

С. Е. Теплов

преподаватель кафедры прикладной математики Московского государственного университета экономики, статистики и информатики

ПРИМЕНЕНИЕ R/S-АНАЛИЗА НА ФОНДОВЫХ РЫНКАХ

Введение

В теории финансового инвестирования нет концепции, которая имела бы столь широкую известность, как эффективные рынки. Гипотеза эффективного рынка (ЕМН) уходит корнями в начало XX в. Ее основным постулатом является то, что приращения цен можно рассматривать как независимые одинаково распределенные величины. На этом предположении, описанном еще в 1900 г. (Bachelier, 1900), основывается большинство методов вероятностных расчетов в анализе рынков капитала.

В данной статье рассматривается практическая значимость разных методик расчета показателя Херста, очень важного показателя в рамках гипотезы фрактального рынка (ФМН), приводится метод расчета показателя времени памяти, показывается устойчивость данного показателя на различных временных интервалах, проводится анализ различных активов и индексов американского фондового, российского фондового и валютного рынков капитала с практическими советами, основанными на результатах данного анализа, анализируется устойчивость показателя Херста, а также даются практические советы по применению обнаруженных свойств антиперсистентности волатильности, по использованию значений времени памяти, найденных по разработанному правилу, и по использованию показателя Херста в качестве критерия выбора активов для торговли на определенных временных интервалах и периодах.

Показатель Херста

Приведем методику расчета показателя Херста так, как она описана в работе Бенуа Мандельброта в 1969 г. (Mandelbrot, 1969), так как описание в монографии Ширяева (Ширяев, 2004) во многом дополняет исходный метод, но опускает такой важный параметр, как точка отсчета.

Пусть $X(t)$ есть некий временной ряд. Тогда можно посчитать $R(t, \delta)$ и $S^2(t, \delta)$ по следующим формулам

$$R(t, \delta) = \max_{0 \leq \mu \leq \delta} \{X_{\Sigma}(t + \mu) - X_{\Sigma}(t) - (\mu/\delta)[X_{\Sigma}(t + \delta) - X_{\Sigma}(t)]\} - \\ - \min_{0 \leq \mu \leq \delta} \{X_{\Sigma}(t + \mu) - X_{\Sigma}(t) - (\mu/\delta)[X_{\Sigma}(t + \delta) - X_{\Sigma}(t)]\} \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
 S^2(t, \delta) &= \delta^{-1} \sum_{u=1}^{\delta} \{X(t+u) - \delta^{-1}[X_{\Sigma}(t+u) - X_{\Sigma}(t)]\}^2 = \\
 &= \delta^{-1} \sum_{u=1}^{\delta} X^2(t+u) - [\delta^{-1} \sum_{u=1}^{\delta} X(t+u)]^2,
 \end{aligned} \tag{2}$$

где $X_{\Sigma}(t) = \sum_{\tau=0}^t X(\tau)$ (начальная точка суммирования τ может быть любой, меньшей t).

В результате получаем очень важную статистику $R(t, \delta)/S(t, \delta)$. Проверка данной статистики для случайного ряда (Feller, 1951) показывает, что для случайного ряда данный показатель должен быть пропорционален $\delta^{0,5}$, т. е.

$$\frac{R(t, \delta)}{S(t, \delta)} \approx c\delta^{0,5}.$$

Однако при проверках реальных рядов оказалось, что многие из них имеют пропорциональность δ^H , где H значимым образом отличается от 0,5. Показатель H и называют показателем Херста. Интерпретация показателя H следующая:

- $H = 0,5\sqrt{a^2 + b^2}$ подразумевает белый шум, т. е. некий независимый, случайный процесс;
- $0 \leq H \leq 0,5$ означает розовый шум, или антиперсистентность. То есть ряд меняет направление чаще, чем ряд случайных независимых величин;
- $0,5 < H \leq 1$ означает черный шум, или персистентность. То есть временной ряд характеризуется эффектом долговременной памяти и имеет склонность следовать трендам.

В некоторых работах, например, в статье Злотника (Злотник, 2007), используется метод R/S -анализа, при котором анализируется ряд, передвигая точку отсчета t по всему ряду логарифмических разностей цены и изменяя для каждой точки отсчета δ от 2 до n , где n — общее количество данных, считая от точки отсчета t . При таких расчетах весьма сомнительна практическая применимость показателя H . Не совсем понятна значимость рассчитанных показателей Херста для далеко отстоящих точек отсчета t и малых δ . Так же при расчетах, сделанных таким образом, были обнаружены стабильно антиперсистентные ряды, например курс акций компании Alcoa Inc. на дневном масштабе данных с 1960 по 2007 г. (показатели Херста на данном ряде для подавляющего количества периодов стабильно меньше 0,5). Однако проверка работы простейших трендовых индикаторов показала стабильную прибыльную торговлю данного актива на основе этих трендовых индикаторов, чего нельзя выявить на антиперсистентных рядах в силу быстрой перемежаемости ряда (быстрее ряда случайных чисел). Таким образом, практическое использование данного показателя, рассчитанного по формулам (1)—(2) при простом движении t и δ по данному ряду, представляется сомнительным.

Вследствие всего вышеперечисленного рассмотрим пример расчета показателя Херста, представленный в работе Петерса (Петерс, 2004, с. 69). Данная методика несколько отличается от представленной выше тем, что исследует зависимость R/S -статистики от изменения длины рассматриваемых подпериодов ряда, агрегируя значения разных подпериодов с одинаковой длиной на всей длине ряда. Этот метод дает более значимые практические результаты, как будет показано ниже. Для анализа по данному алгоритму, точка отсчета означает для исследователя лишь начальную дату, начиная с которой для него интересны подпериоды.

Так же при подсчете показателей Херста необходимо проверять гипотезу о значимости данного показателя. Ввиду сложности статистики R/S на вопрос о значимости показателя Херста нет возможности найти удовлетворительные формулы ее вероятностных распределений при разных n . В работе Эниса и Ллойда (Anis, Lloyd, 1976) предлагается рассматривать вопрос о поведении среднего значения $E_0(R/S)$, где усреднение E_0 отвечает справедливости гипотезы H_0 о случайном блуждании.

Данные по значениям $E_0(R/S)$ можно найти в Приложении 2 монографии Петерса (Петерс, 2004).

Рассчитаем показатели Херста для индекса Nasdaq Composite. Расчеты были произведены с помощью программы MATLAB. Были взяты дневные данные на момент закрытия биржи с января 1980 г. по апрель 2007 г. Расчеты показали, что показатель Херста для индекса Nasdaq Composite $H = 0,5999$ и $R^2 = 0,9968$ (рис. 1). Мы видим, что данный ряд персистентен, так как гипотеза о случайном блуждании отвергается ($E_0H = 0,5411$ для случайного ряда, смоделированного по формулам (3) и (4)), т. е. процесс характеризуется наличием долговременной памяти и имеет трендовый характер.

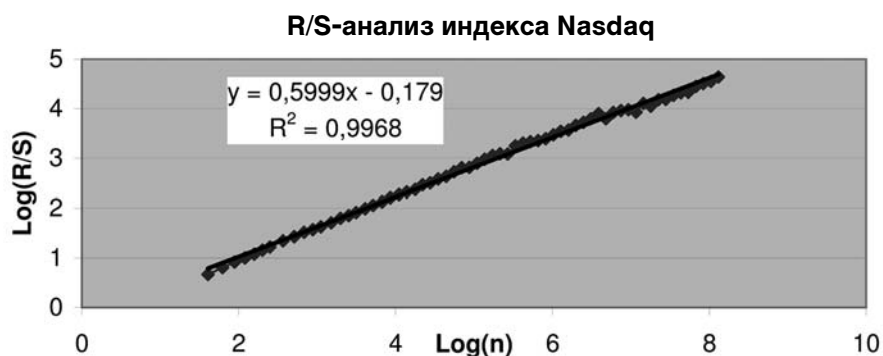


Рис. 1. R/S-анализ индекса Nasdaq Composite за 1980–2007 гг.

Разработка правила нахождения времени памяти

Наряду с H -статистикой многие исследователи (Мандельброт, 2004), (Ширяев, 2004) и (Петерс, 2004) рассчитывают показатель V_n -статистики по формуле

$$V_n = \frac{(R/S)_n}{\sqrt{n}}.$$

Ширяев (Ширяев, 2004) указывает, что простой визуальный анализ данной статистики часто приводит к весьма содержательным выводам. Рост V_n -статистики вместе с возрастанием n означает, что на данном ряду показатель $H > 0,5$. Если же $V_n \rightarrow const$ (стабилизируется) при росте n , то это соответствует белому шуму ($H = 0,5$). Момент перелома ($n_{крит}$) тенденции графика V_n -статистики соответствует длине как периодического, так и непериодического цикла, как указано в монографии Петерса (Петерс, 2004). В связи со спорностью существования данных циклов на рынках капитала, введем понятие «время памяти», которое будет характеризовать устойчивую память для периодов длиной, меньшей n .



Рис. 2. V_n -статистика индекса Nasdaq Composite за 1980–2007 гг.

На рис. 2 можно отчетливо наблюдать существование $n_{\text{крит}}$, но точно определить данный показатель невозможно. Излом произошел где-то между 5 и 6,5, что примерно соответствует 150 и 665 дням. Разработаем правило, позволяющее более точно определить данный показатель.

Рассмотрим графики коэффициентов Херста в зависимости от n и коэффициент наклона остаточных периодов для индекса Nasdaq Composite (рис. 3). Видно, что остаточные данные, начиная примерно с $n = 251$ (в данной точке имеется локальный минимум), имеют наклон, близкий к 0,5, а показатель Херста соответственно для периодов менее 251 дня составляет $H = 0,6396$, ($E_0 H = 0,5762$ для $n = 300$) (рис. 4). Данное значение попадает в обозначенный интервал, определенный по значению V_n -статистики.

То есть можно утверждать, что для рассмотренного периода индекса Nasdaq Composite среднее время памяти составляет примерно 1 год (250 рабочих дней).

Таким образом, время памяти можно определить как временной период, для которого остаточные показатели H находятся или в участке локального минимума, близкого к 0,5, или собственно равны 0,5, что может говорить о случайных процессах, протекающих в периодах, равных данному значению времени памяти.

Практическую значимость найденного времени памяти трудно переоценить для аналитики рынка. Особенно это важно для представителей технического

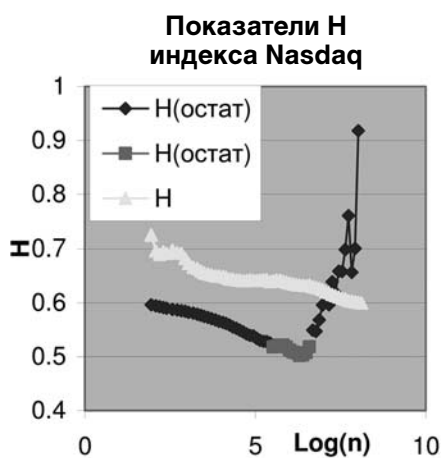


Рис. 3. Показатели Херста индекса Nasdaq Composite 1980–2007 гг.

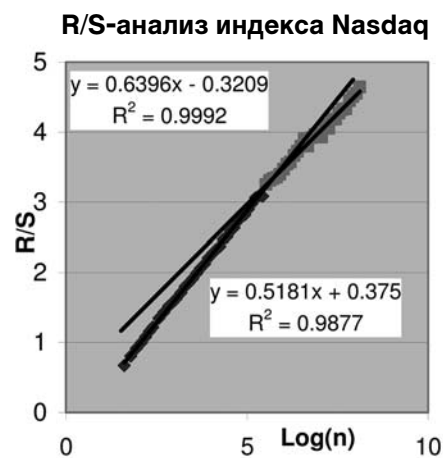


Рис. 4. Показатели R/S -анализ индекса Nasdaq Composite 1980–2007 гг.

анализа, перед которыми очень остро стоит проблема подгонки при определении оптимизационных периодов и временных параметров различных технических индикаторов (Лебо, Лукас, 1998). Найденные же значения времени памяти можно использовать для определения вышеназванных величин.

Устойчивость данного показателя проанализирована в табл. 1. Были рассчитаны показатели времени памяти для 15-, 30- и 60-минутных и дневных данных индекса Nasdaq Composite с января 2001 г. по апрель 2007 г.

Таблица 1

Показатели Херста для индекса Nasdaq Composite с 2001 по 2007 г.

Временной интервал	Показатель Херста (общий)	Время памяти (дни/бары)	Показатель Херста случайного ряда*
15 мин	0,5432	63/1634	<0,5310
30 мин	0,5532	75/973	0,5310
60 мин	0,5598	71/500	0,5365
День	0,5646	72/72	0,5572

* Рассчитан по формулам в работе Эниса и Ллойда для количества баров, равных 20 418, 10 211, 5497 и 790.

На данном периоде время памяти составило приблизительно 70 дней на всех интервалах, что примерно соответствует 3 месяцам. Также в данной таблице можно видеть, что все показатели Херста, которые оказались значимым образом отличны от 0,5, имеют тенденцию к увеличению с ростом временного интервала. Это объясняется тем, что на меньших временных интервалах флуктуаций индекса больше, чем на более длинных интервалах. То есть график дневных значений носит более трендовый характер, чем 15-минутный график того же актива.

Анализ волатильности

Проведем исследование волатильности с помощью R/S-анализа и статистики Херста. Как отмечено в статье Муллинса (Mullins, 2000), понятие волатильности имеет различный смысл. В финансовой сфере волатильность понимается как *The degree to which the price of a security, commodity, or market rises or falls within a short-term period*¹. Так как на рынке анализируемые данные представляются чаще всего в виде баров, то логичнее всего в качестве волатильности использовать разность между наивысшим и наименьшим значением бара, как это используется в книге Уайлдера (Wilder, 1978). Возьмем 15-, 30-, 60-минутные и дневные данные индекса Nasdaq Composite с января 2001 г. по апрель 2007 г. для рассмотрения показателя Херста волатильности на разных временных интервалах. Результаты можно увидеть на рис. 5. Показатели Херста соответственно равны: 0,1928; 0,2316; 0,1886 и 0,1750.

Практическая значимость антиперсистентности волатильности так же весьма велика. В книге Р. Пардо (Пардо, 2002) указывается на большую значимость различных фильтров на первичные сигналы индикаторов. В качестве такого фильтра может быть использовано, например, значение волатильности: не торговать трендовые стратегии после сильного движения рынка (большой волатильности).

¹ Степень падения или роста цены ценной бумаги, товара или рынка в короткий период (пер. авт.).

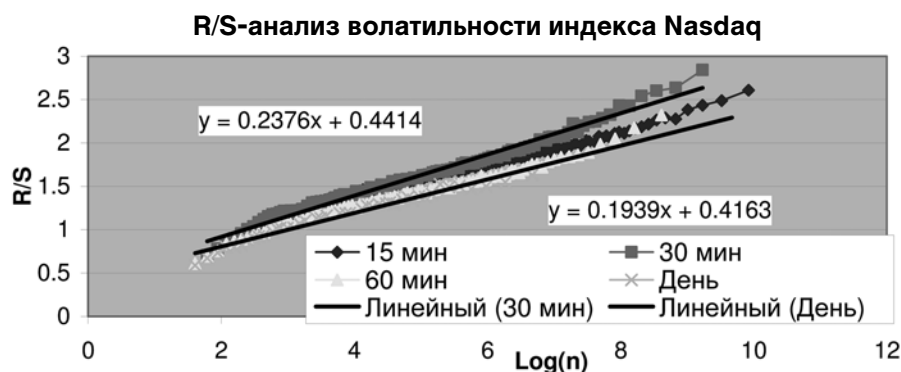


Рис. 5. R/S-анализ волатильности индекса Nasdaq Composite

Комплексный R/S-анализ некоторых активов различных рынков капитала

Проведем R/S-анализ некоторых активов американского фондового рынка Nasdaq, российского фондового рынка ММВБ и пар валютного рынка Forex. Определим интересующий период в 10 лет. Временной интервал активов для анализа составляет 1 день. Для компаний Google Inc., Research In Motion, Sears Holding Corp., «Газпром» и «Тарханы» дата начала наблюдений равна дате первичного размещения этих компаний на соответствующем рынке. Результаты можно увидеть в табл. 2.

Таблица 2

Показатели Херста и времени памяти различных активов

Название	Дата начала наблюдений	H	Время памяти	n_{max}^*	E_0H	H волатильности
Американский фондовый рынок						
Nasdaq Composite	3.01.1997	0,5825	185	1292	0,5487	0,2228
Alcoa Inc.	3.01.1997	0,5526	144	1292	0,5487	0,2010
Apple Inc.	3.01.1997	0,5627	216	1292	0,5487	0,2191
Amgen Inc.	3.01.1997	0,5458	нет	1292	0,5487	0,2249
Cisco Systems	3.01.1997	0,5691	нет	1292	0,5487	0,2320
Google Inc. Cl A	20.08.2004	0,5851	47	322	0,5762	0,2659
Intel Corp.	3.01.1997	0,5544	81	1292	0,5487	0,2009
Microsoft Corp.	3.01.1997	0,5424	21	1292	0,5487	0,2124
Oracle Corp.	3.01.1997	0,5444	96	1292	0,5487	0,2252
Research In Motion	16.02.1999	0,5631	121	1026	0,5509	0,2595
Sears Holding Corp.	29.04.2003	0,5317	21	502	0,5643	0,2258
Vertex Pharm	3.01.1997	0,5495	47	1291	0,5487	0,2293
Российский фондовый рынок						
Индекс РТС	16.02.2001	0,5751	97	740	0,5572	0,2301
РАО «ЕЭС»	1.06.1999	0,5854	нет	945	0,5509	0,2537
Газпром	23.01.2006	0,5553	35	147	0,5838	0,3035
ЛУКОЙЛ	1.06.1999	0,5351	25	945	0,5509	0,2404
Сбербанк	1.06.1999	0,5886	нет	945	0,5509	0,2248
СургутНефтеГаз	1.06.1999	0,5163	11	945	0,5509	0,2439
Тарханы	8.09.2004	0,5702	нет	302	0,5762	0,3321

Окончание таблицы 2

Название	Дата начала наблюдений	H	Время памяти	n_{max}^*	E_0H	H волатильности
Валютный рынок Forex						
EURUSD	7.01.1998	0,5531	126	1151	0,5509	0,2268
EURCHF	6.01.1999	0,5081	8	1043	0,5509	0,2015
EURGBP	6.01.1999	0,5018	7	1043	0,5509	0,2072
EURJPY	6.01.1999	0,5058	7	1043	0,5509	0,1921
GBPUSD**	2.01.1997	0,5363	21	1329	0,5487	0,2182
USDCAD	2.01.1997	0,5478	81	1329	0,5487	0,2223
USDCHE	2.01.1997	0,5412	35	1329	0,5487	0,2300
USDJPY	2.01.1997	0,5812	148	1329	0,5487	0,2505

* Максимальный подпериод ряда. Требуется для нахождения показателя Херста случайного ряда.

** Для валютных пар с участием доллара (кроме EURUSD) данные для волатильности взяты со 2.01.1998 г., в связи с отсутствием данных о дневных максимумах и минимумах до данной даты.

По результатам исследования видно, что, несмотря на то что показатели Херста всех активов и индексов превысили 0,5, не все из них оказались значимыми. На некоторых активах показатели Херста меньше, чем показатели Херста сгенерированного случайного ряда. То есть гипотеза о случайном характере ценовых изменений данных активов не отвергается.

Однако если рассмотреть показатели памяти этих рядов, то можно увидеть, что средняя память данных активов очень мала по сравнению с остальными. А в силу определения времени памяти такие показатели Херста окажутся вполне объяснимыми. Так же, исходя из результатов табл. 2, можно увидеть антиперсистентность волатильности всех рассмотренных активов. То есть волатильность характеризуется быстрой перемежаемостью, что может быть использовано при создании различных торговых фильтров.

Время памяти на некоторых активах отыскать не удалось, из чего можно сделать вывод (исходя из общей персистентности актива) о длинной, постепенно убывающей памяти на данном активе.

Показатель Херста как критерий выбора активов

Для инвесторов и трейдеров, торгующих на различных рынках капитала, очень важным является вопрос об устойчивости выявленных показателей. Например, рассматривая показатели Херста цен акций двух компаний A и B , на некоторых последовательных участках времени показатель H_A стабильно оказывался большим, чем H_B . Можно ли делать вывод, что на следующем участке, соизмеримом с одним из предыдущих, соотношение показателей Херста останется прежним?

Рассмотрим ряд показателей Херста цен акций восьми американских компаний (Apple Inc., Amgen Inc., Google Inc. Cl A, Intel Corp., Microsoft Corp., Oracle Corp., Research In Motion) и индекса Nasdaq Composite. Возьмем 15-минутные данные и определим период рассмотрения показателей Херста в 3 месяца. На рис. 6 можно видеть результаты этого исследования начиная с января 2004 г. по апрель 2007 г. Значение H для данных случайного ряда равно 0,5527 для максимального периода $n = 858$ баров.

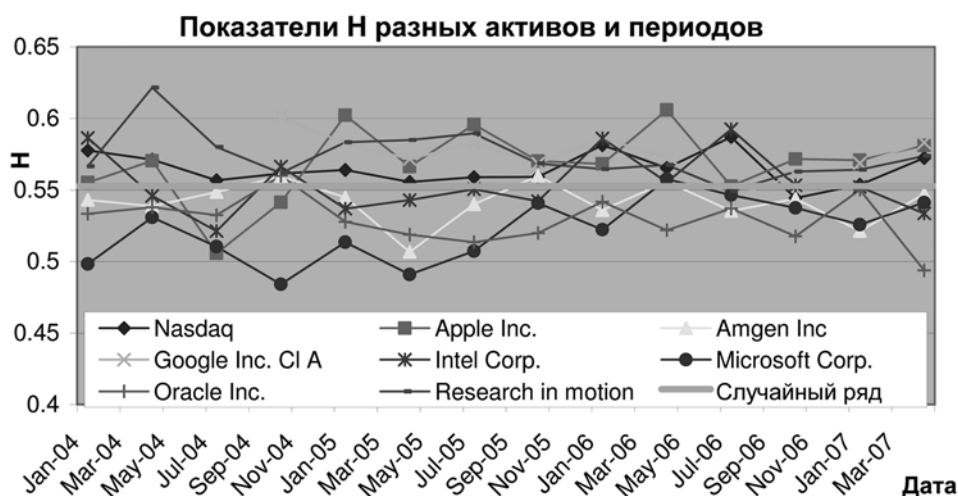


Рис. 6. Показатели Херста американских активов (период 3 месяца)

Видно, что на данном временном периоде можно выделить группу акций устойчиво более персистентных, нежели остальные. Цены акций таких компаний, как Google Inc. Cl A, Research In Motion и Apple Inc. (за исключением конца 2004 г.) вместе с индексом Nasdaq Composite оказались в среднем более подвержены трендам, чем курсы акций Amgen Inc., Intel Corp., Microsoft Corp. и Oracle Corp. Это говорит о том, что с помощью показателя Херста можно разрешить один из самых главных вопросов, стоящих перед участниками рынка (Пардо, 2002), — вопрос о выборе активов для торговли на интересующих временных интервалах и периодах. Причем показатель Херста можно использовать также для общей оценки периода на рынках ценных бумаг.

Выводы

По результатам исследований, проведенных в данной статье, можно сделать следующие выводы:

- методика нахождения показателей Херста, описанная в монографии Петерса (Петерс, 2004), дает более значимый для практики результат;
- разработанное правило нахождения времени памяти ряда представляет собой логическую альтернативу «визуального» анализа V_n -статистики;
- устойчивость данного показателя времени памяти при изменении временных интервалов позволяет использовать его для нахождения различных оптимизационных периодов ряда или в качестве параметров усреднения технических индикаторов на интересующих инвестора временных интервалах и периодах;
- проведенный анализ групп активов на американском фондовом, российском фондовом и валютном рынках показал:
 - а) все активы имеют персистентную природу (не всегда значимо отличную от белого шума), что может быть практически использовано при определении приоритетных индикаторов для торговли (целесообразно использовать трендовые индикаторы на трендовых активах, так, антиперсистентность обнаружилась лишь на некоторых активах в определенных периодах);
 - б) определенные периоды памяти на некоторых активах, что позволяет использовать их для определения периодов анализа различных активов или при-

менять на данных активах различные индикаторы с параметрами, равными значениям памяти;

в) антиперсистентность волатильности, что может быть практически использовано необходимостью введения фильтров на торговлю (не торговать с помощью трендовых индикаторов после сильного движения рынка);

- показатель Херста можно использовать в качестве одного из критериев выбора актива на торговлю на интересующих инвестора или трейдера временных интервалах и периодах.

Источники

- Злотник А. А.* Эмпирическое исследование устойчивости поведения показателя Хёрста // Прикладная эконометрика. 2007. № 5.
- ЛеБо Ч., Лукас Д. В.* Компьютерный анализ фьючерсных рынков. М., 1998.
- Мандельброт Б. Б.* Фракталы, случай и финансы / пер. с англ. М.; Ижевск, 2004.
- Пардо Р.* Разработка, тестирование и оптимизация торговых систем для биржевого трейдера. М., 2002.
- Петерс Э.* Фрактальный анализ финансовых рынков. М., 2004.
- Ширяев А. Н.* Основы стохастической финансовой математики. Т. 1. Факты и модели. М., 2004.
- Anis A. A., Lloyd E. H.* The expected value of the adjusted rescaled Hurst range of independent normal summands // Biometrika. 1976. Vol. 63. N 1. P. 111—116.
- Bachelier L.* Theorie de la speculation // Annales de l'Encole Normale Superieure. 1900. Vol. 17. P. 21—86.
- Feller W.* The asymptotic distribution of the range of sums of independent random variables // Annals of Mathematical Statistics. 1951. Vol. 22. N 3. P. 427—432.
- Hurst H.* Long-term storage capacity of reservoirs // Transactions of American Society of Civil Engineers. 1951. Vol. 116. P. 770—808.
- Mandelbrot B. B.* Robustness of the rescaled range R/S in the measurement of non-cycling long-run statistical dependence // Water Resources Research. 1969. Vol. 5. N 5. P. 967—988.
- Meyers D.* Curve Fitting, Data Mining, Strategy Optimization & Walk Forward Analysis Using The Acceleration System / Working Paper. October 2004.
- Mullins G. E.* Stock Market Volatility: Measures and Results // Central Wisconsin Economic Research Bureau. 2000.
- Wilder J. W.* New Concepts in Technical Trading Systems. Hunter Publishing Company, Winston-Salem, 1978.