

# РЫНОК ТОВАРОВ И УСЛУГ

## **В.П. Федоров**

канд. физ.-мат. наук, зав. лабораторией, старший научный сотрудник Санкт-Петербургского экономико-математического института РАН (СПб ЭМИ РАН)

## **Е.А. Платонова**

научный сотрудник СПб ЭМИ РАН

## **О.М. Пахомова**

главный специалист ООО «Перспектива» (Санкт-Петербург)

## **Н.В. Булычева**

старший научный сотрудник СПб ЭМИ РАН

## **МОДЕЛИ ФОРМИРОВАНИЯ СТРУКТУРЫ ЗЕМЛЕПОЛЬЗОВАНИЯ**

Территориальный рост городов, изменения в функционировании городских систем требуют обоснованности решений в ходе проектирования их развития и жизнедеятельности. Одним из путей повышения качества принимаемых решений является применение средств математического моделирования. Сложность, многообразие и взаимозависимость процессов, протекающих в городской среде на современном этапе, приводят к тому, что описание этих процессов требует больших объемов информации и разнообразных математических моделей.

Одной из основных проблем, которую необходимо решать на всех уровнях проектирования развития городской территории, является организация землепользования. Поскольку городская территория является, по существу, ограниченным ресурсом, используемым городскими функциями землепользования, то можно считать, в соответствии с идеями принципа наилучшего использования, что при одних и тех же объемах размещаемых функций тот вариант, при котором суммарная стоимость этого ресурса выше, лучше использует свойства городской среды и экономически более эффективен. Оценка экономической эффективности структуры землепользования представляется весьма привлекательным показателем для проведения сравнительного анализа при разработке вариантов развития территорий. Основным звеном вычисления такой оценки является построение прогноза размещения функций землепользования на городской территории. Дело в том, что каждая из функций землепользования стремится размещать свои объекты на наиболее удобных для себя территориях, поэтому процесс формирования структуры землепользования имеет достаточно стихийный характер. Таким образом, для построения упомянутого выше прогноза необходимо моделировать процесс «поведения» функций землепользования при выборе территорий.

Для решения такой задачи авторами разработана модель дележа городских территорий, в ходе которого каждый отдельный землепользователь, сообразно со своими предпочтениями относительно свойств местоположения участка, желает занять наиболее выгодное для него место. На одни и те же земельные участки могут претендовать одновременно несколько землепользователей, при этом каждый из участников дележа территории не может переместиться на лучшие для себя территории, если не в силах соперничать на них с экономически более сильными конкурентами и не хочет занимать худших территорий, не обеспечивающих ему должных доходов. Основным критерием при этом является представление о выгодности использования территории раз-

личными функциями, базирующееся на показателях их доходности, порождаемой годами местоположения. (В основе предлагаемого подхода лежит использование моделей тяготения, приводящих к решению специальной задачи выпуклого программирования (Брэгман, Романовский, 1976, с. 137), (Питтель, 1972, с. 1281).

Поскольку значительная часть видов деятельности в городах использует части зданий или отдельные помещения, в результате чего даже для небольших участков территории характерна многофункциональность, разработан рандомизированный вариант модели дележа, в котором для каждого из видов деятельности рассматривается вероятность его размещения на том или ином участке территории.

Таким образом, считается, что на каждом участке с некоторой вероятностью могут присутствовать любые виды землепользования. При этом чем больше свойства территории участка отвечают ее эффективному использованию каким-либо видом, тем выше предпочтение, с которым данный вид землепользования готов разместиться на его территории. При таком механизме дележа на каждом участке территории образуется «набор» видов деятельности, в котором ведущее место занимают те из них, для которых данная территория наиболее пригодна.

Нами рассмотрены две модели формирования структуры землепользования для участков городской территории. В первой, более простой модели в качестве характеристики выгодности местоположения служат показатели потенциального рентного дохода, построенные по всем участкам городской территории для каждой из функций землепользования. При этом все участки рассматриваются как условно свободные и затраты, связанные с преобразованиями при освоении участка, не учитываются. Во второй модели при построении показателей выгодности местоположения предполагается возможность замены существующего землепользования на другое, более эффективное, и связанные с этим затраты. Такой подход в большей степени отвечает реальной экономической ситуации, но требует значительно большего объема исходной информации, содержащего достаточно детальное описание существующей структуры землепользования, а также моделирования размеров затрат при преобразовании объектов недвижимости.

Рассмотрим основные блоки первой модели.

Матрица  $H = \{h_{ij}\}$  показателей потенциальной экономической эффективности использования территории всеми видами землепользования  $j$ , отражающая степень выгодности местоположения, формируется исходя из рыночных цен. Обозначим через  $s_{ij}$  размер территории, который в участке  $i$  занят видом  $j$ . Таким образом, множество чисел  $S = \{s_{ij}\}$  представляет размещение всех рассматриваемых видов землепользования на городской территории. Основным звеном построения искомого распределения является решение задачи на максимизацию функционала:

$$\sum_{i,j} s_{ij} \times \ln\left(\frac{a_{ij}}{s_{ij}}\right) \quad a_{ij} > 0, \quad (1)$$

где показатель предпочтения («тяготения»)  $a_{ij} = \exp(gm \times h_{ij})$ .

Таким образом, задача дележа участков территории между видами землепользования сводится к решению задачи выпуклого программирования на поиск максимума критерия «энтропийного» типа, отысканию  $\{s^*_{ij}\}$ , максимизирующего (1) на множестве всех возможных размещений рассматриваемых видов землепользования на городской территории, удовлетворяющих следующим ограничениям:

$$\sum_{j=1}^N s_{ij} = t_i, \quad i = 1, \dots, M; \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^M s_{ij} = B_j, \quad j = 1, \dots, N, s_{ij} \geq 0, \quad (3)$$

где  $t_i > 0$  – территория  $i$ -го участка;  $B_j > 0$  – общий размер территории, занимаемой видом деятельности  $j$  в городе. Аналогичная задача и свойства ее решения рассмат-

риваются в работе (Брэгман, Романовский, 1976). Там же показано, что общий вид решения  $s_{ij}^*$  может быть представлен следующим образом:

$$s_{ij}^* = A \times \exp(z \times a_{ij}) \times \exp(y_i^*) \times \exp(x_j^*), \quad (4)$$

где  $y_i^*$ ,  $x_j^*$  – решение задачи, двойственной к (1)–(3);  $A$  – нормирующий множитель,  $z$  – некоторый фиксированный параметр, устанавливаемый при калибровке модели.

На содержательном уровне решение задачи (1)–(3) можно интерпретировать как построение наиболее вероятного распределения видов землепользования на городской территории, учитывающего, с одной стороны, балансовые ограничения (2), а с другой стороны, представления о потенциальной полезности участков территории для различных видов деятельности  $H = \{h_{ij}\}$ . Такая структура задачи позволяет достаточно легко вводить дополнительные условия, влияющие на характер распределения, либо путем расширения множества ограничений, либо усложнением формирования элементов матрицы  $H = \{h_{ij}\}$ .

В работах (Брэгман, Романовский, 1976, с. 137), (Питтель, 1972, с. 1281) было показано, что основой распределения в задаче (1)–(3) при вероятностных априорных предпочтениях и ограничивающих условиях является принцип максимума взвешенной энтропии. Там же описан метод энтропийной балансировки, позволяющий решить задачу.

Как было указано выше, построение размещения в первой модели не учитывает информации о существующей структуре землепользования, т.е. участки территории рассматриваются как условно свободные. Вместе с тем нужно отметить, что на городской территории обычно уже имеется исторически сложившаяся определенная, достаточно устойчивая структура землепользования. Мало того, для территорий, на которых расположены памятники, историко-архитектурные ансамбли, исторические сады и парки, виды землепользования для ее значительной части можно считать практически фиксированными.

В результате в реальном дележе будет участвовать только некоторая часть территории, которая рассматривается как условно свободная, когда отсутствуют сведения о существующем землепользовании, и в задаче вида (1) используется равновероятное априорное размещение. При желании оно может быть заменено комплексным априорным предпочтением, учитывающим, например, имеющуюся информацию о фактической структуре землепользования.

Полученное распределение территорий участков под различные виды деятельности позволяет вычислить суммарный для всего участка доход. Величины платежей, соответствующих этим доходам, в этой ситуации можно рассматривать как основу для формирования экономических характеристик участка, таких как ставка земельного налога, величина выкупной цены и пр.

Рассмотрение участков территории как условно свободных существенно упрощает задачу, поскольку не требует достаточно трудоемкого сбора информации о существующем землепользовании, но зато не дает возможности учесть затраты на преобразование объектов недвижимости при замене существующих способов использования на другие более эффективные. В случае когда эти затраты невелики или идет освоение новых территорий, такой подход представляется естественным. Вместе с тем смена видов землепользования на значительной части городской территории является отражением экономического развития различных видов городской деятельности, а преобразования объектов недвижимости в ходе этого развития могут быть весьма существенными и требовать значительных затрат времени и средств.

Таким образом, ориентируясь на будущую доходность видов деятельности от занятия той или иной территории, необходимо рассматривать не только доходность существующей функции землепользования, но и возможность вытеснения ее другой функцией, которая более эффективно реализует потенциал местоположения, что позволяет выявить территории, обладающие высоким инвестиционным потенциалом. Построение показателя полезности территории, учитывающего затраты на смену функций, в большей степени отвечает реальной экономической ситуации. При определении этой стоимости должен учитываться весь инвестиционный процесс, направленный на преобразование территории для более эффективного ее использования и дальнейшей эксплуатации в новом качестве.

Для реализации такого подхода была разработана вторая модель прогноза структуры землепользования, в которой в качестве принципиальной схемы соизмерения затрат и доходов при преобразовании объектов недвижимости была выбрана методология анализа эффективности инвестиционных проектов. Недвижимая собственность, как и многие другие виды объектов, привлекает инвестиции возможностью обеспечения периодического дохода и возрастания стоимости объекта. Задачей оценки инвестиционного проекта является определение степени реальности последнего, при этом должны учитываться факторы, от которых зависит сложность оценки инвестиционных проектов:

- инвестиционные расходы могут осуществляться либо разово, либо на протяжении достаточно длительного периода времени;
- длительность процесса получения результатов от реализации проектов приводит к росту неопределенности при оценке всех аспектов инвестиций и риску ошибок.

Оценка инвестиционного проекта предполагает определение затрат и доходов проекта в каждый период его реализации и вычисление его чистой текущей стоимости как суммы дисконтированных данных денежных потоков (отрицательных и положительных). Для реализации такого подхода требуется описать «сценарии» преобразования одной функции землепользования в другую для всех пар функций. При этом рассматриваются затраты на покупку объекта исходной функции, состав затрат на реконструкцию, время, требующееся для реконструкции и т.п. Так, при преобразовании жилой функции в функцию «встроенная торговля» происходит выкуп жилья, перепланировка и отделка помещения с последующей (предполагается, доходной) эксплуатацией. При преобразовании функции «промышленность» в жилье в состав затрат по реконструкции может входить снос строений и санация территории.

Затраты на покупку объекта функции, претендента на вытеснение в каждом территориальном элементе, определяются ценами рынка недвижимости (цены продажи, ставки арендной платы, в последнем случае переход к величине стоимости объекта может быть осуществлен с использованием показателя валового рентного мультипликатора, заданного для каждой такой функции). Размер доходной составляющей проекта преобразования может, в частности, определяться для каждого элемента территории на основе показателей потенциальной полезности функции–претендента на занятие территории.

Важным моментом в идеологии оценки инвестиционных проектов является учет времени. При этом требуется учет как периода осуществления затрат, так и периода получения доходов. В рассматриваемой ситуации период осуществления затрат связан с парой участвующих в смене функций. Период получения доходов определяется сроком будущей экономической жизни объекта замещающей функции. Этот срок зависит как от скорости физического устаревания объекта (у ларька срок существенно меньше, чем у магазина), так и от скорости его морального устаревания (смены требований к технологии, планировке и т.п.).

На основе перечисленных данных для каждой функции землепользования может быть вычислена текущая стоимость доходов, связанных с размещением ее на месте другой функции, что позволит перейти от показателей потенциальной полезности участков территории к величинам стоимости таких преобразований (Пахомова, Платонова, 2003).

Выражение для текущей стоимости проекта преобразования объекта недвижимости имеет вид

$$V_{ijk} = -c_{ji} - \sum_{m=1}^t p_{jkm} (1+r_k)^{t-m} + \sum_{n=1}^{T_k} \frac{d_{kin}}{(1+r_k)^n} + \frac{u_{ik}}{\sum_{n=1}^{T_i} (1+r_k)^n}, \quad (1)$$

где  $r_k$  – текущая стоимость преобразования объекта функции  $j$  в объект функции  $k$  в  $i$ -й территориальной единице, естественно, что чем выше этот показатель, тем более привлекательным с экономической точки зрения является такая смена землепользования;  $c_{ji}$  – стоимость объекта функции  $j$  (претендента на вытеснение) в  $i$ -й территориальной единице;  $c_{ji}$  – затраты на преобразование объекта  $j$  в объект  $k$  в период времени  $m$ ;  $r_k$  – норма отдачи на капитал (ставка дисконтирования) для функции  $k$ ;  $t$  – время, требующееся для проведения преобразования;  $d_{kin}$  – доход от эксплуатации объекта функции  $k$  в период  $n$  в  $i$ -й территориальной единице;  $u_{ik}$  – стоимость объекта функции  $k$  в  $i$ -й территориальной единице в момент окончания эксплуатации объекта (так называемая остаточная стоимость объекта);  $T$  – срок реализации инвестиционного проекта.

Учет вычисленных текущих стоимостей будущих доходов в задаче формирования эффективной структуры землепользования требует другой постановки задачи, так как значение показателя полезности зависит от двух видов землепользования – существующего и его замещающего. Общую схему такой задачи можно описать следующим образом. Пусть у нас имеется некоторая структура землепользования, формальное представление которой можно взять из предыдущей версии модели. То есть будем считать, что территория города покрыта системой территориальных единиц (например, кварталов базисного плана) и для каждой такой единицы  $i$  известен функциональный баланс  $t_{ij}$  (размеры фрагментов территории  $i$ -й единицы занятых разными функциями землепользования  $j$ ). Суммы этих величин по второму индексу равны площадям территориальных единиц, а суммы по первому индексу соответствуют общегородскому функциональному балансу.

Для каждого из фрагментов ( $ij$ ) и для всех функций землепользования  $k$  можно вычислить удельную стоимость будущих доходов  $V_{ij}^k$  – характеризующую выгодность замещения функции землепользования  $j$  функцией  $k$  в квартале  $i$ . Далее в соответствии с идеями «гравитационного» моделирования решается задача дележа (в данном случае уместнее сказать передележа) указанных фрагментов территории между функциями землепользования, в результате которого формируется новая, более эффективная структура землепользования.

Процесс такого дележа моделирует несколько реальных явлений – передислокацию уже имеющихся объектов функций землепользования на более выгодные территории, а также возникновение и размещение новых объектов для одних функций и исчезновение имеющихся объектов для других, вызванные изменениями в структуре общегородского функционального баланса. При модельных расчетах на отдаленную перспективу нужно иметь в виду, что такие изменения могут быть весьма значительными и для учета этого обстоятельства (при увеличении суммарного объема функций) необходимо присоединять к существующей структуре землепользования дополнительные территории (с характеристиками их местоположения), которые в будущем должны обеспечить реализацию нового функционального баланса.

Таким образом, для перераспределения территории участка, занимаемого видом деятельности  $j$ , между всеми видами деятельности решается задача выпуклого программирования на поиск максимума критерия «энтропийного» типа:

$$\sum_{i,j,k>0} s_{ijk} \times \ln\left(\frac{a_{ijk}}{s_{ijk}}\right) \quad a_{ijk} > 0, \quad (6)$$

где  $s_{ijk}$  – размер территории участка  $i$ , занятой видом деятельности  $k$ ;  $a_{ijk}$  – априорные предпочтения, в качестве которых берется  $\exp(gm^*V_{ijk})$ .

Задачей является отыскание  $\{s_{ijk}^*\}$ , максимизирующего (6) на множестве всех возможных размещений рассматриваемых видов деятельности на территории участка, удовлетворяющих следующим ограничениям:

$$\sum_{k=1}^N s_{ijk} = t_{ij} \quad i=1, \dots, M \quad j=1, \dots, N; \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^N t_{ij} = g_i \quad i=1, \dots, M; \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^N s_{ijk} = B_j \quad j=1, \dots, N, \quad s_{ijk} \geq 0; \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^M g_i = \sum_{j=1}^N B_j = D, \quad (10)$$

где  $t_{ij} > 0$  – территория  $i$ -го участка ( $g_i$  – его площадь), занимаемая видом деятельности  $j$ ;  $B_j > 0$  – общий размер территории, занимаемой видом деятельности  $j$ , пред-



ставляющий собой функциональный баланс территории города в определенный момент времени;  $D$  – площадь территории города.

Вычислительный алгоритм получения решения поставленной задачи, как и ранее описанной, состоит из итеративного вычисления значений двойственных переменных, соответствующих ограничениям (7)–(10).

Такой подход к моделированию экономики землепользования открывает возможности объединения в рамках общей постановки задач, связанных с размещением функций землепользования на городской территории, размещением капиталовложений в отдельных отраслях и изменением функционального баланса территорий, что актуально при разработке долгосрочных планов развития города, формировании правил (регламентов) освоения городских земель, учитывающих особенности функционирования рынка недвижимости. Решение таких задач необходимо при рассмотрении различных вариантов возможных изменений городской среды, связанных с проведением крупных градостроительных мероприятий, реализацией различных проектов, стратегических планов и т.п. Обоснованный выбор варианта крупных градостроительных решений является многоплановой задачей (экономический эффект, градостроительный эффект, социальный эффект, бюджетная эффективность и т.д.) и требует комплексного подхода. Совокупная рыночная стоимость городских земель представляется хорошим индикатором эффективного использования территории и тем самым оказывается достаточно удобным и универсальным инструментом при проведении сравнительного анализа принимаемых градостроительных мероприятий.

Характерным примером таких планов служит разработанный недавно в Санкт-Петербурге генеральный план. Сделанный в нем анализ тенденций изменений в структуре экономики города учитывает увеличение доли услуг в коммерческо-деловой сфере, сфере обслуживания, информации, связи, туризма, а следовательно, необходимости преобразования существующих способов использования городской территории в новые, перспективные виды.

Кроме того, массовая оценка и переоценка объектов недвижимости для целей налогообложения во всех странах представляет собой достаточно трудоемкую и сложную процедуру, которую пытаются в последние годы автоматизировать на основе применения современных информационных технологий, добиваясь надежности работы регистрационной системы, системы рыночного мониторинга, использования в оценке более тонких методов математического моделирования.

К настоящему времени в Российской Федерации (в основном в крупных городах) уже существует определенный положительный опыт разработки методик массовой оценки недвижимости. Начало этому положил Закон «О плате за землю», которым вводилось платное землепользование в нашей стране. Первые опыты установления ставок земельного налога производились при полном отсутствии рынка недвижимости. Необходимость дифференциации установленной Законом средней ставки земельного налога по территории городов и регионов дала толчок разработке методик массовой оценки (Федоров, Булычева, Пахомова, 2000, с. 216; Федоров, Пахомова, Булычева, 2000, с. 37).

### Источники

*Брэгман Л.М., Романовский И.В.* Разверстка и оптимизация в задачах распределения // Исследование операций и статистическое моделирование. Л., 1976. Вып. 3. С. 137–162.

*Пахомова О.М., Платонова Е.А.* Формирование рыночно обоснованных показателей эффективности использования городских территорий (на примере С.-Петербурга) // Экономико-математические исследования: математические модели и информационные технологии. СПб., 2003. Вып. 3. С. 95–103.

*Питтель Б.Г.* Случайное размещение с ограничениями и принцип взвешенной энтропии // Доклады АН СССР. 1972. Т. 207. № 6. С. 1281–1283.

*Федоров В.П., Булычева Н.В., Пахомова О.М.* Математическая модель массовой экономической оценки городской территории // Экономико-математические исследования: математические модели и информационные технологии. СПб., 2000. Вып. 1. С. 216–227.

*Федоров В.П., Пахомова О.М., Булычева Н.В.* Моделирование рыночной стоимости земельного участка методом массовой оценки территории // Экономика Северо-Запада: проблемы и перспективы развития. 2000. № 4. С. 37–42.