Р. А. Абдураманов

слушатель факультета экономики Европейского университета в Санкт-Петербурге

А. А. Кудрявцев

канд. экон. наук, доцент кафедры страхования Санкт-Петербургского государственного университета

АНАЛИЗ УБЫТОЧНОСТИ ПО ДОГОВОРАМ ОСАГО МЕТОДОМ МЕДИАННОЙ РЕГРЕССИИ

Необходимость оценки убыточности

В настоящее время ведется много разговоров о достигшем критического уровня росте убыточности по договорам обязательного страхования ответственности владельцев автотранспортных средств (ОСАГО). Под убыточностью в страховании понимают отношение страховых выплат к страховой премии. Данный показатель характеризует доходность операций: чем он выше, тем меньше средств остается у страховой компании на компенсацию расходов и обеспечение прибыли.

Это объясняет и роль убыточности как индикатора финансовой успешности ведения того или иного вида страхования и обеспокоенность страховщиков ее наблюдаемой динамикой за последние годы в отношении ОСАГО. Действительно, негативная тенденция изменения одного из ключевых показателей не может не настораживать представителей страхового сообщества.

Тем не менее, не все так однозначно плохо. Прежде всего, имеются различные подходы к статистическому содержанию убыточности, среди которых можно назвать следующие:

- разное содержание числителя (оплаченные убытки, произошедшие убытки и т. д.) и знаменателя (подписанная, собранная или заработанная премия) рассматриваемого отношения, в силу чего возможны разные типы коэффициента убыточности;
- привязка к периодам времени разного типа — календарный (отчетный) год, андеррайтинговый год (год действия договора) или год урегулирования убытков.

Следовательно, возникает проблема обеспечения соответствия между числителем и знаменателем. Так, существует точка зрения, отчасти разделяемая авторами, что наблюдаемая на российском рынке тенденция к росту убыточности может объясняться среди прочего неправильным методом оценки (так называемым кассовым методом), т. е. быть до некоторой степени ложным, неправильным отражением реального процесса. Подобная точка зрения не означает полного отрицания наблюдаемой тенденции (имеются объективные факторы роста убыточности), но является указанием на ее преувеличение.

Кроме того, различные типы страховых компаний по-разному реагируют на обсуждаемую тенденцию. Мелкие, финансово неустойчивые страховщики, не имеющие большого страхового портфеля как по ОСАГО, так и по другим видам страхования, и испытывающие сильное влияние антиселекции (неблагоприятного отбора) рисков, действительно испытывают серьезные трудности. Для них увеличение убыточности — одна из наиболее существенных проблем финансового менеджмента, а иногда и вопрос выживания на рынке. В крупных универсальных страховых компаниях, способных эффективно влиять на качество своих страховых портфелей, убыточность увеличивается не так быстро, да и они менее чувствительны к такому росту.

В связи с этим нельзя недооценивать факт излишней степени драматизации рассматриваемого процесса. Отчасти это связано с недопониманием отдельными комментаторами сущности самого показателя. Со стороны страховых компаний подобные разговоры могут играть роль инструмента лоббирования повышения тарифов на ОСАГО, которые утверждаются на уровне правительства.

Таким образом, существует довольно сложный комплекс проблем, связанный с наблюдаемым ростом убыточности по договорам ОСАГО. Он требует подробного и тщательного рассмотрения как для понимания особенностей развития данного сектора страхового рынка, так и для выработки государственной политики в области управления этим видом обязательного страхования.

Авторы не ставят перед собой цель полного обсуждения указанного комплекса проблем и выработки их системного объяснения в настоящей статье. Она посвящена частному вопросу — прогнозированию убыточности ОСАГО по данным отдельной страховой компании. Подобная частная задача хорошо согласуется с решением проблемы усиления контроля денежных потоков крупными финансово устойчивыми страховщиками.

В частности, эффективный прогноз убыточности позволит менеджерам оценить качество своего страхового портфеля, предсказать примерный объем страховых выплат и получить представление о возможном содержании своей финансовой отчетности. В свою очередь, это повлияет на политику компании в области продаж, ценообразования и создания страховых резервов. Иными словами, задача прогнозирования убыточности только на первый взгляд может показаться технической, не имеющей существенного значения для страхового бизнеса. На самом деле она лежит в основе управления страховой компанией в целом и финансового менеджмента в частности.

Тем не менее, существует достаточно много проблем проведения такого прогнозирования, которые носят как чисто технический (статистический), так и содержательный характер. Без их решения невозможно научно обоснованно оценить изменение убыточности в будущем, а следовательно, дать правильные управленческие рекомендации менеджерам страховых компаний. Далее в статье обсуждаются некоторые статистические аспекты такого прогнозирования и приведен практический пример, подтверждающий сделанные выводы.

Особенности методики прогнозирования

Классическим методом прогнозирования какого-либо показателя является применение аппарата временных рядов и получение оценок для них на основе линейных моделей (Эконометрика, 2001), (Магнус, Катышев, Пересецкий, 2004), (Fuller, 1976). Подобный аппарат хорошо развит, так что имеется большое число различных методов оценивания. Кроме того, наработан огромный опыт использования таких методов в области экономики и бизнеса, особенно в финансовой сфере (Kendall, 1953), (Дорохов, 2007).

В модели авторегрессии текущее значение наблюдаемого процесса $x_1, ..., x_n$ представляется в виде линейной комбинации конечного числа предыдущих значений процесса и белого шума ε_i:

$$x_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i-1} + \beta_2 x_{i-2} + ... + \beta_p x_{i-p} + \varepsilon_i, \tag{1}$$

при этом предполагается, что текущее значение ε_i не коррелированно с лагами $x_{i-1}, ..., x_{i-p}$. Такая модель называется авторегрессией p-го порядка и обозначается AR(p).

Она фактически представляет собой модель регрессии, в которой регрессорами служат лаги изучаемого ряда $x_1, ..., x_n$. При таком оценивании p начальных наблюдений теряется, а регрессия оценивается по оставшимся $n - p$ наблюдениям.

Пусть имеется ряд $x_1, ..., x_n$. Тогда рассматриваемая модель в векторно-матричной форме будет иметь следующий вид:

$$\begin{pmatrix} x_{p+1} \\ x_{p+2} \\ ... \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_p & ... & x_1 \\ x_{p+1} & ... & x_2 \\ ... & ... & ... \\ x_{n-1} & ... & x_{n-p} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ ... \\ \beta_p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{p+1} \\ \varepsilon_{p+2} \\ ... \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

или, упрощая обозначения, $\mathbf{x} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$.

Далее модель оценивается как классическая регрессионная модель с применением известных инструментов регрессионного анализа. В частности, должны быть выполнены все основные предположения регрессионного анализа: ошибки имеют нулевое математическое ожидание, некоррелированны с регрессорами, не автокоррелированы и гомоскедастичны. Следовательно, модель (1) можно оценить с помощью метода наименьших квадратов, тогда оценки можно выразить в виде

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}^{LS} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{x}. \tag{2}$$

При этом 95%-ная доверительная область для прогнозируемого вектора $\mathbf{x}$ размерности $n - p$ вычисляется по формуле

$$I_{\hat{\beta}^{LS}} = (\mathbf{X}(\hat{\boldsymbol{\beta}}^{LS} - t_{0,025}\mathbf{s}_{\hat{\beta}}), \mathbf{X}(\hat{\boldsymbol{\beta}}^{LS} - t_{0,025}\mathbf{s}_{\hat{\beta}})), \tag{3}$$

где $\mathbf{s}_{\hat{\beta}}$ — вектор стандартных ошибок прогнозных значений $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{LS}$, а $t_{0,025}$ — табличное значение t-критерия с уровнем значимости 2,5%.

Тем не менее применение таких методов имеет ряд существенных ограничений. Прежде всего, кроме выполнения упомянутых предпосылок они требуют выделения так называемых стационарных последовательностей, которые в страховой статистике встречаются намного реже, чем в данных о движении цен на финансовые активы. Кроме того, выполнение предпосылки о нормальном распределении ошибки обеспечивается большим числом наблюдений в смысле закона больших чисел. Это также вызывает проблемы в приложении данного подхода к страховой области. В лучшем случае по страховым данным можно получить несколько десятков или сотен наблюдений, что недостаточно для получения эффективных оценок классическими методами анализа временных рядов. Все это относится и к оценке убыточности.

Перечисленные проблемы можно решить за счет использования так называемых робастных методов (см., например, (Andrews, 1974) и (Hogg, 1972)). Одним из таких методов является медианная регрессия, или регрессия на основе наименьших расстояний (LAD), которая развивается как альтернатива классическим регрессионным методам (см., в частности, (Karst, 1958) и (Wagner, 1959)).

Медианная регрессия является частным случаем квантильной регрессии при рассмотрении 50%-ной квантили (медианы). По квантильной регрессии также имеется обширная литература: многочисленные ссылки можно найти в обзорах (Koenker, Bassett, 1978) и (Koenker, Hallock, 2001). Имеются ее модификации, разработанные для временных рядов, представленные в работах (Зубков, Селкин, 2003), (Andrews, Davis, Breidt, 2007) и (Davis, Dunsmuir, 1997). Идея использовать квантильную регрессию для страховых приложений впервые была предложена авторами статьи в 2007 г. (Abduramanov, Kudryavtsev, 2007), но постановка этой задачи не была связана с временными рядами.

Метод квантильной (а следовательно, и медианной) регрессии имеет ряд преимуществ:

• относится к непараметрическим методам, которые не предполагают какого-либо параметрического семейства распределений и не используют его свойств;

• устойчив к «выбросам», которые часто встречаются в практических задачах;

• не требует независимости или отсутствия сильной зависимости;

• позволяет непосредственно делать выводы о флуктуациях прогнозуемого (оцениваемого) показателя.

Таким образом, данный метод позволяет преодолеть недостатки классических регрессионных моделей, которые весьма чувствительны к нарушениям своих предпосылок. Если же эти предпосылки выполняются, то оценки по методу квантильной регрессии не намного уступают оценкам, полученным, скажем, по методу наименьших квадратов.

Модель квантильной регрессии для временных рядов можно представить как получение оценок вида

$$Quant_\theta(x_i \,|\, \mathbf{x}_{i,p}) = \mathbf{x}_{i,p}\boldsymbol{\beta}_\theta, \quad i = (p+1) \div n, \tag{4}$$

где $Quant_\theta(x_i \,|\, \mathbf{x}_{i,p})$ обозначает условную квантиль x_i для вероятности θ на векторе лагов $\mathbf{x}_{i,p} = (x_{i-1}, \ldots, x_{i-p})$, $i = (p+1) \div n$, а $\boldsymbol{\beta}_\theta$ — соответствующий вектор-столбец коэффициентов регрессии.

Замена оценки в форме условного математического ожидания, что характерно для классической регрессии, условной медианой (при $\theta = {}^1/_2$) принципиально не меняет качества прогноза с точки зрения интерпретации: медиана, как и математическое ожидание, представляет собой характеристику положения, а для симметричных распределений они совпадают. Иными словами, оба подхода дают близкие по смыслу оценки, хотя и обладающие различными статистическими свойствами.

Для получения оценок по методу квантильной регрессии используют непараметрический подход. В его рамках оценка $\hat{\boldsymbol{\beta}}_\theta$ вектора $\boldsymbol{\beta}_\theta$ из соотношения (4) получается решением задачи минимизации:

$$\max_{\boldsymbol{\beta}_\theta} \frac{1}{n}\left\{ \sum_{i: x_i \geqslant \mathbf{x}_{i,p}\boldsymbol{\beta}_\theta} \theta \left| x_i - \mathbf{x}_{i,p}\boldsymbol{\beta}_\theta \right| + \sum_{i: x_i < \mathbf{x}_{i,p}\boldsymbol{\beta}_\theta} (1-\theta) \left| x_i - \mathbf{x}_{i,p}\boldsymbol{\beta}_\theta \right| \right\}.$$

Она может быть сведена к задаче линейного программирования вида

$$\theta \times \mathbf{1} \times \mathbf{u}^+ + (1-\theta) \times \mathbf{1} \times \mathbf{u}^- \to \min$$

$$\begin{cases} \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_\theta + \mathbf{u}^+ - \mathbf{u}^- = \mathbf{x}, \\ \mathbf{u}^+ \geqslant 0, \\ \mathbf{u}^- \geqslant 0, \end{cases} \tag{5}$$

где **1** — вектор-строка подходящей размерности, состоящая из единиц, а $\mathbf{u}^+$ и $\mathbf{u}^-$ — векторы соответственно положительных и отрицательных отклонений с компонентами

$$u_i^+ = (x_i - \mathbf{x}_{i,p}\boldsymbol{\beta}_\theta)^+ = \begin{cases} x_i - \mathbf{x}_{i,p}\boldsymbol{\beta}_\theta, \ x_i \geqslant \mathbf{x}_{i,p}\boldsymbol{\beta}_\theta, \\ 0 \text{ — в противном случае} \end{cases}$$

и

$$u_i^- = (\mathbf{x}_{i,p}\boldsymbol{\beta}_\theta - x_i)^+ = \begin{cases} \mathbf{x}_{i,p}\boldsymbol{\beta}_\theta - x_i, \ x_i < \mathbf{x}_{i,p}\boldsymbol{\beta}_\theta, \\ 0 \text{ — в противном случае.} \end{cases}$$

На практике в качестве начального значения вектора $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_\theta$ для решения задачи линейного программирования удобно брать скорректированную оценку наименьших квадратов. Другой подход состоит в том, что начальное значение может быть получено из квантильной регрессии, основанной на маленькой части выборки, что в результате значительно сокращает количество итераций и время вычислений.

Представление модели квантильной регрессии как задачи линейного программирования имеет несколько важных следствий. Во-первых, гарантируется, что оценка будет получена за конечное число итераций. Во-вторых, оценка вектора параметров будет устойчива к выбросам. Иными словами, если $x_i - \mathbf{x}_{i,p}\widehat{\boldsymbol{\beta}}_\theta > 0$, то x_i можно увеличить практически до $+\infty$, и наоборот, если $x_i - \mathbf{x}_{i,p}\widehat{\boldsymbol{\beta}}_\theta < 0$, то x_i можно уменьшить практически до $-\infty$ без изменения решения $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_\theta$.

Доверительная область чаще всего оценивается по прямому методу (Zhou, Portnoy, 1996) для произвольного вектора $\mathbf{x}$ по формуле

$$I_{\beta\theta} = (\mathbf{x}\,\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\theta-b}, \mathbf{x}\,\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\theta+b}), \tag{6}$$

где $b = \sqrt{\chi^2_{p,\gamma}\dfrac{\mathbf{x}\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{x}\cdot\theta(1-\theta)}{n}}$, $\mathbf{Q} = n^{-1}\sum_{i=1}^{n}\mathbf{x}_i'\mathbf{x}_i$, $\gamma \in (0, 1)$ — доверительная вероятность (вероятность накрытия доверительной областью истинной кривой регрессионной зависимости), $\chi^2_{p,\gamma}$ — квантиль распределения χ^2 для вероятности γ с p степенями свободы.

Таким образом, для построения доверительной области оценок квантильной регрессии нам необходимо дополнительно провести оценку квантильной регрессии для уровней вероятности $\theta \pm b$ (в нашем случае $^1/_2 \pm b$).

Характеристика статистических данных и используемая модель прогнозирования убыточности

Для практического исследования особенностей оценки убыточности с помощью разных методов использованы статистические данные по большому портфелю договоров ОСАГО крупной, финансово устойчивой страховой компании, работающей на рынке Петербурга. Статистика взята на еженедельной основе для периода продолжительностью 3,5 года, с января 2004 г. по середину 2007 г. (всего 182 значения). Указанный период исследования совпадает со сроком действия ОСАГО за исключением первого полугодия 2003 г., когда динамика изменения убыточности не была репрезентативной в связи с начальным периодом функционирования данного вида страхования, а также последнего полугодия 2007 г. и начала 2008 г., для которых имеющиеся данные требуют поправок в связи с задержками в информировании страховой компании о наступлении страховых случаев. Выбор единичного периода длительностью одна неделя связан со стремлением избежать учета колебаний статистики выплат по дням недели. График исследуемых данных приведен на рис. 1.

Прежде всего, следует указать на достаточно сильные коблебания недельных показателей убыточности. Это можно объяснить относительно высокой вероятностью возникновения страховых случаев в рамках данного вида страхования. На рисунке можно также заметить нисходящий тренд, что противоречит широко распространенным утверждениям о росте убыточности ОСАГО для всех участников рынка. Кроме того, график дает основания полагать, что имеет место зависимость момента второго порядка от времени. Все это позволяет сделать вывод о нестационарности ряда. Данный вывод подтверждается критерием ADF (Fuller, 1976, p. 366—382). Он дает фактическое значение –2,093, тогда как табличное (критическое) значение равно –2,878 с лагом, равным кварталу. Таким образом, для дальнейшего анализа имеет смысл рассмотреть разность первого порядка данного ряда, представленную на рис. 2.

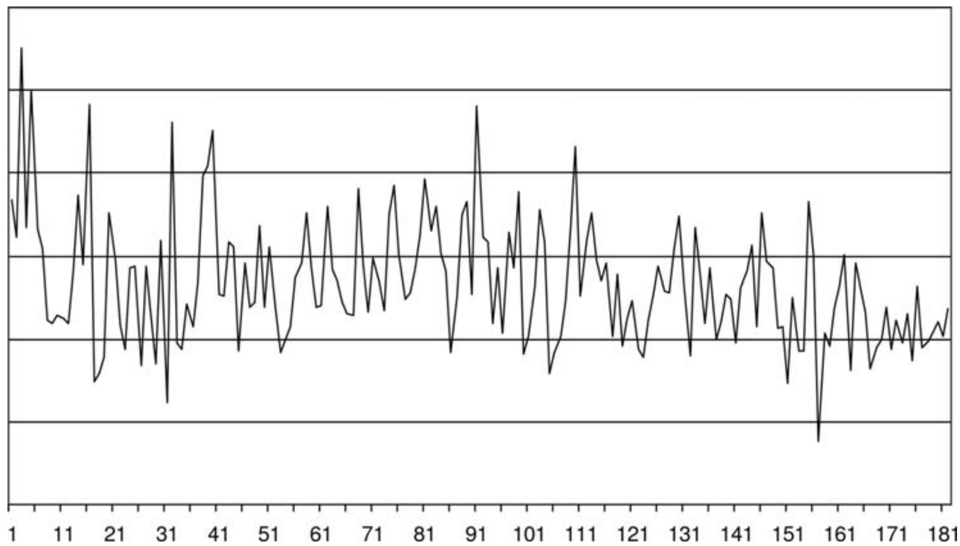

Рис. 1. Динамика убыточности в рассматриваемом примере

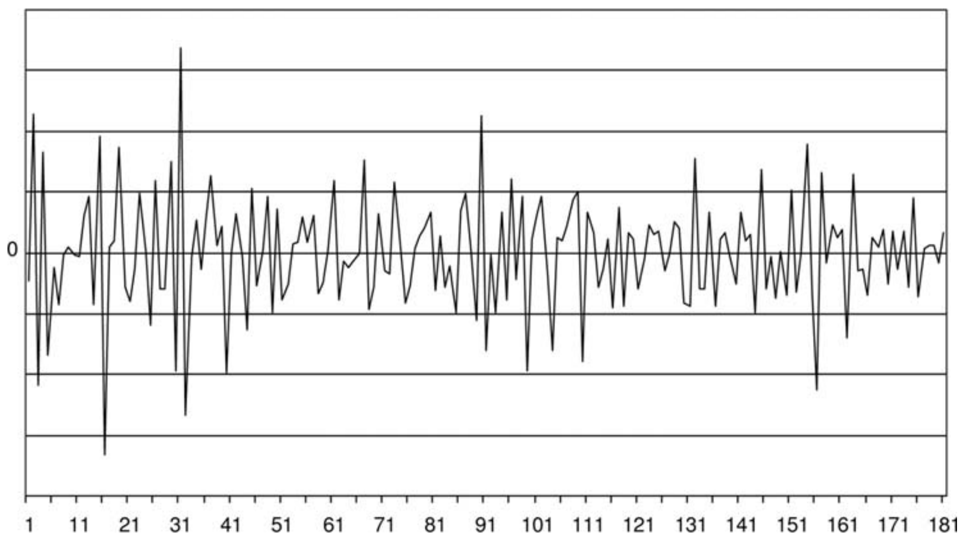

Рис. 2. Динамика разностей первого порядка (приростов) показателей убыточности

Данный ряд является стационарным, что на уровне значимости 95% подтверждает критерий ADF: фактическое значение равно –5,608, а табличное значение составляет –2,878 с лагом, равным кварталу. Поэтому авторегрессионная модель может быть построена по разностям первого порядка.

Для построения подобной модели следует определить ее вид, т. е. количество включенных в нее лагов и их величину. Среди всех моделей со значимыми коэффициентами регрессии при соответствующих лагах и отсутствием автокорреляции в остатках по критериям Акаике (Akaike, 1973) и Шварца (Schwarz, 1978) выбирается наилучшая модель, которая и используется в дальнейшем. Указанные критерии не привязаны к типу модели (например, не требуют нормального распределения), что позволяет рассматривать выбор метода оценки как отдельную задачу, стоящую перед статистиком.

В нашем случае такой моделью оказалась модель с семью коэффициентами регрессии, включая константу. Иными словами, с учетом особенностей используемых данных модель (1) преобразуется к виду

$$\Delta\hat{x}_i = \beta_0 + \beta_1\Delta x_{i-1} + \beta_2\Delta x_{i-2} + \beta_2\Delta x_{i-3} + \beta_4\Delta x_{i-4} + \beta_5\Delta x_{i-5} + \beta_{15}\Delta x_{i-15}. \quad (7)$$

Коэффициенты регрессии в этой модели будут оцениваться далее двумя методами, представленными в предыдущем разделе — классическим методом наименьших квадратов и методом медианной регрессии.

Результаты расчетов, проведенных различными методами

Оценивание модели (7) методом наименьших квадратов, т. е. получение оценки по формуле (2), является стандартным способом моделирования временных рядов. Для проведения расчетов в рамках представляемого исследования использовался статистический пакет EViews 4.0. Результаты этой процедуры приведены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты оценивания авторегрессионной модели методом наименьших квадратов

Переменная	Коэффициент
Константа[1] (β_0^{LS})	–0,0016
Лаг 1 (β_1^{LS})	–0,7200
Лаг 2 (β_2^{LS})	–0,5725
Лаг 3 (β_3^{LS})	–0,5087
Лаг 4 (β_4^{LS})	–0,3666
Лаг 5 (β_5^{LS})	–0,2861
Лаг 15 (β_{15}^{LS})	–0,1203

Данная модель обладает рядом положительных свойств: полученная модель статистически значима, согласно Q-статистике отсутствует автокорреляция ошибок и наименьшие значения критериев Акаике и Шварца делают ее наиболее адекватной из всех возможных.

[1] Заметим, что значение константы не значимо, однако она оставлена в модели, чтобы результат был сопоставим с оценками методом медианной регрессии. Этот факт никак не влияет на качество самой модели при прочих равных условиях.

Для анализа точности (величины ошибки оценивания) необходимо рассмотреть доверительную область. На рис. 3[1] показана 95%-ная доверительная область, оцененная по формуле (3), которая сопоставлена с прогнозными значениями, предсказываемыми моделью (7) с параметрами из табл. 1.

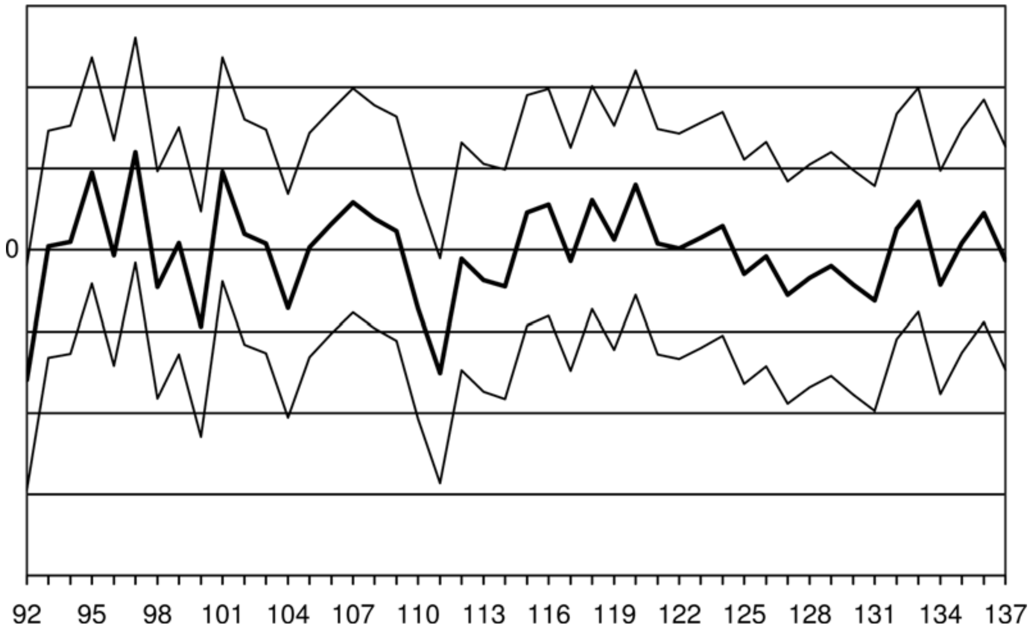

Рис. 3. Прогнозные значения приростов и 95%-ная доверительная область для классического метода наименьших квадратов

Хотя результат получился вполне удовлетворительным, применение классической модели, предполагающей нормальные остатки, невозможно. Дело в том, что рассматриваемые данные не согласуются с нормальным распределением. В частности, критерий Жаке — Бера (Jarque, Bera, 1980) уверенно отвергает нулевую гипотезу о нормальности распределения ряда (фактическое значение вероятности равно 0,00018, что слишком мало для принятия данной гипотезы). Кроме того, выборочное значение коэффициента эксцесса (4,51) не типично для нормального распределения, которое должно быть равно 3. Иными словами, наблюдения разностей слишком сильно сконцентрированы вокруг математического ожидания. При этом имеет место и слабая асимметрия.

Таким образом, на основании указанных результатов можно сделать неутешительный вывод о невыполнении предположений заложенных в классический метод наименьших квадратов, а следовательно о неадекватности оценок, полученных этим методом. В предыдущем разделе уже говорилось о недостатках метода наименьших квадратов, его чувствительности к выбросам и распределению ошибок, отличному от нормального. Статистические данные, использованные в примере, демонстрируют и то и другое, что заведомо ставит под сомнение возможность применения классического подхода. Иными словами, полученные в соответствии с ним оценки нельзя признать статистически достоверными.

---

[1] Для наглядности на этом и последующих графиках приведены прогнозируемое значение и границы доверительной области лишь для ограниченного периода продолжительностью 46 недель (с 92 по 137 неделю исследования включительно). Это приблизительно соответствует третьей четверти периода исследования. Выбранный период типичен: на остальных периодах поведение наблюдаемых показателей и статистических оценок аналогично.

От данных недостатков свободен метод квантильной регрессии. Для оценивания модели (7) при $\theta = {}^1/_2$, т. е. для медианной регрессии, необходимо получить оценки вида (4), для чего решается задача линейного программирования (5) с помощью математического пакета Maple 10. Результаты расчетов приведены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты оценивания авторегрессионной модели методом медианной регрессии

Переменная	Коэффициент
Константа (β_0^{LAD})	–0,0217
Лаг 1 (β_1^{LAD})	–0,6976
Лаг 2 (β_2^{LAD})	–0,6775
Лаг 3 (β_3^{LAD})	–0,5787
Лаг 4 (β_4^{LAD})	–0,5261
Лаг 5 (β_5^{LAD})	–0,3016
Лаг 15 (β_{15}^{LAD})	–0,0334

Далее по формуле (6) оценивается 95%-ная доверительная область. Она приведена на рис. 4 вместе с прогнозными значениями, предсказанными данным вариантом модели (7).

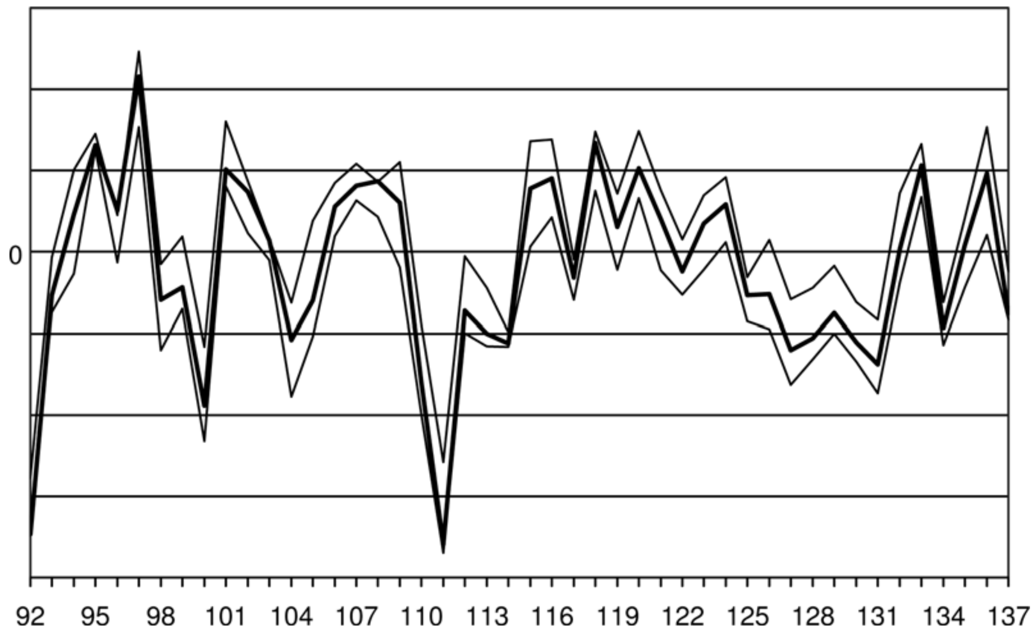

Рис. 4. Прогнозные значения приростов и 95%-ная доверительная область для метода квантильной регрессии

Прогноз характеризуется достаточно сильными колебаниями, что, по-видимому, отражает специфику динамики разностей первого порядка. Вместе с тем доверительная область относительно узка. Последнее свидетельствует о достаточно точной оценке медианы прироста убыточности.

Обсуждение результатов

Для относительного сравнения полученных результатов их необходимо рассмотреть на объединенном графике. Начнем с сопоставления доверительных областей. Это позволит выявить, какой из методов дает более высокую точность (по крайней мере, в рамках рассмотренного примера). Графики границ 95%-ных доверительных областей для выбранного интервала времени представлены на рис. 5.

Как видно из графика, доверительная область для метода квантильной регрессии в несколько раз у́же, чем соответствующая доверительная область для

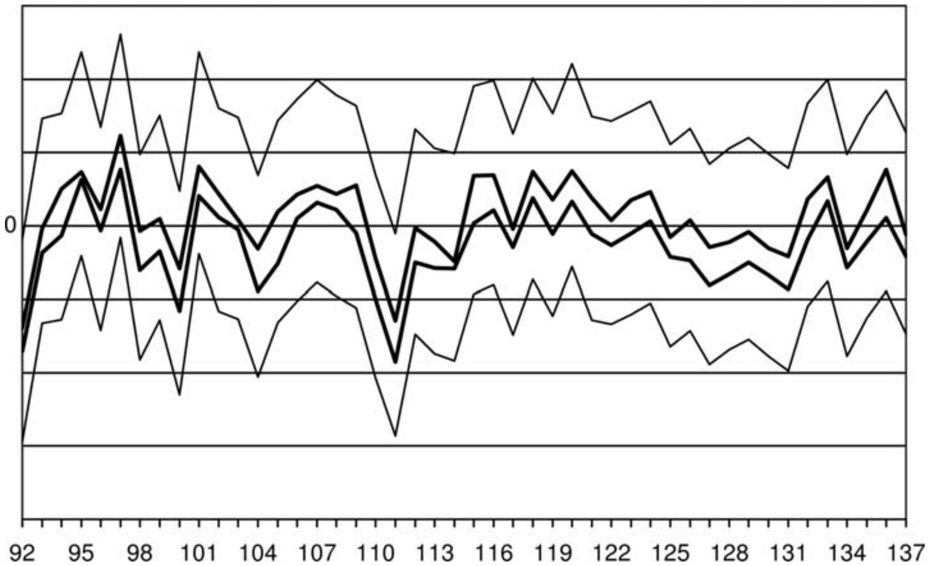

Рис. 5. Сопоставление доверительных интервалов для разностей первого порядка, полученных по методу наименьших квадратов (*тонкие линии*) и квантильной регрессии (*толстые линии*)

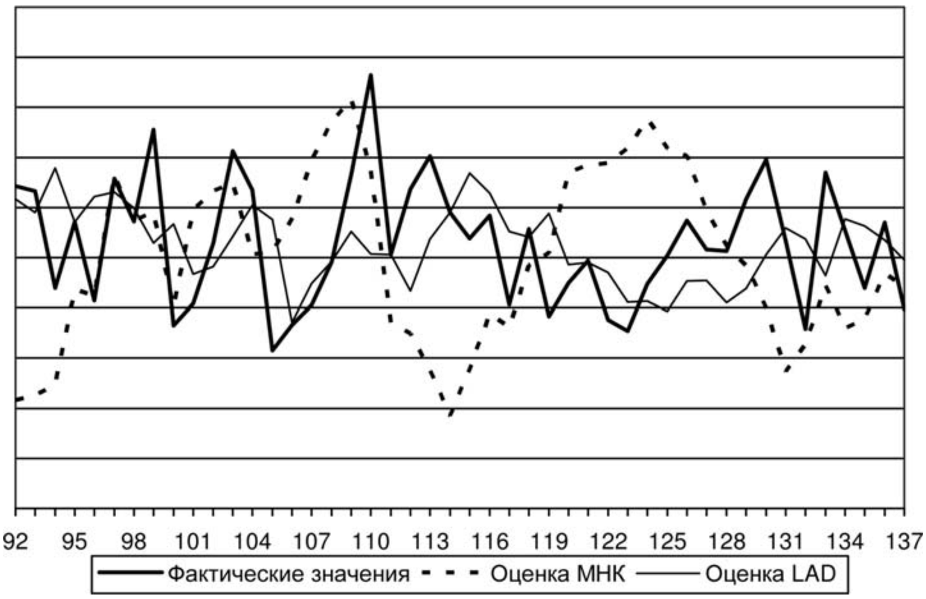

Рис. 6. Сравнение фактических значений убыточности и прогнозируемых значений

метода наименьших квадратов. Следовательно, прогнозное значение, полученное по первому методу, демонстрирует меньшую ошибку оценивания и тем самым является более точным.

Теперь сравним прогнозные значения убыточности, предсказываемые обоими методами, друг с другом и с имеющимися данными внутри рассматриваемого интервала (рис. 6).

Прогнозные значения, полученные обоими методами, показывают достаточно неплохой результат. Тем не менее прогноз на основе классической модели наименьших квадратов в ряде случаев дает значительные отклонения от наблюдаемых значений. В первую очередь, это обусловлено выбросами, к которым метод наименьших квадратов крайне не робастен. Кроме того, в некоторых точках эти прогнозные значения не угадывают направление отклонения следующего значения. Это, по мнению авторов, в большей степени объясняется невыполнением предположений относительно распределения исследуемой величины. Со своей стороны, метод медианной регрессии лучше соответствует наблюдаемым значениям, что отражает непараметрический характер оценивания и его принадлежность к семейству робастных методов оценивания.

Полученные прогнозные значения не демонстрируют безусловного роста убыточности. Скорее речь идет о ее стабилизации на достаточно приемлемом уровне (по крайней мере, для некоторых страховых компаний). Некоторое увеличение убыточности, наблюдаемое время от времени по еженедельным данным, связано с сильными флуктуациями, а не с тенденцией к росту. В этой связи необходимо исследовать данную проблему более глубоко, в контексте видов застрахованного автотранспорта и других важных факторов риска, что выходит за рамки данной работы.

Выводы

Целью данной статьи был анализ особенностей прогнозирования убыточности по договорам ОСАГО. Этот вопрос вызывает большой интерес практиков в связи с предполагаемым ростом данного показателя. Однако данное исследование показало, что для крупных, финансово устойчивых страховых компаний эта тенденция проявляется слабо и не носит критического характера.

Для анализа использовался аппарат временных рядов, для которых разработан развитый аппарат моделей и математических методов их оценивания. Тем не менее, их использование для страховых приложений наталкивается на ряд ограничений. Прежде всего, они требуют достаточно большого количества наблюдений, что трудно обеспечить в области страхования. Нехватка данных приводит к большим сомнениям относительно выполнения предположений, на которых базируется классическая теория временных рядов, так что в ряде случаев применение соответствующих методов не представляется возможным.

В статье предложено использовать метод медианной регрессии, который позволяет решить перечисленные проблемы. Это частный случай квантильной регрессии, который обладает рядом существенных преимуществ перед классическим методом наименьших квадратов. В частности, можно назвать свободу от предположений относительно закона распределения ошибок и устойчивость к выбросам. Кроме того, на рассмотренном примере было показано, что предложенный метод дает меньшую ошибку оценивания (измеренную размахом доверительной области для рассматриваемого значения).

Таким образом, особенности доступных статистических данных об убыточности и характер наблюдаемого процесса накладывают серьезные ограничения на методы оценки и прогнозирования. Использование корректных статистических инструментов анализа не свидетельствует о безусловной и всеобщей правильности утверждений относительно критического роста убыточности в ОСАГО и жесткой необходимости повышения тарифов по данному виду страхования. Для части страховых компаний (как в рассматриваемом примере) речь идет о стабилизации среднего уровня убыточности при сохранении сильных колебаний вокруг него. Данная проблема требует более глубокого анализа на основе панельных данных, что является предметом дальнейшей работы.

Источники

Дорохов Е. В. Применение адаптивных, ARIMA и ARCH методов при прогнозировании краткосрочной динамики российского фондового рынка // Финансы и бизнес. 2007. № 3. С. 47—63.

Зубков А. М., Селкин И. В. Прогнозирование значений временного ряда методом квантильной регрессии. М., 2003.

Магнус Я. Р., Катышев П. К., Пересецкий А. А. Эконометрика. Начальный курс. М., 2004.

Эконометрика / под ред. И. И. Елисеевой. М., 2001.

Abduramanov R., Kudryavtsev A. The method of quantile regression, a new approach to actuarial mathematics // 11th International Congress «Insurance: Mathematics and Economics» July 10—12, 2007, Piraeus, Greece. Book of Abstracts. P. 56—57.

Akaike H. Information theory and an extension of the maximum likelihood principle. 2nd International Symposium on Informational Theory. Budapest, 1973.

Andrews B., Davis A. R., Breidt J. F. Rank-Based Estimation for All-Pass Time Series Models // The Annals of Statistics. 2007. Vol. 35. № 2. P. 844—869.

Andrews D. F. A Robust Method for Multiple Linear Regression // Technometrics. 1974. Vol. 16. P. 523—531.

Davis R. A., Dunsmuir W. T. M. Least absolute deviation estimation for regression with ARMA errors // Journal of Theoretical Probability. 1997. Vol. 10. P. 481—497.

Fuller W. A. Introduction to Statistical Time Series. N.Y., 1976.

Hogg R. V. Adaptive Robust Procedures: A Partial Review and Some Suggestions for Future Applications and Theory // Journal of the American Statistical Association. 1972. Vol. 43. P. 1041—1067.

Jarque C. M., Bera A. K. Efficient Test for Normality, Homoskedastisity, and Serial Independence of Regression Residuals // Economic Letters. 1980. Vol. 6. P. 255—259.

Karst O. J. Linear Curve Fitting Using Least Deviations // Journal of the American Statistical Association. 1958. Vol. 53. № 281. P. 118—132.

Kendall M. The analysis of economic time-series. Part 1. Prices // Journal of Royal Statistical Society. 1953. Vol. 96. P. 11—25.

Koenker R., Bassett G., Jr. Regression Quantiles // Econometrica. 1978. Vol. 46. № 1. P. 33—50.

Koenker R., Hallock K. F. Quantile Regression // Journal of Economic Perspectives. 2001. Vol. 15. № 4. P. 143—156.

Schwarz G. Estimating the dimension of a model // Annals of Statistics. 1978. Vol. 6. P. 461—464.

Wagner H. M. Linear Programming Techniques Regression Analysis // Journal of the American Statistical Association. 1959. Vol. 54. № 285. P. 206—212.

Zhou K. Q., Portnoy S. L. Direct Use of Regression Quantiles to Construct Confidence Sets in Linear Models // The Annals of Statistics. 1996. Vol. 24. № 1. P. 287—306.