хованов, 2012).

Одной из проблем, с которой мы сталкиваемся при использовании в качестве базового показателя для построения характеристической функции дохода в валюте минимальной волатильности, построенной на основе портфеля из валют участников коалиции *S* является стохастический характер данных величин. Возможный конструктивный вариант решения данной проблемы связан с переходом от детерминированных кооперативных игр к стохастическим.

В современной теории кооперативных игр сложилось несколько подходов к определению понятия «стохастическая кооперативная игра». Одними из первых исследований в данном направлении стали работы Чарнса и Граннота (Charnes, Granot, 1973; 1977). Отдельно следует упомянуть серии работ по данной тематике Енга и Петросяна (Yeung, Petrosyan, 2004; 2006), а также Сьюза (Sujis, 1999; Suijs, Born, 1999; Suijs and oth. 1999).

В рамках данной статьи под стохастической кооперативной игрой (СКИ) мы будем понимать пару $\Gamma = (I, \tilde{v})$, где

- $I = \{1; ...; n\}$ — множество участников;
- $\tilde{v}(S)$ — случайные величины, имеющие известные плотности распределения $p_{\tilde{v}(s)}(x)$ и интерпретируемые как доходы (полезности, платежи), получаемые соответствующими коалициями $S \subset I$.

Данный подход к заданию стохастических кооперативных игр ранее был представлен в работе (Конюховский, 2012).

---

[1] О роли и месте финансовой системы в условиях глобализации и о возможностях ее управления см., напр., (Игнатова, Подольская, 2014).

Дележом в стохастической кооперативной игре будем называть вектор $x(\alpha) \in R^n$, удовлетворяющий условиям:

$$(\forall i \in I) \;\; P\{x_i(\alpha) \geq \tilde{v}(i)\} \geq \alpha \tag{15}$$

— стохастический аналог условий *индивидуальной рациональности,*

$$P\{\sum_{i=1}^{n} x_i(\alpha) \leq \tilde{v}(I)\} \geq \alpha \tag{16}$$

— стохастический аналог условия *групповой рациональности.*

Заметим, что условие (15) означает, по существу, что доля, предписываемая дележом $\mathbf{x}(\alpha)$ i-му игроку, должна с вероятностью не меньшей, чем α, превышать значение случайной величины его индивидуального выигрыша. В (15) i-я компонента вектора дележа x(α) сопоставляется с α-квантилью $F_{\tilde{v}(i)}(x)$ — функции распределения случайной величины $\tilde{v}(i)$. Для компактности последующего изложения введем обозначения:

$$v_\alpha(i) = F^{-1}_{\tilde{v}(i)}(\alpha) \tag{17}$$

для некоторого i-го игрока и

$$v_\alpha(S) = F^{-1}_{\tilde{v}(S)}(\alpha) \tag{18}$$

для некоторой коалиции $S \subset I$.

Тогда условие (15) можно записать как

$$(\forall i \in I) \;\; x_i(\alpha) \geq v_\alpha(i). \tag{19}$$

Возможность перехода от условия (15) к (19) вытекает из свойства неубывания функций распределения. Действительно, условие $x_i(\alpha) \geq \tilde{v}(i)$, выполняемое при некотором уровне вероятности α, будет выполняться и при всех $\alpha' > \alpha$.

В классических кооперативных играх условие групповой рациональности означает необходимость полного распределения полезности большой (полной) коалиции в рамках дележа. В стохастической игре его модификация (16) означает, что выигрыш большой коалиции способен с вероятностью не меньшей, чем α обеспечить реализацию дележа $\mathbf{x}(\alpha)$. Заметим, что условие (16) эквивалентно условию

$$P\{\sum_{i=1}^{n} x_i(\alpha) \geq \tilde{v}(I)\} \leq 1-\alpha \,. \tag{20}$$

Из (20), обозначив через $v_\alpha(I) = F^{-1}_{\tilde{v}(I)}(\alpha)$ α-квантиль функции распределения $F_{\tilde{v}(I)}(x)$, получаем $\sum_{i=1}^{m} x_i(\alpha) \leq v_{1-\alpha}(I)$.

Подчеркнем достаточно существенное различие. Если в обычных кооперативных играх условие групповой рациональности задается как строгое равенство и, соответственно, определяет гиперплоскость в n-мерном пространстве, то в предлагаемом здесь подходе оно имеет форму нестрогого неравенства и определяет полупространство в n-мерном пространстве. Таким образом, «природа» векторов x, удовлетворяющих определению (15)—(16), отличается от «природы» дележей в их классической трактовке. Иногда для именования подобных объектов используется термин «распределение» (*allocation*).

В результате система условий, определяющая дележ в стохастической игре, принимает вид:

$$(\forall i \in I) \, x_i(\alpha) \geq v_\alpha(i), \tag{21}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i(\alpha) \leq v_{1-\alpha}(I). \tag{22}$$

Для наименования величин $v_\alpha(i)$ в современном риск-менеджменте устойчиво закрепился термин *value at risk* (*VaR*). Таким образом, к числу достоинств подхода (21)—(22) к определению понятий дележей в стохастических кооперативных играх может быть отнесено то, что он связывает значения компонент дележа со значениями *VaR* случайных параметров игры. Это потенциально открывает широкие возможности для содержательных интерпретаций последующих результатов исследований свойств данного класса игр и концепций нахождения их решений.

При моделировании процессов взаимодействия центров влияния в современном мире в качестве базы для построения характеристической функции игры мы можем использовать доход, приносимый корзиной, составленной из валют стран, образующих соответствующую коалицию. В связи с тем что фактическая реализация данного дохода происходит в условиях неопределенности, для его моделирования целесообразно использовать случайные величины. Например, доход, получаемый по корзине для некоторой коалиции стран-игроков S мы можем считать случайной величиной $\tilde{v}(\{S\})$ с плотностью распределения $p_{\tilde{v}(s)}(x)$. Это, разумеется, относится как к коалициям, образованным отдельными игроками, так и к полной коалиции.

На практике для моделирования доходов по валютным корзинам могут быть использованы нормально распределенные случайные величины либо случайные величины, имеющие асимметричное треугольное распределение.

Важной специфической особенностью стохастических кооперативных игр является содержательная модификация в них понятия супераддитивности. Для обычных (нестохастических) кооперативных игр ситуация, при которой объединение двух коалиций S и T приводит только к простому суммированию их полезностей

$$v(S \cup T) = v(S) + v(T),$$

является тривиальной, а само подобное объединение выглядит малоосмысленным. В то же время в стохастической игре аналогичная сумма

$$\tilde{v}^{+}(S \cup T) = \tilde{v}(S) + \tilde{v}(T)$$

также является некоторой случайной величиной, для которой в общем случае

$$v_\alpha^{+}(S \cup T) \neq v_\alpha(S) + v_\alpha(T).$$

Заметим, что исследования закономерностей соотношений между квантилем суммы случайных величин и суммой квантилей представляют собой отдельное направление, относящееся к теории вероятностей, а не теории игр, см., например, (Watson, Gordon, 1986; Liu, David, 1989).

С точки зрения оценки влияния межстрановых коалиций сформулированное выше свойство означает, что при использовании в качестве инструмента моделирования стохастических кооперативных игр даже простые «межкоалиционные» соглашения о суммировании дохода (полезностей) при объединении валютных корзин могут приносить дополнительный эффект. Соответственно, возникает возможность более «тонкого» и адекватного учета свойств и последствий от возникновения межстрановой коалиции, а именно, могут быть выделены следующие типы объединений.

- Корзина из валют объединенной коалиции $S \cup T$ характеризуется «простым» суммированием доходов $\tilde{v}^{+}(S \cup T) = \tilde{v}(S) + \tilde{v}(T)$, ее новые качества определяются различиями между *VaR*\`ом суммы и суммой *VaR*\`ов.
- При объединении коалиций S и T при их объединении в коалицию $S \cup T$ возникает валютная корзина, доход которой описывается некоторой новой

случайной величиной $\tilde{v}(S \cup T)$ с плотностью распределения $p_{\tilde{v}(S \cup T)}(x)$, непосредственно не связанной с суммой $\tilde{v}(S)+\tilde{v}(T)$.

Второй вариант объединения позволяет отразить содержательные эффекты объединения, специфические для каких-то конкретных коалиций.

Одновременно в подобных моделях возникает еще одно направление анализа рациональности дележей: (распределения влияния). Действительно, в случае «содержательного» объединения (объединения по второму варианту) доля полезности (влияния) $x(Q)$ которую некоторый дележ x предоставляет коалиции Q, может быть соотнесена не только с $v_\alpha(Q)=F^{-1}_{\tilde{v}(Q)}(\alpha)$ (т. е. с VaR`ом полезности, получаемой $Q$), но и с суммой $VaR$`ов полезностей игроков, входящих в коалицию Q:

$$\tilde{v}^{+}(S)=\sum_{i \in S}\tilde{v}(i). \qquad (23)$$

Более того, возможны и сопоставления $v_\alpha(Q)$ с $v_\alpha(S)+v_\alpha(T)$, где S, T — некоторые подмножества Q ($Q=S \cap T$, $S \cup T=\varnothing$). В общем случае подобные сопоставления могут быть проведены по всем возможным разбиениям каждого множества $S \subset I$ на подмножества.

В результате мы можем получить достаточно существенные выводы относительно предпочтительных форм межстрановых объединений, а также о том влиянии, на которое они могут объективно претендовать.

Заключение

Методы современной теории кооперативных игр могут выступать в качестве эффективных инструментов моделирования и анализа процессов перераспределения политического и экономико-политического влияния между мировыми центрами силы.

Приведенные в настоящей работе примеры в значительной мере свидетельствуют о том, что кооперативные игровые модели дают некоторую внутренне непротиворечивую логику, объясняющую тенденции, в соответствии с которыми эволюционировали взаимоотношения и происходило перераспределение влияния между мировыми центрами силы в течение последних десятилетий.

Говоря о прикладных аспектах кооперативных теоретико-игровых моделей взаимодействия центров силы, по мнению авторов, в первую очередь следует отметить их достоинства в плане решения задач формирования более реалистичных и взвешенных оценок перспектив и возможных сценариев развития событий в сфере международной экономики и политики. Это касается как взаимоотношений России и Соединенных Штатов, так и взаимоотношений России и Китая. Выводы и заключения, получаемые на базе рассмотренных выше моделей, позволяют в несколько ином ракурсе оценить как объективный потенциал развития межгосударственного сотрудничества, так и «природу» возможных вызовов и угроз для него.

Кооперативные теоретико-игровые модели взаимодействия мировых центров силы открывают дополнительные возможности для оценки перспектив формирования межгосударственных коалиций, а также повышают уровень обоснованности прогнозов, касающихся договоренностей относительно распределения влияния в рамках потенциальных коалиций. Они позволяют нам более ясно осознать пределы вариации взаимоотношений между странами-игроками и, в частности, описать для различных коалиционных конфигураций как допустимые уровни падения («замораживания») отношений, так и рациональные пределы их сближения.

Это, в конечном счете, позволяет исключить необоснованно пессимистические ожидания в ситуациях, предполагающих «нащупывание дна конфликта», и, наоборот, необоснованные иллюзии в процессах взаимного сближения.

Условием успешного развития кооперативных моделей взаимодействия центров силы является, с одной стороны, совершенствование методов построения характеристических функций в направлении повышения уровня адекватности учета объективных интересов (полезностей) стран и коалиций.

С другой стороны, очень велико значение работ по совершенствованию уровня математического аппарата, применяемого в моделях (в частности, аппарата стохастических кооперативных игр), с точки зрения развития возможных концепций решения, на основе которых делаются выводы относительно параметров возможных межкоалиционных соглашений.

Источники

Алескеров Ф. Т., *Кравченко А. С.* Распределение влияния в Государственных Думах Российской империи // Полития. 2008. № 3 (50).

Бубенко Е. А., *Хованов Н. В.* Использование агрегированных экономических благ постоянной ценности для хеджирования меновых рисков // Управление экономическими системами [Электронный научный журнал]. 2012. № 12. Режим доступа: http://uecs.ru/instrumentalnii-metody-ekonomiki/.

Гейдаров Н. А. Геополитический «треугольник» Россия — Китай — США в Евразии // Обозреватель. 2008. № 2. С. 42–53.

Гринин Л. Е. Глобализация тасует мировую колоду (Куда сдвигается глобальный экономико-политический баланс) // Век глобализации. 2013. № 2 (12). С. 63–78.

Гринин Л. Е. Китайская модель и перспективы лидерства Китая в мире // Век глобализации. 2012. № 2. С. 43–61.

Дергачев В. А. Геополитическая теория больших многомерных пространств. М., 2011.

Дергачев В. А. Глобалистика: учебное издание. М., 2005.

Игнатова Т. В., *Подольская Т. В.* Возможности глобального управления мировой финансовой системой: реалии и перспективы // Век глобализации. 2014. № 2. С. 119–128.

Конюховский П. В. Применение стохастических кооперативных игр при обосновании инвестиционных проектов // Вестник СПб. ун-та. Сер. 5. «Экономика». 2012. Вып. 4. С. 134–143.

Печерский С. Л., *Яновская Е. Б.* Кооперативные игры: решения и аксиомы. СПб., 2004.

Соколова А. В. Количественные методы оценки влияния участников при принятии коллективных решений // Полития. 2008. № 4 (51).

Хованов Н. В. Измерение меновой ценности экономических благ в единицах стабильной агрегированной валюты // Финансы и бизнес. 2005. № 2. С. 33–43.

Хованов Н. В. Феноменологическая теория стабильных метаденег // Финансы и бизнес. 2005. № 4. С. 18–21.

Banzhaf J. F. Weighted Voting Doesn’t Work: A Mathematical Analysis // Rutgers Law Review. 1965. Vol. 19. P. 317–343.

Charnes A., *Granot D.* Coalitional and Chance-Constrained Solutions to n-Person Games. Two-Stage Solutions // Operation Research. 1977. Vol. 25. Issue 6. P. 1013–1019.

Charnes A., *Granot D.* Prior Solutions: Extensions of Convex Nucleolus Solutions to Chance-constrained Games // Proceedings of the Computer Science and Statistics Seventh Symposium at Iowa University. 1973. P. 1013–1019.

Coleman J. S. Control of Collectivities and the Power of a Collectivity to Act // Social Choice / ed. by B. Lieberman. N. Y., 1971. P. 269–300.

Deegan J., *Packel E. W.* A New Index of Power for Simple n- Person Games // International Journal of Game Theory. 1978. Vol. 7. No. 2.

Holler M. J., *Packel E. W.* Power, Luck and the Right Index // Journal of Economics. 1983. Vol. 43.

Hovanov N. V., *Kolari J. W.*, *Sokolov M. V.* Computing Currency Invariant Indices with an Application to Minimum Variance Currency Baskets // Journal of Economic Dynamics and Control. 2004. Vol. 28. P. 1481–1504.

Johnston R. J. On the Measurement of Power: Some Reactions to Laver // Environment and Planning. 1978. Vol. 10.

Liu J., *David H. A.* Quantiles of Sums and Expected Values of Ordered Sums // The Australian Journal of Statistics. 1989. No. 31 (3). P. 469–474.

Penrose L. S. The Elementary Statistics of Majority Voting // Journal of the Royal Statistical Society. 1946. No. 109. P. 53–57.

Schmeidler D. The Nucleolus of a Characteristic Function Game // SIAM Journal of Applied Mathematics. 1969. No. 17 (6). P. 1163–1170.

Shapley L., *Shubik M.* A Method for Evaluating the Distribution of Power in a Committee System // American Political Science Review. 1954. Vol. 48. No. 3.

Suijs J., *Born P.* Stochastic Cooperative Games: Superadditivity, Convexity, and Certainty Equivalents // Games and Economic Behavior. 1999. Vol. 27. P. 331–345.

Suijs J. A Nucleolus for Stochastic Coperative Games // Cooperative Decision-Making Under Risk / ed. by J. Suijs. 1999. Boston, 1999. P. 152–181.

Suijs J., *Born P.*, *De Waegenaere A.*, *Tijs S.* Cooperative Games with Stochastic Payoffs // European Journal of Operational Research. 1999. N 113(1). P. 193–205.

Watson R., *Gordon L.* On Quantiles of Sums // The Australian Journal of Statistics. 1986. Vol. 28. No. 2. P. 192–199.

Yeung D. W. K., *Petrosyan L. A.* Cooperative Stochastic Differential Games. Springer, 2006.

Yeung D. W. K., *Petrosyan L. A.* Subgame Consistent Cooperative Solutions in Stochastic Differential Games // Journal of Optimization Theory and Applications. 2004. Vol. 120. No. 3. P. 651–666.