

В. А. Кипяткова

канд. экон. наук, старший преп. факультета экономики Европейского университета в Санкт-Петербурге; научный сотрудник Санкт-Петербургского экономико-математического института

Е. В. Полякова

докт. техн. наук, проф. факультета экономики Европейского университета в Санкт-Петербурге

КУЛЬТУРНАЯ ТРАНСМИССИЯ В МОДЕЛЯХ РОСТА НАСЕЛЕНИЯ С ЭНДОГЕННОЙ РОЖДАЕМОСТЬЮ

Введение

Экономика большинства развитых стран демонстрирует в последние десятилетия ряд общих устойчивых тенденций. Стремительный экономический рост, обусловленный интенсивными модернизационными процессами, привел к значительному улучшению материального благосостояния, повышению уровня образования и накоплению человеческого капитала. Улучшение качества жизни сопровождалось резким снижением уровня смертности, но вместе с тем уровень рождаемости также существенно снизился. Это явление хорошо известно в демографии и является частью процесса, называемого вторым демографическим переходом.

Рост доходов населения, экономическая и политическая защищенность, характерные для развитых стран, привели к сосредоточению человеческих помыслов на идеях свободного выбора, эмансипации, самореализации, что неизбежно нашло отражение в формировании соответствующих установок в отношении создания семьи, мотивации к рождению и регулирования количества детей. Феномен модернизации процессов воспроизводства населения является крайне сложным фундаментальным и универсальным процессом, отражающим как экономические, так и социальные, институциональные и культурные изменения, происходящие в обществе. Тем не менее, по-видимому, можно утверждать, что в каждой стране характер реализации демографического перехода имеет свои, присущие конкретному региону особенности (Клупт, 2008), вследствие чего актуальным представляется изучение факторов, определяющих данную специфику.

Одним из важнейших факторов, оказывающих существенное влияние на динамику рождаемости, является структура населения, причем не только в половозрастном, но и в образовательном разрезе. Необходимость дифференциации рождаемости в зависимости от уровня образования индивидов подтверждается многочисленными статистическими данными. В качестве иллюстрации наличия отрицательной взаимосвязи между уровнем образования женщин и их склонностью к деторождению приведем, например, зависимости (рис. 1), полученные авторами на основании итогов Всероссийской переписи населения 2010 г. (http://www.gks.ru/free_doc/new_site/perepis2010/croc/perepis_itogi1612.htm, 2010). На рис. 1 горизонтальная ось соответствует различным регионам Российской Федерации, а вертикальная характеризует количество детей, рожденных в данном регионе в 2010 г. женщинами с различным уровнем образования.

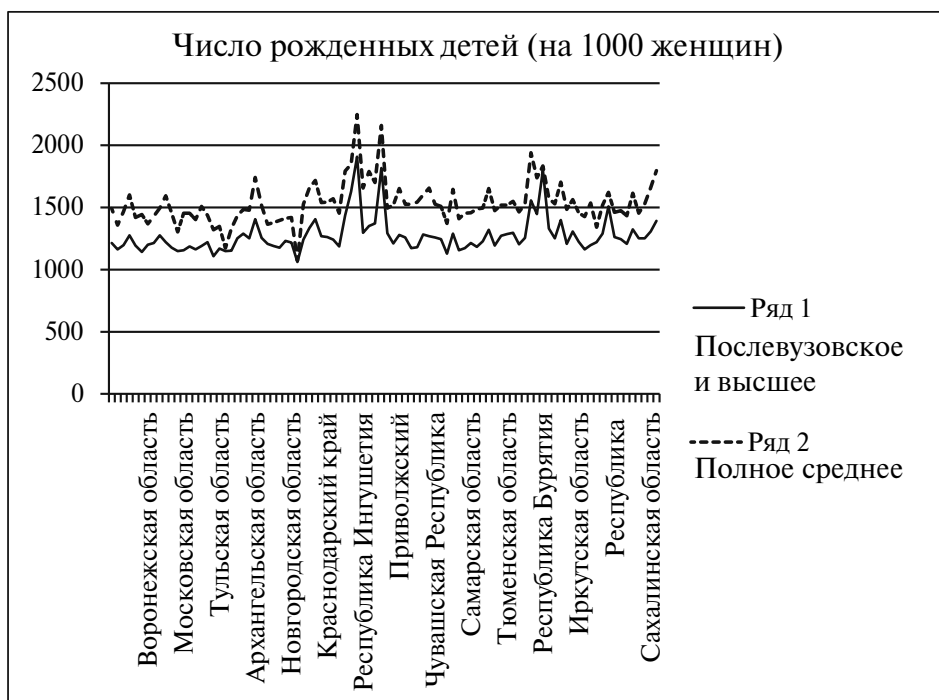


Рис. 1. Количество детей, рожденных в различных регионах РФ в 2010 г. женщинами с различным уровнем образования

Авторы Демоскопа отмечают: «Самое большое влияние на снижение рождаемости оказывает рост уровня образования женщины, а вот от доходов семьи количество детей почти не зависит» (<http://www.demoscope.ru/weekly/2013/0547/gazeta03.php>). Аналогичные наблюдения имеют место и в других странах, характеризующихся стремительным ростом уровня образования, в первую очередь женщин.

Попытки построения адекватных теорий демографического перехода, очевидно, связаны с необходимостью изучения рождаемости внутри различных групп населения. С достаточно полным обзором теоретических исследований по данной тематике можно ознакомиться в работе Лама (Lam, 1997); краткий экскурс в историю проблемы дан в статье (Кипяткова, Полякова, 2014). Лам (Lam, 1997) строит теоретическую модель, предполагая, что темпы рождаемости зависят от принадлежности индивида к тому или иному классу. Более того, он допускает возможность перехода агента из одного класса в другой, при этом вероятности переходов заданы экзогенно и не зависят от предпринимаемых агентом усилий. Результатом исследования является доказательство существования единственного устойчивого стационарного равновесия в модели, что, несомненно, противоречит наблюдаемому в действительности многообразию. Эта модель достаточно хорошо объясняет эмпирические данные, но, тем не менее, автор пишет о необходимости учета «эндогенной» рождаемости, обусловленной выбором между «качеством» детей и их количеством.

Таким образом, мы приходим к необходимости не просто постулировать изначальное различие уровней рождаемости для агентов с различными характеристиками, а рассматривать это различие как определяемое эндогенно, в результате решения агентами соответствующих оптимизационных задач. В основе данного подхода лежит модель Беккера и Льюиса (Becker, Lewis, 1973), в которой количество детей в семье является эндогенным и определяется в результате выбора между «качеством»

детей и их количеством. Кроме того, данная модель, предполагающая рассматривать потомков как потребительский товар, дает возможность исследовать вопрос о количестве детей с позиции соотношения эффекта замещения и эффекта дохода.

Будем предполагать, что вероятности перехода агентов из одного класса в другой определяются эндогенно и зависят от усилий родителей, стремящихся обеспечить образование своим потомкам. Для моделирования подобных явлений используется важное понятие, зародившееся в этнопсихологии, — «*культурная трансмиссия*», включающая процессы инкультурации и социализации и представляющая собой механизм, с помощью которого этническая группа „передает себя по наследству“ своим новым членам, прежде всего детям» (Стефаненко, 1999). Бойд и Ричерсон (Boyd, Richerson, 1985) выделяют как вертикальную трансмиссию (передачу культурных ценностей посредством обучения детей родителями), так и горизонтальную (передачу ценностей в процессе общения со сверстниками).

Самые значимые работы по использованию концепции культурной трансмиссии в экономике принадлежат Бизину и Вердье (Bisin, Verdier, 2001; 2011), чьи модели мы используем в качестве исходных. Бизин и Вердье предложили рассматривать процесс культурной трансмиссии как происходящий не самопроизвольным образом, а как результат осознанного выбора экономическими агентами усилий по передаче признаков своего типа в рамках решения задачи максимизации полезности.

В предлагаемой работе рассмотрена динамическая модель культурной трансмиссии с гетерогенными агентами. Вводя в рассмотрение разнообразные механизмы социализации, мы пытаемся объяснить существование культурного многообразия в процессах взаимодействия различных типов агентов. Базовая модель культурной трансмиссии А. Бизина — Т. Вердье обобщается на случай наличия агентов «высокого» и «низкого» типов, которые одновременно выбирают количество детей и уровень усилий по их воспитанию. «Высокий» тип можно трактовать, например, как тип с более высоким уровнем образования или человеческого капитала по сравнению с малообразованным «низким» типом.

В отличие от модели Бизина—Вердье, мы предполагаем, что часть агентов «низкого» типа предпочитают воспитывать своих потомков в культурной традиции «высокого» типа. Таким образом, агенты могут прикладывать усилия, направленные на перевод своих детей в другой класс посредством инвестиций в их образование и человеческий капитал. В результате этого образование может служить механизмом так называемого «социального лифта» и сделать возможным переход из одного класса в другой, причем уровень образования, передаваемого родителями своим детям, является эндогенной величиной и определяется в результате решения родителями некоторой оптимизационной задачи. По сравнению с ранее опубликованной работой (Кипяткова, Полякова, 2014), в этой статье представлено обобщение на более широкий класс функций, некоторые аналитические доказательства и численные расчеты. В данной работе мы в большей степени сосредоточены на исследовании динамики структуры населения.

Формализация модели

Предположим, что население некоторой закрытой страны состоит из двух типов индивидов — образованных (тип e , *educated individuals*) и необразованных (тип u , *uneducated individuals*). Доли указанных «высокого» и «низкого» типов в населении обозначим через q^e и q^u соответственно, $q^e + q^u = 1$. Процесс воспроизводства в стране считается асексуальным, и каждый родитель имеет возможность выбрать «качество» и количество своих потомков, решая задачу максимизации полезности, которая будет конкретизирована ниже.

В рамках данной модели предполагается, что образованные индивиды склонны к воспроизводству только собственного типа, в то время как необразованные индивиды подразделяются на две группы: доля ρ необразованных индивидов осознает важность образования и имеет стимулы к тому, чтобы перевести своего ребенка в другой тип, доля $1 - \rho$ необразованных индивидов мотивирована к сохранению у своего потомства того же типа. Заметим, что параметр ρ характеризует культурную толерантность (Bisin, Verdier, 2011) и отражает отношение общества к ценности образования.

Таким образом, население страны состоит из следующих трех групп: образованные индивиды, склонные к воспроизводству своего типа (группа e); необразованные индивиды, имеющие мотивацию к переводу ребенка в другой тип (группа ue); необразованные индивиды, стремящиеся воспитать ребенка своего типа (группа uu).

Если обозначить через $V^{i,j}$ полезность представителя группы i , вырастившего ребенка типа j , $i \in \{e, ue, uu\}$, $j \in \{e, u\}$, то стимулы, определяющие поведение индивидов различных групп, описываются неравенствами:

$$V_{e,e} > V_{e,u}, V_{ue,e} > V_{ue,u}, V_{uu,e} > V_{uu,u}, \quad (1)$$

Следуя подходу, развитому в моделях Бизина и Вердые (Bisin, Verdier, 2011), культурная трансмиссия в популяции может осуществляться двумя возможными способами: за счет вертикальной (от родителя) и горизонтальной (от того или иного окружения) социализации.

Пусть τ^i — усилия, прикладываемые индивидом из группы i для воспитания ребенка желаемого типа, $d^i(\tau^i)$ — вероятность того, что вертикальная социализация приведет к желаемому результату, $i \in \{e, ue, uu\}$. Здесь $d^i(\cdot)$ — некоторая задаваемая функция, удовлетворяющая следующим естественным требованиям:

$$0 < d^i < 1, d^i(0) = 0, (d^i)'_{\tau^i} > 0, \lim_{\tau^i \rightarrow +\infty} d^i(\tau^i) = 1, i \in \{e, ue, uu\}. \quad (2)$$

Будем считать, что если передача желаемого типа вертикальным путем не происходит, то горизонтальная социализация происходит с вероятностью, совпадающей с долей соответствующего типа (или группы, в зависимости от допущений модели) в населении.

Обозначим через $p^{i,j}$ вероятность того, что ребенок представителя группы i получит тип j в результате культурной трансмиссии, $i \in \{e, ue, uu\}$, $j \in \{e, u\}$. В соответствии с принятыми допущениями будем иметь:

$$p^{k,e} = d^k(\tau^k) + (1 - d^k(\tau^k))q^e, \quad (3)$$

$$p^{k,u} = (1 - d^k(\tau^k))q^u,$$

где $k \in \{e, ue\}$

$$p^{uu,e} = (1 - d^{uu}(\tau^{uu}))q^e \quad (4)$$

$$p^{uu,u} = d^{uu}(\tau^{uu}) + (1 - d^{uu}(\tau^{uu}))q^u.$$

Как и в модели Беккера—Льюиса (Becker, Lewis, 1973), мы предполагаем, что родители осуществляют выбор между количеством и «качеством» детей. «Качество» определяется объемом усилий τ^i .

Обозначим через n^i количество потомков представителя группы i , $i \in \{e, ue, uu\}$ и запишем выражение его функции полезности в виде:

$$U^i(n^i, \tau^i) = n^i (p^{i,e} V^{i,e} + p^{i,u} V^{i,u}), i \in \{e, ue, uu\}. \quad (5)$$

Выпишем «бюджетное» ограничение индивида:

$$C^i(n^i, \tau^i) \leq c^i, \quad (6)$$

где $C^i(\cdot)$ — некоторая задаваемая функция, удовлетворяющая следующим требованиям:

$$C^i > 0, C^i(0, \cdot) = 0, (C^i)'_{n^i} > 0, (C^i)'_{\tau^i} > 0, \quad (7)$$

c^i — экзогенная постоянная, $i \in \{e, ue, uu\}$

Будем считать, что индивид из группы i , принимая решение о количестве и «качестве» детей, рассматривает задачу максимизации полезности (5) при бюджетном ограничении (6), $i \in \{e, ue, uu\}$.

Тогда задачи индивидов из групп e , ue , uu с учетом выражений (3), (4) могут быть записаны в виде:

$$n^k \left((d^k(\tau^k) + (1 - d^k(\tau^k))q^e) V^{k,e} + (1 - d^k(\tau^k))q^u V^{k,u} \right) \rightarrow \max_{n^k, \tau^k} \quad (8)$$

при бюджетном ограничении

$$C^k(n^k, \tau^k) \leq c^k; \quad (9)$$

где $k \in \{e, ue\}$;

$$n^{uu} \left((1 - d^{uu}(\tau^{uu}))q^e V^{uu,e} + (d^{uu}(\tau^{uu}) + (1 - d^{uu}(\tau^{uu}))q^u) V^{uu,u} \right) \rightarrow \max_{n^{uu}, \tau^{uu}} \quad (10)$$

при бюджетном ограничении

$$C^{uu}(n^{uu}, \tau^{uu}) \leq c^{uu}. \quad (11)$$

Перейдем к рассмотрению динамики в условиях данной модели. Обозначим на шаге t решения задач (8), (10) при бюджетных ограничениях (9), (11) индивидов, являющихся представителями группы i , через $(\tau^i(t), n^i(t))$, $i \in \{e, ue, uu\}$. Легко видеть, что динамика долей образованных и необразованных типов описывается равенствами:

$$q^e(t+1) = \frac{p^{e,e}(t)q^e(t)n^e(t) + p^{ue,e}(t)\rho q^u(t)n^{ue}(t) + p^{uu,e}(t)(1-\rho)q^u(t)n^{uu}(t)}{q^e(t)n^e(t) + \rho q^u(t)n^{ue}(t) + (1-\rho)q^u(t)n^{uu}(t)}, \quad (12)$$

$$q^u(t+1) = 1 - q^e(t+1).$$

Исследование модели для частного случая

Проведем исследование динамики долей образованных и необразованных ти-

пов индивидов в населении для частного случая, положив далее $d^i(\tau^i) = 1 - \frac{3e^{-a^i\tau^i}}{1 + 2e^{-a^i\tau^i}}$,

$C^i(n^i, \tau^i) = n^i(1 + \tau^i)$, $i \in \{e, ue, uu\}$. Очевидно, что функции $d^i(\tau^i)$ указанного вида

при $\tau^i \geq 0$ удовлетворяют условиям (2) и имеют перегиб в точке $\tilde{\tau}^i = \frac{\ln 2}{a^i}$.

При сделанных предположениях с учетом (3), (4) будем иметь:

$$q^e(t+1) = \left[\left(1 - \frac{3e^{-a^e \tau^e(t)}}{1 + 2e^{-a^e \tau^e(t)}} q^u(t) \right) q^e(t) n^e(t) + \rho \left(1 - \frac{3e^{-a^{ue} \tau^{ue}(t)}}{1 + 2e^{-a^{ue} \tau^{ue}(t)}} q^u(t) \right) q^u(t) n^{ue}(t) + (1-\rho) \frac{3e^{-a^{uu} \tau^{uu}(t)}}{1 + 2e^{-a^{uu} \tau^{uu}(t)}} q^e(t) q^u(t) n^{uu}(t) \right] / \left[q^e(t) n^e(t) + \rho q^u(t) n^{ue}(t) + (1-\rho) q^u(t) n^{uu}(t) \right], \quad (13)$$

$$q^u(t+1) = 1 - q^e(t+1),$$

где $(\tau^e(t), n^e(t))$, $(\tau^{ue}(t), n^{ue}(t))$, $(\tau^{uu}(t), n^{uu}(t))$ являются решениями задач

$$n^k \left(V^{k,e} - \frac{3e^{-a^k \tau^k}}{1 + 2e^{-a^k \tau^k}} q^u(V^{k,e} - V^{k,u}) \right) \rightarrow \max_{n^k, \tau^k} \quad (14)$$

при бюджетных ограничениях

$$n^k (1 + \tau^k) \leq c^k, \quad (15)$$

где $k \in \{e, ue\}$;

$$n^{uu} \left(V^{uu,u} - \frac{3e^{-a^{uu} \tau^{uu}}}{1 + 2e^{-a^{uu} \tau^{uu}}} q^e(V^{uu,u} - V^{uu,e}) \right) \rightarrow \max_{n^{uu}, \tau^{uu}} \quad (16)$$

при бюджетном ограничении

$$n^{uu} (1 + \tau^{uu}) \leq c^{uu}. \quad (17)$$

Вывод о том, что у данной оптимизационной задачи существует решение, следует из более общего утверждения для произвольной функции $d^i(\tau^i)$, обладающей свойствами (2) и удовлетворяющей дополнительному предположению относительно второй производной: либо $d^i(\tau^i)$ вогнута на всей области своего определения, либо она имеет единственную точку перегиба.

Утверждение. Задачи (8), (9) и (10), (11) имеют единственное решение $\{\tau^e, n^e, \tau^{ue}, n^{ue}, \tau^{uu}, n^{uu}\}$ при условии, что функция в бюджетном ограничении имеет вид $C^i(n^i, \tau^i) = n^i (1 + \tau^i)$, а функция $d^i(\tau^i)$, удовлетворяющая (2), вогнута или имеет единственную точку перегиба на $(0, \infty)$, $i \in \{e, ue, uu\}$.

Доказательство. Во-первых, очевидно, что бюджетное ограничение в каждой из оптимизационных задач (8), (9) и (10), (11) должно выполняться как равенство. Дальнейшие рассуждения проведем для задачи (8), (9). Выражая n^k через τ^k из бюджетного ограничения (9), выполняемого как равенство, и подставляя $n^k(\tau^k)$ в целевую функцию (8), приходим к задаче условной максимизации функции одной переменной:

$$f^k(\tau^k) = \frac{(d^k(\tau^k) + (1 - d^k(\tau^k))q^e)V^{k,e} + (1 - d^k(\tau^k))q^u V^{k,u}}{1 + \tau^k} \rightarrow \max_{\tau^k \geq 0} \quad (18)$$

$$k \in \{e, ue\}.$$

Полученная целевая функция обладает следующими свойствами:

$$f^k(0) = V^{k,e} q^e + V^{k,u} q^u, \quad f^k(\tau^k) \xrightarrow{\tau^k \rightarrow \infty} 0, \quad (19)$$

а ее первая производная имеет вид

$$f^{k'}(\tau^k) = \frac{r^k(\tau^k)}{(1 + \tau^k)^2}, \quad (20)$$

где

$$r^k(\tau^k) = V^{k,e} \left(d^{k'}(\tau^k) q^u (1 + \tau^k) - q^e - d^k(\tau^k) q^u \right) - V^{k,u} q^u \left(d^{k'}(\tau^k) (1 + \tau^k) + 1 - d^k(\tau^k) \right), \quad (21)$$

$$k \in \{e, ue\}.$$

Знак $r^k(0) = (V^{k,e} - V^{k,u}) q^u d^{k'}(0) - q^e V^{k,e} - V^{k,u} q^u$ не определен и зависит от параметров модели и соотношений долей образованного и необразованного населения. Однако расчет производной функции $r^k(\tau^k)$:

$$r^{k'}(\tau^k) = d^{k''}(\tau^k) q^u (1 + \tau^k) (V^{k,e} - V^{k,u}), \quad (22)$$

$$k \in \{e, ue\},$$

показывает, что

- если $d^{k''}(\tau^k) < 0$, то в силу (1) $r^{k'}(\tau^k) < 0$ при всех $\tau^k > 0$;
- если $d^{k''}(\tau^k)$, удовлетворяющая условиям (2), имеет единственную точку перегиба $\tilde{\tau}^k$, то с учетом соотношений (1) $r^{k'}(\tau^k) > 0$ при $0 < \tau^k < \tilde{\tau}^k$, $r^{k'}(\tau^k) = 0$ при $\tau^k = \tilde{\tau}^k$, $r^{k'}(\tau^k) < 0$ при $\tau^k > \tilde{\tau}^k$.

Данные наблюдения приводят к требуемому результату: задача максимизации

целевой функции $f^k(\tau^k) = \frac{(d^k(\tau^k) + (1 - d^k(\tau^k)) q^e) V^{k,e} + (1 - d^k(\tau^k)) q^u V^{k,u}}{1 + \tau^k}$ при $\tau^k > 0$ имеет

единственное решение, *qed*.

Более того, из приведенных рассуждений легко следуют условия, при которых реализуется тот или иной случай. Анализ задачи (10)—(11) проводится аналогичным образом.

По доказанному утверждению $\tau^e(t)$, $\tau^{ue}(t)$, $\tau^{uu}(t)$ являются единственными положительными корнями уравнений

$$3e^{-a^k \tau^k} q^u(t) (V^{k,e} - V^{k,u}) \left(1 + a^k + a^k \tau^k + 2e^{-a^k \tau^k} \right) - V^{k,e} \left(1 + 2e^{-a^k \tau^k} \right)^2 = 0 \quad (23)$$

при условиях

$$q^u(t) (V^{k,e} - V^{k,u}) \left(1 + a^k / 3 \right) - V^{k,e} > 0, \quad (24)$$

где $k \in \{e, ue\}$;
уравнения

$$3e^{-a^{uu} \tau^{uu}} q^e(t) (V^{uu,u} - V^{uu,e}) \left(1 + a^{uu} + a^{uu} \tau^{uu} + 2e^{-a^{uu} \tau^{uu}} \right) - V^{uu,u} \left(1 + 2e^{-a^{uu} \tau^{uu}} \right)^2 = 0 \quad (25)$$

при условии

$$q^e(t) (V^{uu,u} - V^{uu,e}) \left(1 + a^{uu} / 3 \right) - V^{uu,u} > 0. \quad (26)$$

Если какое-либо из условий (24), (26) не выполняется, соответствующее значение решения максимизационной задачи $\tau^e(t)$, $\tau^{ue}(t)$ или $\tau^{uu}(t)$ равно нулю.

Поскольку «бюджетные» ограничения индивидов в оптимальных точках $(\tau^i(t), n^i(t))$ выполняются как равенства, количество детей, рожденных индивидами группы i в периоде времени t , определяется выражениями:

$$n^i(t) = \frac{c^i}{1 + \tau^i(t)}, \quad i \in \{e, ue, uu\}. \quad (27)$$

Подставляя полученные результаты в формулу (12), мы можем исследовать темпы роста отдельных групп индивидов и динамику изменений долей этих групп во всем населении.

Результаты численного анализа

Приведем результаты численного анализа при следующих значениях экзогенных параметров: $\rho = 0,2$, $V^{e,e} = 10$, $V^{ue,e} = 15$, $V^{uu,u} = 8$, $V^{e,u} = V^{ue,u} = V^{uu,e} = 2$, $a^{uu} = 4$, $a^e = 2$, $a^{ue} = 1$, $c^e = c^{ue} = c^{uu} = 2$. Динамика долей q^e и q^u при начальных условиях $q^e(0) = 0,1$ и $q^u(0) = 0,9$ иллюстрируется графиками, представленными на рис. 2, 3.

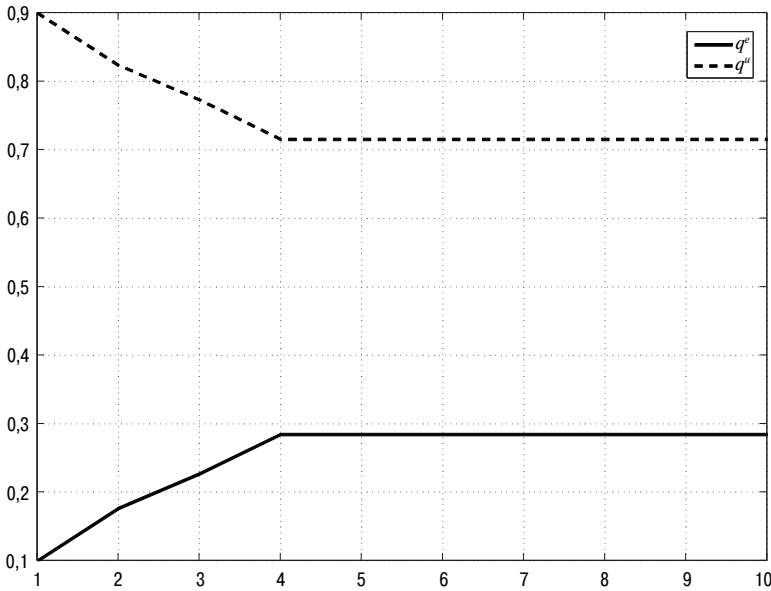


Рис. 2. Динамика долей $q^e(t)$, $q^u(t)$ при начальных условиях $q^e(0) = 0,1$; $q^u(0) = 0,9$

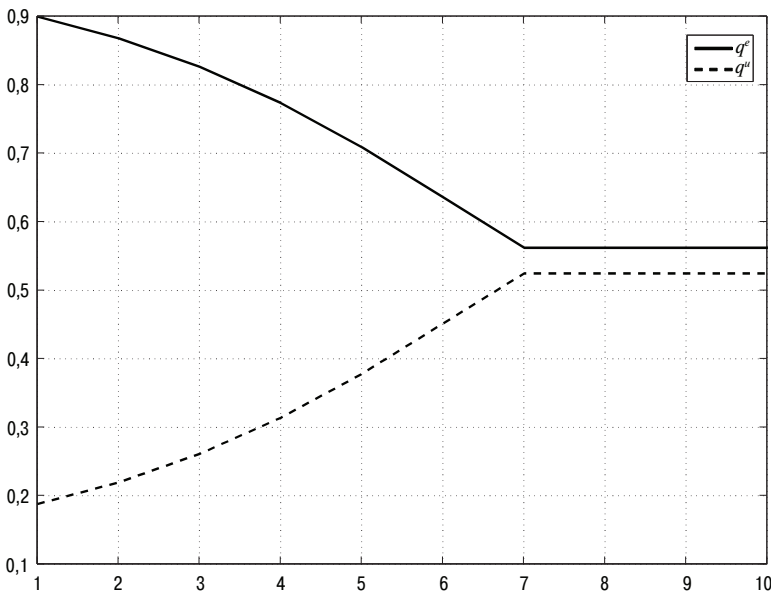


Рис. 3. Динамика долей $q^e(t)$, $q^u(t)$ при начальных условиях $q^e(0) = 0,9$; $q^u(0) = 0,1$

Расчеты показывают, что наблюдается достаточно быстрая сходимость долей $q^e(t)$, $q^u(t)$ образованных и необразованных типов индивидов в населении к некоторым равновесным значениям.

Увеличение доли ρ необразованных индивидов, стремящихся к воспитанию детей чужого типа, приводит к росту предельных значений $q^e(t)$ и соответствующему снижению предельных значений $q^u(t)$.

Заключение

В данной работе предложены подходы к моделированию динамики численности населения, учитывающие влияние групповой социализации в обществе с неоднородными агентами. Характерной чертой предлагаемой динамической модели является допущение о существовании «нестандартных» агентов «низкого» типа, которые предпочитают воспитывать своих потомков в культурной традиции «высокого» типа. В результате численного анализа выявлена сходимость долей индивидов различных типов к некоторым равновесным значениям. По сравнению с работой (Кипяткова, Полякова, 2014) доказательства распространены на более широкий класс функций.

Источники

Всероссийская перепись населения 2010. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.gks.ru/free_doc/new_site/perepis2010/croc/perepis_itogi1612.htm (дата обращения: 15.06.2015).

Демоскоп Weekly. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.demoscope.ru/weekly/2013/0547/gazeta03.php> (дата обращения: 15.06.2015).

Кипяткова В. А., Полякова Е. В. Процессы групповой социализации в модели культурной трансмиссии с гетерогенными агентами // Финансы и бизнес. 2014. № 4. С. 13–23.

Клутт М. Демография регионов Земли. СПб., 2008.

Стефаненко Т. Г. Этнопсихология. М., 1999.

Becker G. S., Lewis H. G. On the Interaction between the Quantity and Quality of Children // The Journal of Political Economy. 1973. Vol. 81. No. 2. Part 2: New Economic Approaches to Fertility Mar. — Apr. P. S279–S288.

Bisin A., Verdier T. The Economics of Cultural Transmission and Socialization // Handbook of Social Economics. Vol. 1A. The Netherlands, 2011. P. 339–416.

Bisin A., Verdier T. The Economics of Cultural Transmission and the Dynamics of Preferences // Journal of Economic Theory. 2001. No. 97. P. 298–319.

Boyd R., Richerson P. Culture and Evolutionary Process. The University of Chicago Press, 1985.

Lam D. Demographic Variables and Income Inequality. Handbook of Population and Family Economics. Elsevier B. V., 1997.