

А. А. Епифанцева

аспирант кафедры экономической кибернетики Санкт-Петербургского государственного университета

АНАЛИЗ ВЗАИМООТНОШЕНИЙ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СУБЪЕКТОВ В СФЕРЕ ЛИЗИНГА С ПРИМЕНЕНИЕМ МЕТОДОВ ТЕОРИИ КООПЕРАТИВНЫХ ИГР

Введение

В рамках текущей стратегии развития экономики в России одним из ключевых направлений является реальный сектор. Решение системы задач его развития предполагает осуществление комплексной трансформации и модернизации, внедрения инновационных технологий и подходов, реструктуризацию как производственных циклов, так и систем управления. Среди прочего должна быть усовершенствована структура привлечения инвестиций, в том числе банковского финансирования. В настоящее время в число наиболее эффективных и перспективных инструментов привлечения средств в бизнес, безусловно, входит финансовый лизинг. Несмотря на свою относительно недолгую историю существования в России, начинающуюся с 1990-х гг. (постановление Правительства РФ от 21 июля 1997 г.; Федеральный закон РФ от 8 февраля 1998 г.), он убедительно доказал, что отвечает современным экономическим вызовам и во многих ситуациях оказывается безальтернативным средством решения задач модернизации основных фондов предприятий. Именно поэтому проблематика и закономерности развития отношений финансового лизинга вызывают столь пристальное внимание специалистов, проводящих научные и научно-практические исследования в самых разнообразных областях экономики.

Широко известный исторический пример использования инструмента, обладающего рядом характеристик современного лизинга, относится к периоду Второй мировой войны. Разработанная и реализуемая США в годы войны программа поставок военной и гражданской техники, продовольствия и сырья в страны антигитлеровской коалиции получила название «ленд-лиз». В соответствии с данной программой американское правительство получало возможность поддерживать любую страну, чья оборона расценивалась как чрезвычайно важная для стабильности и безопасности самих Штатов. Закон о ленд-лизе (Lend Lease Act) был принят конгрессом 11 марта 1941 г. Существенным условием данной системы являлось освобождение от оплаты всего использованного или уничтоженного во время войны имущества и продуктов. Тем не менее предметы, поставленные по ленд-лизу и сохранившиеся после окончания войны, должны были быть оплачены в полной мере или частично с использованием предоставленных США долгосрочных кредитов либо возвращены в случае возникновения соответствующего требования со стороны Штатов.

В целом за период действия программы поставки по ленд-лизу охватили 42 страны, в том числе Великобританию, СССР, Китай, Австрию, Бельгию, Нидерланды, Новую Зеландию и др. Стоимость суммарных поставок по ленд-лизу

составила около 50 млрд руб., из которых 31,4 млрд долл. были отправлены в Великобританию, 11,3 млрд долл. — в СССР, 3,2 млрд долл. — во Францию и 1,6 млрд долл. — в Китай.

Погашение обратных платежей за использованное в рамках ленд-лиза оборудование растянулось до настоящего момента. Так, общая сумма, подлежащая уплате со стороны Великобритании, составила 4,33 млрд долл., при этом завершающий платеж, равный 83,25 млрд руб., был осуществлен лишь 29 декабря 2006 г. Долг Китая по ленд-лизу на сумму 180 млн долл. так и не был погашен. Платежи по ленд-лизу во Франции были заменены рядом торговых преференций в отношении США. Обязательства СССР по оценке 1947 г. были определены на уровне 2,6 млрд долл., в 1948 г. были понижены до 1,3 млрд долл. Однако СССР данные требования не принял и производить платежи отказался. Аналогичный ответ получили и вновь пониженные в 1951 г. требования выплатить 800 млн долл. Взаимное соглашение о погашении ленд-лиза было достигнуто лишь в 1972 г. Согласно ему, сумма долга, подлежащая оплате до 2001 г., составила 722 млн долл. После этого с советской стороны было осуществлено лишь два платежа на сумму 48 млн долл. Основной причиной прекращения платежей стала принятая американской стороной поправка Джексона—Вэника. Новый виток договоров об оплате ленд-лиза наступил в 1990 г. В рамках достигнутых в тот период соглашений сумма долга была определена на уровне 674 млн долл. с конечным сроком оплаты в 2030 г.

Несомненно, содержательные и конструктивные современные исследования в сфере лизинга, предполагающие количественный анализ его закономерностей, невозможны без привлечения математического аппарата. В данной работе основное внимание уделено вопросам исследования закономерностей отношений, возникающих между субъектами лизинговых сделок, с использованием аппарата современной теории кооперативных игр.

Общие положения, задачи исследования отношений финансового лизинга

Рассмотрим финансовый лизинг как способ привлечения заемного финансирования с точки зрения его достоинств и недостатков. Согласно Федеральному закону РФ № 164-ФЗ «О лизинге», под лизингом понимается совокупность экономических и правовых отношений. В соответствии с договором лизинга арендодатель (лизингодатель) обязуется приобрести в собственность указанное арендатором (лизингополучателем) имущество у определенного им продавца и предоставить лизингополучателю это имущество за плату во временное владение и пользование. Выбор продавца и приобретаемого имущества осуществляется лизингополучателем. Традиционно клиенты обращаются в лизинговые компании с тем, чтобы упростить процесс приобретения имущества за счет заемных средств, так как лизинговая компания берет на себя обязательства по получению банковского кредита и приобретению имущества. Лизинговая компания обладает возможностью структурирования сделки на комфортных для клиента условиях. При заключении сделки могут быть учтены индивидуальные особенности бизнеса клиента (например, его институциональная принадлежность, потребности по длине и стоимости денежных ресурсов, корпоративные возможности клиента по предоставлению обеспечений в виде поручительств и дополнительных залогов имущества или имущественных прав).

Описанная схема приобретения имущества с помощью лизинговой компании ведет к ускорению процессов получения финансирования. Повышает его качество и степень соответствия потребностям клиента. Дополнительно перед клиентом

открываются широкие возможности оптимизации выплат по налогу на прибыль за счет ускоренной амортизации при лизинге. При этом по сравнению с прямым кредитованием в случае использования лизинга клиент увеличивает затраты на некую добавленную стоимость, формируемую на балансе лизинговой компании, как плату за финансовый сервис, а также на НДС, который подлежит возмещению, но в моменте времени сокращает уровень ликвидности компании, хотя с точки зрения денежного потока лизинг при низкой добавленной стоимости в целом по периоду выгоднее.

Рассмотрим сделку по приобретению имущества. Предпосылками такой сделки является необходимость компании в увеличении количества основных фондов или их модернизации для решения определенной производственной задачи. Компания выбирает поставщика оборудования, оценивая такие критерии, как цена, срок поставки, возможность доставки до места эксплуатации, надежность, гарантия. У компании также есть возможность выбора способа приобретения: за собственные средства, в кредит или в лизинг.

Опишем эти опции подробнее. Приобретая имущество за собственные средства, клиент вынужден одновременно изъять из оборота компании сумму денежных средств, равную стоимости имущества, потеряв при этом доходность, равную рентабельности задействованного капитала. При этом если срок поставки имущества длительный, то компания не получает добавленный доход от внедрения нового имущества до факта поставки. Используя кредитные инструменты, компания платит проценты банку за использование кредитных ресурсов; это выгодно компании в том случае, если ставка по кредиту ниже рентабельности задействованного капитала.

Структурируя приобретение имущества через лизинг (Харитоновна, 2002), к затратам компании принимается лизинговый платеж в полном объеме, который включает в себя основной долг, проценты, маржу лизинговой компании, а также факультативно страховку, транспортный налог (где применимо) (Вишняков, Коныховский, 1999). Преимущество лизинга с экономической точки зрения состоит в том, что лизинговый платеж в полном объеме относится на затраты в период его уплаты (Баканов, 2003). Поскольку лизинговые компании имеют право применять ускоренный коэффициент амортизации, за срок лизинга можно амортизировать имущество полностью и в конце срока договора передать на баланс клиента по нулевой стоимости. Этот же факт позволяет клиенту экономить на налоге на прибыль в случае лизинга (Бернштейн, 2003), в отличие от кредитной схемы, так как при кредите амортизация начисляется линейно и, соответственно, в сравнимых периодах при кредитной схеме к затратам принимается лишь треть стоимости имущества. Важно отметить, что лизинговая компания, участвуя в схеме как посредник между клиентом и кредитором и упрощая процедуру взаимодействия клиента с кредитором, в частных случаях является факультативным участником цепи, не создавая никакого материального блага.

Отмеченные выше тенденции, определяющие возрастание значимости методов управления лизинговыми отношениями, накладывают новые, более жесткие требования к качественному уровню принимаемых решений. Это, в свою очередь, является веским аргументом в пользу расширения спектра экономико-математических средств и инструментов, используемых при выработке данных решений.

Безусловно, задачи, возникающие в сфере лизинговых отношений, имеют весьма разнообразную и различную природу, что предопределило разнообразие математического аппарата, который может быть полезен применительно к данной предметной области. С одной стороны, это могут быть ставшие «почти

классическими» оптимизационные методы (Конюховский, 2008), с другой — более чем востребованными могут оказаться эконометрические модели (Кремер, Путко, 2003). При условиях определенной адаптации несомненно перспективными и привлекательными выглядят модели, основанные на аппарате финансовой математики (Baxter, Andrew, 2001), либо модели стохастической динамики финансовых ресурсов и финансовой фирмы (Вишняков, Конюховский, 1999). Наконец, это могут быть задачи, связанные с анализом влияния макроэкономической среды в целом на сферу лизинговых отношений.

В системе взаимоотношений «клиент — поставщик — банк» мы достаточно явно сталкиваемся с «классической» ситуацией принятия решений в условиях неопределенности, порождаемой конфликтом интересов. Действительно, целью клиента является поиск такой формы приобретения имущества, которая минимизирует его затраты, в то же время поставщик стремится к такой реализации товара, которая бы принесла максимальный доход. Соответственно, кредитор решает задачу максимизации доходности капитала.

Эффективным инструментом для принятия решений в подобных условиях являются методы современной теории игр (Васин, 2005; Васильев, Катирин, Лепе, 1999). Следует обратить внимание на то, что для решения задач, возникающих в сфере лизинга, могут быть использованы весьма разнообразные теоретико-игровые модели. В частности, исходные математические построения, описывающие лизинговые отношения, могут основываться на простейших статических некооперативных играх с полной информацией (Kuhn, Tucker, 1950). В более продвинутых ситуациях полезными могут оказаться так называемые игры сотрудничества (Конюховский, Малова, 2012).

В данном случае фокус рассмотрения будет сосредоточен на вопросах применения к анализу лизинговых отношений математических моделей, основывающихся на кооперативных играх с трансферабельной полезностью (Печерский, Яновская, 2004; Печерский, Беляева, 2001). Принципиальное достоинство моделей данного класса заключено в их ориентированности на выявление закономерностей и эффектов, порождаемых в процессе объединения в коалиции потенциальных участников, вовлекаемых в процесс лизингового кредитования: поставщика, компании (клиента) и кредитора (банка). При этом гипотеза о трансферабельности полезностей в данном контексте представляется вполне реалистичной, поскольку каждый из перечисленных участников (игроков) оценивает свою полезность (дополнительные преимущества от создания коалиций) в однородных и сопоставимых денежных единицах.

Отдавая предпочтение кооперативным играм как инструменту моделирования, мы прежде всего руководствуемся приоритетом тех задач исследования, которые связаны с взаимодействием участников лизинговых отношений в рамках потенциальных коалиций. Строго говоря, эффект от объединений участников «лизинговой игры», даже будучи выраженным в денежной форме, не обладает в полной мере свойством трансферабельности. В зависимости от перераспределения одна и та же сумма может иметь различную значимость (ценность, полезность) для различных субъектов. Однако по соображениям конструктивного и технологического плана, принимая во внимание существенно более высокий уровень сложности игр с не-трансферабельной полезностью, мы примем предпосылку о трансферабельности полезностей игроков в нашей модели.

Можно предвидеть возможные вопросы, касающиеся целесообразности применения столь непростых математических методов в данной сфере. Действительно, будут ли они доступны для «практических специалистов», привыкших

к иным формам описания лизинговой проблематики? Соглашаясь в определенной мере с подобными возражениями, одновременно нельзя и не отметить, что при моделировании лизинговых схем мы по существу сталкиваемся с комплексом непропорциональных и скачкообразных эффектов в изменении полезностей их участников, возникающих в зависимости от конфигураций их объединений. С этой точки зрения язык теории кооперативных игр и кооперативные теоретико-игровые модели становятся практически безальтернативным инструментом моделирования.

Кооперативная теоретико-игровая модель лизинговой деятельности (КТИМЛ)

«Классическая» кооперативная игра с трансферабельной полезностью задается множеством игроков I и характеристической функцией v . Напомним, что в теории кооперативных игр характеристической называется функция, которая каждой возможной коалиции $S \subset I$ ставит в соответствие некоторую величину $v(S)$, трактуемую как полезность, которую данная коалиция может получить самостоятельно.

Дележом в кооперативной игре (I, v) называется вектор $x = (x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$, удовлетворяющий условиям:

а) индивидуальной рациональности:

$$x_i \geq v(\{i\}), \quad i \in \{1..n\} \quad (1)$$

б) групповой рациональности:

$$x(\{i\}) = v(\{I\}) \quad (2)$$

где $n = |I|$ — число игроков.

Векторы, удовлетворяющие только условию (2), называют преддележами.

Компоненты вектора x определяют полезности, которые дележ предписывает каждому из игроков. В рассматриваемой нами кооперативной теоретико-игровой модели лизинговой деятельности это доли участников в общем доходе коалиции, образуемом клиентом, банком и поставщиком.

В соответствии с условием (1) каждый из игроков в результате распределения полезности (дохода) полной коалиции должен получить полезность, не меньшую, чем та, которую он может получить без вступления в какие-либо коалиции.

Условие (2) — групповая рациональность — означает, что выигрыш полной коалиции должен быть распределен полностью между ее участниками.

В теоретико-игровом подходе к анализу экономических взаимосвязей построение характеристической функции является одной из основных задач. Однако в силу необходимости учета значимого количества факторов задача не является тривиальной, а характеристическая функция не всегда может быть однозначно определена. Данная проблема, как правило, выносится за рамки работ, посвященных математическим аспектам теории игр. Однако она является ключевой с точки зрения конкретных экономических приложений теоретико-игровых моделей. Мы считаем, что в случае теоретико-игровой модели лизинговой деятельности задача конструирования характеристической функции может быть решена путем применения принципов фиксирования основных финансовых показателей игроков и анализа вариантов взаимодействия с альтернативными участниками.

В качестве основных факторов, которые учитываются при построении характеристической функции, мы рассматриваем кредитные ставки, рентабельность бизнеса клиента, доходность поставщика, действующие ставки по налогообложению (налог на прибыль и налог на добавленную стоимость).

Следует отметить, что при этом мы абстрагируемся от таких факторов, как инфляция, стоимость привлечения денежных средств в валюте, отличной от валюты Российской Федерации, под более низкий процент, стоимость аренды и операционного лизинга имущества на срок, равный производственному циклу бизнеса клиента и меньший, чем срок действия договора финансового лизинга.

Это, несомненно, вносит определенные искажения в выводы, которые могут быть получены на основе анализа предлагаемой модели. Однако на начальном этапе исследований данные недостатки могут расцениваться как неизбежные сложности, объективно присущие стартовым этапам любых научных исследований.

С нашей точки зрения модели данного класса имеют высокий потенциал для последующего развития и усовершенствований. В частности, плодотворными и перспективными выглядят направления, связанные с выявлением влияния на структуру решений игр, лежащих в основе моделей, модификаций, вносимых в характеристические функции. Именно подобные модификации являются принципиальным средством устранения проблем, связанных с уровнем адекватности моделей.

Введем в рассмотрение исходную (упрощенную) *кооперативную теоретико-игровую модель лизинговой сделки* (КТИЛС). В ее основе лежит кооперативная игра с трансферабельной полезностью и тремя игроками. Будем полагать, что:

- игрок 1 — клиент, обладающий необходимостью приобретения оборудования;
- игрок 2 — банк, предоставляющий финансирование для покупки оборудования;
- игрок 3 — поставщик оборудования.

Данный подход к моделированию лизинговой сделки предполагает вынесение лизинговой компании за рамки множества игроков и рассмотрение ее в качестве некоторого внешнего фактора, вмешательство которого может быть целесообразно и обоснованно при определенных условиях. Более того, анализ взаимоотношений между возможными конфигурациями коалиций игроков (клиент — банк — поставщик) позволяет получить количественные параметры данных условий.

При построении характеристической функции игры мы будем принимать во внимание следующие факторы.

Остановимся более подробно на процедурах, связанных с построением характеристической функции игры. При ее конструировании нам необходимо принять во внимание следующие факторы:

- x — стоимость имущества;
- 15% годовых — ставка по кредиту;
- 10% годовых — стоимость банковских пассивов;
- 3% годовых — ставка лизинговой маржи (начисляется так же, как и банковская);
- 25% — рентабельность задействованного капитала клиента;
- 50% — добавленная стоимость у поставщика;
- 60 месяцев — срок полезного использования имущества;
- 20% — ставка налога на прибыль;
- 18% — НДС;
- 10% — скидка поставщика для лизинговой компании;
- 6 месяцев — максимальное количество месяцев простоя техники на складе у поставщика, оборачиваемость денежных средств у клиента.

В случае обращения участников к альтернативным возможностям стоимостные показатели будут иметь следующий вид:

- 16% — ставка по альтернативному кредиту;
- $1,05x$ — стоимость у альтернативного поставщика.

Очевидно, что необходимым условием получения корректных результатов является сопоставление полезностей игроков на сопоставимых временных интервалах. В данном случае мы ограничимся рассмотрением периода, равного шести месяцам.

Объективные реалии сферы лизинга таковы, что в них крайне затруднительно «точечно» оценить полезности как отдельных участников, так и их объединений. Достаточно более адекватной выглядит интервальная оценка. Мы не можем игнорировать данные соображения в процессе построения характеристической функции. Рассмотрим его более подробно.

Если игроки не объединяются в коалиции и действуют поодиночке, то их платежи (полезности) с учетом ранее принятых предпосылок будут определяться исходя из следующих соображений.

Для игрока 1 существуют три ключевые тактики.

В случае если клиент не приобретает имущество, его полезность будет равна:

$$v_1(\{1\}) = 0.$$

Если клиент приобретает имущество за собственный счет у альтернативного поставщика:

$$v_2(\{1\}) = -0,25x + \frac{1,05x \cdot 0,2 \cdot 6}{1,18 \cdot 60} = -0,25x + \frac{1,05x}{59} \approx -0,23x.$$

Вместо того чтобы вложить деньги в оборотные средства компании, клиент отвлекает средства и покупает на них имущество, тем самым теряет свою рентабельность в полном объеме; при этом имеет экономию по налогу на прибыль. (Сама по себе она не показательна, но на примере с четырьмя игроками при взаимодействии с лизинговой компанией будет выше, чем без такого взаимодействия. Экономия налога на прибыль рассчитывается как 20% от начисляемой за шесть месяцев амортизации оборудования, при этом амортизация равна стоимости имущества без НДС, деленной на срок полезного использования.)

Если клиент покупает имущество у альтернативного поставщика за счет привлечения кредита в альтернативном банке:

$$v_3(\{1\}) = 0,25x + \frac{1,05x \cdot 0,2 \cdot 6}{1,18 \cdot 60} - \frac{0,16x \cdot 6}{12} \approx 0,19x.$$

Интервал изменения полезности игрока 1 может быть оценен в пределах от наименьшего значения:

$$v_{Lo}(\{1\}) = -0,23x$$

до наибольшего:

$$v_{Up}(\{1\}) = 0,19x.$$

Для игрока 2 возможны четыре ключевые тактики.

Если у банка нет никакой активности, нет изменений ни структуры активов, ни структуры пассивов:

$$v_1(\{2\}) = 0.$$

Если банк увеличил пассивы, но не выдал кредит, у банка возникает только расходная часть по выплате дохода по депозиту:

$$v_2(\{2\}) = \frac{-0,1x \cdot 6}{12 \cdot 1,5} \approx -0,03x.$$

Заметим, что банк привлекает депозит не в сумме, равной стоимости имущества для клиента, а в сумме, равной себестоимости имущества, которую затрачивает поставщик при производстве и (или) приобретении имущества для последующей перепродажи.

Если банк привлек деньги в депозит и разместил их в кредит альтернативному поставщику, то его полезность будет иметь вид:

$$v_3(\{2\}) = 1,05 \cdot \left(\frac{-0,1x \cdot 6}{12 \cdot 1,5} + \frac{0,15x \cdot 6}{12 \cdot 1,5} \right) \approx 0,02x.$$

Если, наконец, банк привлек деньги и разместил их альтернативному клиенту, то:

$$v_4(\{2\}) = 1,05 \cdot \left(\frac{-0,1x \cdot 6}{12} + \frac{0,15x \cdot 6}{12} \right) \approx 0,026x.$$

Интервал изменения полезности игрока 2 может быть оценен в пределах от наименьшего значения:

$$v_{Lo}(\{2\}) = -0,03x$$

до наибольшего:

$$v_{Up}(\{2\}) = -0,026x.$$

Для игрока 3 также можно выделить четыре «принципиальные» тактики поведения.

Если поставщик не закупил имущество для последующей перепродажи, его полезность может быть оценена как нулевая или как упущенная выгода, остановимся на варианте без упущенной выгоды:

$$v_1(\{3\}) = 0.$$

Если поставщик закупил имущество, прокредитовавшись в альтернативном банке, но никому не продал, его полезность имеет вид:

$$v_2(\{3\}) = \frac{0,16x \cdot 6}{12 \cdot 1,5} = -0,053x.$$

Если поставщик закупил имущество, прокредитовавшись в альтернативном банке и продал его через шесть месяцев, его полезность имеет вид:

$$v_3(\{3\}) = \frac{0,16x \cdot 6}{12 \cdot 1,5} + 0,5x = 0,447x.$$

Если поставщик взял у альтернативного клиента аванс и продал ему имущество:

$$v_4(\{3\}) = 0,5x.$$

Интервал изменения полезности игрока 3 может быть оценен в пределах от наименьшего значения:

$$v_{Lo}(\{3\}) = -0,053x$$

до наибольшего:

$$v_{Up}(\{3\}) = 0,5x$$

Далее рассмотрим возможности объединения игроков в коалиции и те полезности, которые будут этим коалициям соответствовать.

В случае объединения клиента и банка их агрегированная полезность будет иметь вид:

$$v(\{1; 2\}) = 0,25x + \frac{x \cdot 0,2 \cdot 6}{1,18 \cdot 60} - \frac{0,15x \cdot 6}{12} + \frac{-0,1x \cdot 6}{12} + \frac{0,15x \cdot 6}{12} \approx 0,22x.$$

При этом клиент покупает имущество не за собственный счет, а за счет кредитных средств, не изымает деньги из оборотных средств, экономит по налогу на прибыль, платит банку проценты; банк получает свой доход.

Если объединились клиент и поставщик, то клиент покупает у поставщика имущество, но не кредитруется в банке:

$$v(\{1; 3\}) = -0,23x + 0,5x = 0,27x.$$

Если объединились игроки 2 и 3, то:

$$v(\{2; 3\}) = 0,25x + 0,5x = 0,75x.$$

В случае полной коалиции:

$$v(\{1; 2; 3\}) = 0,25x + 0,5x + 0,195x = 0,945x.$$

Результаты построения характеристической функции представлены в табл. 1.

Таблица 1

Характеристическая функция для теоретико-игровой модели лизинговой деятельности (КТИМЛ)

Коалиция, S	Lo	Up	$\sigma(\{S\})$	$v(S)$
{1}	- 0,250	0,190	0,073	- 0,030
{2}	- 0,030	0,026	0,009	- 0,002
{3}	- 0,053	0,500	0,092	0,224
{1; 2}			0,020	0,220
{1; 3}			0,020	0,270
{2; 3}			0,020	0,750
{1; 2; 3}			0,010	0,945

В дальнейшем условимся построенную нами математическую модель называть кооперативной теоретико-игровой моделью лизинговой деятельности (КТИМЛ).

Методы анализа КТИМЛ, основывающиеся на классических концепциях решения кооперативных игр

Принципиальный этап построения методик эксплуатации КТИМЛ связан с определением конкретной концепции решения базовой кооперативной игры, на основе которой будет проводиться последующий анализ коалиционного поведения участников (клиента, банка, поставщика).

Среди наиболее известных классических концепций решения могут быть названы вектор Шепли, C -ядро, N -ядро, K -ядро, переговорное множество. Остановимся на ряде аспектов, связанных с применением концепции C -ядра к анализу КТИМЛ.

Напомним, что C -ядром называется множество недоминируемых дележей, т. е. множество дележей, удовлетворяющих условиям:

$$C(v) = \{x \in R^n \mid x(I) = v(I), x(S) \geq v(S) \forall S \subset I\}. \quad (3)$$

В определении C -ядра (3) к условиям (1) и (2) добавляются так называемые условия коалиционной рациональности:

$$x(\{S\}) = \sum_{i \in S} x_i \geq v(\{S\}). \quad (4)$$

В силу простоты рассматриваемой кооперативной игры (количество игроков равно трем) множество дележей в ней, а также C -ядро может быть построена геометрическая интерпретация. Она представлена на рис. Подчеркнем, что точки плоскости на рис. соответствуют векторам трехмерного пространства, лежащим на плоскости групповой рациональности:

$$x(\{I\}) = x_1 + x_2 + x_3 = v(\{I\}) = 0,945. \quad (5)$$

Графическая визуализация множеств дележей и преддележей представлена на рис. (на нем показана плоскость групповой рациональности и принадлежащие к ней множества, удовлетворяющие условиям индивидуальной и коалиционной рациональности).

Множеству дележей соответствует плоскость в трехмерном пространстве, пересекающая координатные оси в точках $(-0,030; -0,002; 0,978)$, $(0,724; -0,002; 0,223)$, $(-0,030; 0,752; 0,223)$.

Каждый игрок по отдельности зарабатывает ту полезность, которая соответствует его стратегии без коалиции, следовательно, дележи должны давать игроку больше такой полезности. Таким образом, условия индивидуальной рациональности имеют вид:

$$x_1 \geq -0,03; \quad (6)$$

$$x_2 \geq -0,02; \quad (7)$$

$$x_3 \geq 0,223. \quad (8)$$

Множество точек, лежащих на плоскости (5), является предделами в данной игре. Для получения C -ядра необходимо учесть ограничения на возможности коалиции, а именно:

$$x(\{1; 2\}) = x_1 + x_2 \geq v(\{1; 2\}) = 0,220; \quad (9)$$

$$x(\{1; 3\}) = x_1 + x_3 \geq v(\{1; 3\}) = 0,270; \quad (10)$$

$$x(\{2; 3\}) = x_2 + x_3 \geq v(\{2; 3\}) = 0,750. \quad (11)$$

Результатом пересечения плоскостей, описанных выше указанными неравенствами, является область, выделенная цветом, — геометрическая интерпретация дележей, образующих C -ядро (см. рисунок).

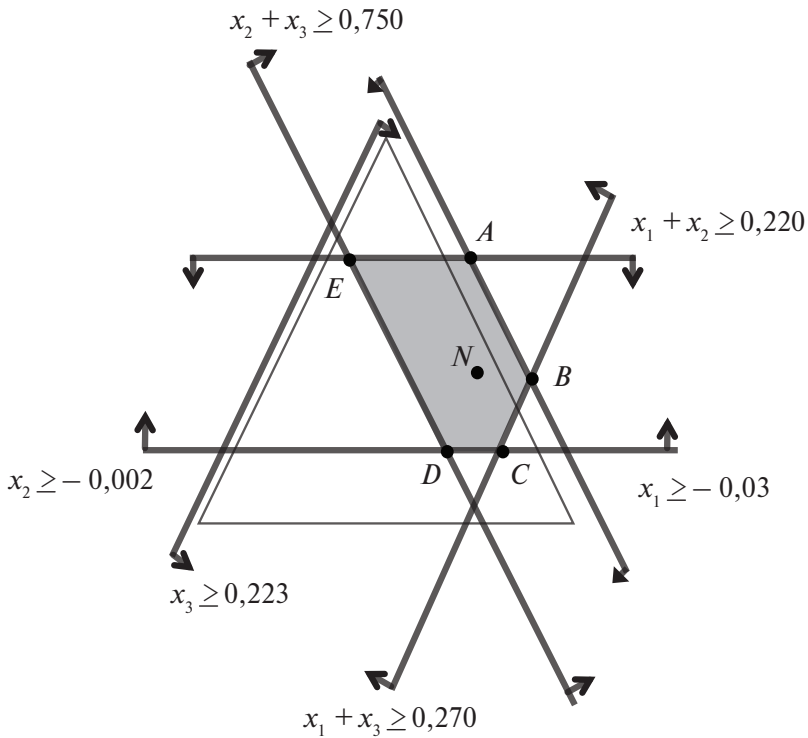


Рисунок. Геометрическая интерпретация множества дележей в КТИМЛ

Как видно из рисунка, S -ядро игры, описывающей схему лизинговых отношений, определяется набором точек:

- точка A с координатами $(-0,030; 0,250; 0,725)$;
- точка B с координатами $(-0,030; 0,675; 0,300)$;
- точка C с координатами $(0,047; 0,675; 0,223)$;
- точка D с координатами $(0,195; 0,227; 0,223)$;
- точка E с координатами $(0,195; 0,025; 0,725)$.

Точки, принадлежащие множеству $S(v)$, определяют различные варианты распределения доходов между участниками, однако, как мы видим из иллюстрации, это множество довольно велико, а его угловые точки существенно различаются и с малой долей вероятности являются оптимальными решениями. Основной вывод, который может быть сделан из полученного результата, — это наличие объективных причин для существования созданных коалиций.

Очевидным недостатком S -ядра, полученного нами для рассматриваемой игры, является его неодноточечность. Другими словами, S -ядро не дает нам однозначных рекомендаций относительно распределения полезности между участниками полной коалиции в случае ее возникновения. Один из возможных путей преодоления данной проблемы основывается на концепции N -ядра.

N -ядро представляет собой «центральную» точку множества преддележей, в которой достигается лексикографический минимум эксцессов (мер недовольства) частичных коалиций. С точки зрения геометрической иллюстрации N -ядро получается в ходе процесса взаимного движения навстречу друг другу гиперплоскостей, соответствующих условиям индивидуальной и коалиционной рациональности. Осуществим процедуру, состоящую в последовательном параллельном движении граней, образующих S -ядро, навстречу друг другу. Процесс продолжается до тех

пор, пока не произойдет схождение в одной точке. Данная точка и будет N -ядром. Согласно рис., первыми встретятся границы S -ядра, соответствующие ограничениям (Ошибка: источник перекрёстной ссылки не найден) и (11). В результате такого движения мы получим координату N -ядра по оси x_1 , равную $x_1 = 0,0825$. При этом $x_2 + x_3 = 0,8625$. Последующее движение границ S -ядра, соответствующих ограничениям (6–7) и (9), приведет к пересечению в одной точке и позволит определить координаты N -ядра по осям x_1 и x_2 .

N -ядро игры, указанное на рис., имеет следующие координаты:

$$N(v) = (0,0825; 0,3885; 0,474).$$

Если сравнить компоненты N -ядра с индивидуальными полезностями игроков, которые отражены в табл. 1, видно, что в случае объединения в коалицию каждый из игроков получает большую выгоду, чем если бы игроки действовали сами по себе.

Для интерпретации полученных результатов обратимся к понятию эксцесса. Эксцессом коалиции S по дележу x называют величину $e(S, x) = v(S) - x(S)$, где $x(\{S\}) = \sum_{i \in S} x_i$. Положительный эксцесс является показателем меры недовольства коалиции дележом x , так как он дает ей меньше, чем она может получить самостоятельно. Отрицательный эксцесс, наоборот, отражает степень удовлетворенности (дополнительного выигрыша) коалиции от дележа.

Для нашего случая эксцессы будут иметь следующий вид.

Таблица 2

Значение эксцессов для дележа, соответствующего N -ядру

	{1}	{2}	{3}	{1; 2}	{1; 3}	{2; 3}
$v(S)$	- 0,030	- 0,002	0,224	0,220	0,270	0,750
x_1	0,0825	0,3885	0,474			
$x_1(S)$	0,0825	0,3885	0,474	0,471	0,5565	0,8625
$e(S, x_1)$	- 0,113	- 0,391	- 0,251	- 0,251	- 0,287	- 0,113

Как видно из табл. 2, самой недовольной является коалиция «банк и поставщик». Однако такую же степень недовольства демонстрирует клиент, не объединяясь ни с кем в коалицию. С экономической точки зрения это означает, что для оптимального распределения полезности все три участника должны быть задействованы в коалиции. Если клиент не объединяет свои усилия с поставщиком и клиентом, его недополученная выгода солидарна недополученной выгоде поставщика и банка в отсутствии конечного потребителя их услуг.

Заметим, что полученные результаты представляют интерес как в теоретическом плане, так и с практической точки зрения. Они не только «доводят до уровня количественной определенности» закономерности взаимоотношений в триаде «банк — клиент — поставщик», но и формулируют объективно обоснованные параметры распределения полезностей между ними в случае возникновения полного коалиционного соглашения. Под объективной обоснованностью распределения, диктуемого решением кооперативной игры, найденным нами, понимается

невозможность его оспаривания ни одним из отдельно взятых игроков, равно как и ни одной из коалиций из двух игроков.

Полученные решения в рамках концепций *S*-ядра и *N*-ядра определяют базовый уровень привлекательности сделки, который должна обеспечить субъект, форсирующий возникновение полной коалиции из банка, клиента и поставщика. Это в некотором роде соответствует ситуации «безразличия», в рамках которой коалиции «банк — клиент — поставщик» могут возникать как с участием внешнего посредника (лизинговой компании), так и за счет действия иных механизмов (например, по инициативе одного из игроков).

Отталкиваясь от базовой ситуации, мы можем перейти к более сложным случаям, характеризующимся объективной необходимостью присутствия посредника. Существуют такие экономические обстоятельства, в результате которых теоретико-игровая модель обладает пустым *S*-ядром, однако при введении четвертого игрока — лизинговой компании — ситуация изменяется, *S*-ядро является непустым множеством ввиду эффекта, вносимого лизинговой компанией при объединении с остальными игроками.

Данный тезис позволяет сделать вывод о том, что необходимо рассматривать модель, описывающую взаимодействие четырех игроков. Безусловным плюсом такой модели является тот факт, что ее решение (*N*-ядро или вектор Шепли) однозначно устанавливает доли участников в лизинговой сделке, в то время как минусом такой конструкции является наличие сложностей при построении характеристической функции по причине необходимости рассмотрения формальных неполных коалиций, одним из участников которых является лизинговая компания.

Рассмотрим подробнее игру с четырьмя игроками, введя дополнительно к вышеописанной структуре лизинговую компанию (далее — игрок 4). Важно отметить, что, строго говоря, полезность лизинговой компании для неполных коалиций почти всегда не представляет собой существенной смысловой нагрузки. Однако при объединении всех игроков лизинговая компания, получая собственный доход, увеличивает полный доход коалиции.

Предполагаем, что либо полезность игрока 4 равна 0, либо он получает доход в размере 2% в год от стоимости имущества, что соответствует $0,01x$ за шесть месяцев. В практическом смысле это означает, что игрок 4 либо не делает лизинговую сделку, либо реализует ее с любыми участниками рынка, формируя фиксированный доход.

Игрок 4 также влияет на коалицию «клиент и банк»:

$$v(\{1; 2; 3\}) = 0,25x + \frac{x \cdot 0,2 \cdot 6}{1,18 \cdot 20} - \frac{0,15x \cdot 6}{12} + 0,025x + 0,01x \approx 0,261x.$$

Иными словами, когда в коалицию объединяются клиент и банк (у клиента есть желание купить имущество путем получения заемного финансирования, а у банка есть желание финансировать), лизинговая компания, оказывая комфортный финансовый сервис, создает дополнительный доход клиенту в виде экономии по налогу на прибыль за счет возможности отнесения на затраты большей части амортизации, а именно:

- максимальная полезность клиента без объединения в коалицию с игроком 4 имела вид:

$$v_3(\{1\}) = 0,25x + \frac{1,05x \cdot 0,2 \cdot 6}{1,18 \cdot 60} - \frac{0,16x \cdot 6}{12} \approx 0,19x;$$

- при введении игрока 4 происходит экономия по налогу на прибыль:

$$v_3(\{1\}) = 0,25x + \frac{1,05x \cdot 0,2 \cdot 6 \cdot 3}{1,18 \cdot 60} - \frac{0,16x \cdot 6}{12} \approx 0,21x.$$

В случае объединения всех игроков, включая игрока 4, полезность полной коалиции будет иметь вид:

$$v(\{1; 2; 3\}) = 0,25x + 0,5x + 0,21x + 0,01x = 0,97x.$$

Результаты построения характеристической функции игры с четырьмя участниками представлена в табл. 3.

Таблица 3

Характеристическая функция теоретико-игровой модели с четырьмя участниками

	S	Lo	Up	$\sigma_{\{S\}}$	$\Psi(S)$
Клиент	{1}	- 0,250	0,190	0,073	- 0,030
Банк	{2}	- 0,030	0,026	0,009	- 0,002
Поставщик	{3}	- 0,053	0,500	0,092	0,224
Лизинговая компания	{4}	0,000	0,010	0,002	0,005
	{1, 2}			0,010	0,220
	{1, 3}			0,010	0,270
	{2, 3}			0,010	0,750
	{1, 4}	- 0,250	0,190	0,073	- 0,030
	{2, 4}	- 0,030	0,026	0,009	- 0,002
	{3, 4}	- 0,053	0,500	0,092	0,224
	{1, 2, 4}			0,010	0,261
	{1, 3, 4}			0,010	0,270
	{2, 3, 4}			0,010	0,750
	{1, 2, 3}			0,010	0,945
	{1, 2, 3, 4}			0,010	0,970

Как и в случае игры с тремя игроками, задача состоит в поиске оптимального дележа, удовлетворяющего условиям индивидуальной (1) и групповой (2) рациональности. Данные, указанные в табл. 3, можно записать в виде соответствующих неравенств и построить S -ядро и N -ядро, однако в случае с четырьмя игроками изображение четырехмерного (в проекционном виде — трехмерного) пространства не представляется наглядным.

В этой связи для анализа данной игры применим встроенную функцию *Microsoft Excel* «Поиск решения», которая позволяет оптимизировать целевую функцию

с учетом ряда ограничений, накладываемых на переменные. Иными словами, задача сводится к поиску минимума максимального эксцесса при изменении дележей. Полученное решение представлено в табл. 4.

Таблица 4

Оптимальный дележ для теоретико-игровой модели с четырьмя участниками

$v(S)$		x	$x(S)$	$e(x,S)$	
$v(\{1\})$	-0,030	x_1	0,137	0,14	-0,17
$v(\{2\})$	-0,002	x_2	0,421	0,42	-0,42
$v(\{3\})$	0,224	x_3	0,397	0,40	-0,17
$v(\{4\})$	0,005	x_4	0,015	0,02	-0,01
$v(\{1,2\})$	0,220			0,56	-0,34
$v(\{1,3\})$	0,270			0,53	-0,26
$v(\{2,3\})$	0,750			0,82	-0,07
$v(\{1,4\})$	-0,030			0,15	-0,18
$v(\{2,4\})$	-0,002			0,44	-0,44
$v(\{3,4\})$	0,224			0,41	-0,19
$v(\{1,2,4\})$	0,221			0,57	-0,35
$v(\{1,3,4\})$	0,270			0,55	-0,28
$v(\{2,3,4\})$	0,750			0,83	-0,08
$v(\{1,2,3\})$	0,945			0,95	-0,01
$v(\{1,2,3,4\})$	0,970			0,97	0,000

$\max(e(x,S))$	-0,01
----------------	-------

С экономической точки зрения полученное решение явным образом демонстрирует целесообразность введения в игру игрока 4: каждый из участников полной коалиции получает доход, больший, чем индивидуальный (при отсутствии какой-либо коалиции). Более того, при сравнении с дележом, полученным для игры с тремя игроками, получаем рациональный результат:

- клиент, ранее получавший 0,0825, при вступлении в игру лизинговой компании увеличивает свой доход до 0,137 (экономия по налогу на прибыль);
- банк, ранее получавший 0,3885, увеличивает доход до 0,421 (гипотетически рост доходности банка может объясняться более высокой категорией качества заемщика — лизинговой компании — и уменьшением размера необходимого к формированию банком резерва по сделке; описанная характеристическая функция не учитывает такого рода дополнительную полезность, однако в реальности она существует);
- поставщик увеличивает полезность от 0,397 до 0,474 (гипотетически это характеризует рост количества клиентов у поставщика, так как лизинговая компания — один из эффективных каналов продаж для поставщика);

- лизинговая компания в сравнении с индивидуальной полезностью (условно индивидуальной) в размере 0,005 получает 0,015 (помимо маржинального дохода, лизинговая компания может получать дополнительный доход от временного управления денежными средствами, а также возмещенным НДС).

Заключение

Говоря о потенциальных направлениях развития рассмотренных моделей, в первую очередь следует обратить внимание на их уязвимую сторону, связанную с допущением возможности представления значений характеристической функции в виде детерминированных величин. В реальности мы можем лишь с некоторой долей вероятности опираться на гипотетические предположения относительно возможных позитивных последствий возникновения той или иной коалиции.

Один из возможных путей преодоления данной проблемы связан с переходом от традиционных классических кооперативных игр к стохастическим кооперативным играм. Среди работ, в которых получила развитие проблематика стохастических кооперативных игр и рассмотрены возможные сферы их практического приложения, могут быть названы работы, описывающие экономическое применение стохастических кооперативных игр при обосновании инвестиционных проектов, например (Конюховский, 2012), а также в процессах слияния и поглощения, например (Konyukhovskiy, Malova, 2013; Konyukhovskiy, Nastych, 2013).

Источники

- Баканов А. С. Годовая отчетность коммерческой организации. М., 2003.
- Бернштейн Л. А. Анализ финансовой отчетности / пер. с англ. М., 2003.
- Васильев Н. М., Катыйрин С. Н., Леле Л. Н. Лизинг как механизм развития инвестиций и предпринимательства. М., 1999.
- Васин А. А. Введение в теорию игр с приложениями в экономике. М., 2005.
- Вишняков И. В., Конюховский П. В. Модель динамики ресурсов в финансовой фирме // Вестник Санкт-Петербургского университета. Сер. 5. Экономика. 1999. Вып. С. 98–106.
- Конюховский П. В. Математические методы исследования операций в экономике. СПб., 2008.
- Конюховский П. В., Малова А. С. Применение методов теории игр в анализе отношений сотрудничества между экономическими субъектами // Вестник Орловского государственного университета. Сер. «Новые гуманитарные исследования». 2012. № 3 (23). С. 192–197.
- Конюховский П. В. Применение стохастических кооперативных игр при обосновании инвестиционных проектов // Вестник Санкт-Петербургского университета. Сер. 5. Экономика. 2012. Вып. 4. С. 134–143.
- Кремер Н. Ш., Путко Б. А. Эконометрика. М., 2003.
- Методические рекомендации по расчету лизинговых платежей (утверждены Минэкономки РФ 16 апреля 1996 г.).
- Печерский С. Л., Яновская Е. Б. Кооперативные игры: решения и аксиомы. СПб., 2004.
- Печерский С. Л., Беляева А. А. Теория игр для экономистов. Вводный курс. СПб., 2001.
- Постановление Правительства РФ от 21 июля 1997 г. № 915 «О мероприятиях по развитию лизинга в Российской Федерации на 1997–2000 гг.»
- Федеральный закон РФ от 8 февраля 1998 г. № 16-ФЗ «О присоединении Российской Федерации к конвенции УНИДРУА о международном финансовом лизинге».
- Федеральный закон РФ от 29 октября 1998 г. № 164-ФЗ «О лизинге».
- Харитонова Ю. Договор лизинга. М., 2002.
- Konyukhovskiy P. V., Malova A. S. Game-theoretic Models of Collaboration Among Economic Agents // Contributions to Game Theory and Management. 2013. Vol. 6. P. 211–221.

Konyukhovskiy P. V., Nastych M. A. Mergers and Acquisitions Stochastic Cooperative Games // International Journal of Economic Behavior and Organization. 2013. Vol. 1. N 2. P. 20–26. URL: <http://www.sciencepublishinggroup.com/journal/paperinfo.aspx?journalid=172&doi=10.11648/j.ijebo.20130102.11>

Kuhn H. W., Tucker A. W. Contribution to the Theory of Games. Princeton, 1950.

Baxter M. W., Andrew J. O. Rennie. Financial Calculus. An introduction to Derivative Pricing. Cambridge, 2001.