

**А. А. Пилипчук**

аспирант кафедры статистики Финансовой академии при Правительстве РФ (Москва)

## **ДИНАМИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ОПТИМАЛЬНОГО УРОВНЯ СОБСТВЕННОГО УДЕРЖАНИЯ ДЛЯ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ**

Природа обязательств страховой компании имеет стохастический характер. Планируя бизнес на следующий год, страховщик может с достаточной точностью оценить объем собранных премий, а также уровень расходов на ведение бизнеса. Прогноз суммарного убытка при этом основывается лишь на некотором среднем ожидаемом уровне. Исходя из этого ожидаемого значения и определяются страховые тарифы. Располагая статистикой, страховая компания может спрогнозировать будущий суммарный убыток на основе предсказания частоты, а также размера среднего убытка. Фактическое суммарное значение обязательств по итогам года, как правило, отличается от прогнозного, причем отклонения носят случайный характер. Колебания суммарного убытка влекут за собой неустойчивость финансового результата страховой компании, а следовательно, и риск неплатежеспособности. Одним из важнейших инструментов управления риском является его передача или деление. Таким инструментом выступает перестрахование. Перестрахование позволяет снизить риск неблагоприятного исхода до приемлемого уровня. Его суть заключается в перераспределении первичного страхового фонда (ресурсов для компенсации различного рода убытков) между несколькими компаниями. Передавая одному или нескольким перестраховщикам ту часть риска, которая превосходит его финансовые возможности, страховщик добивается разумной однородности рисков и обеспечивает сбалансированность своего портфеля (Страхование, 2004).

Несмотря на очевидную необходимость и полезность перестрахования с точки зрения влияния на финансовые результаты, а также поддержания устойчивости бизнеса, каждый раз в процессе заключения или возобновления перестраховочного договора перед страховой компанией стоит дилемма. С одной стороны, перестрахование позволяет сбалансировать страховой портфель, защитить его от катастрофических и крупных страховых случаев, что положительно влияет на общие финансовые результаты деятельности передающей компании. С другой стороны, перестрахование подразумевает передачу перестраховщикам части премии и иногда весьма значительной и, следовательно, в зависимости от результатов прохождения дела по доле перестраховщиков финансовые показатели передающей компании в определенном году могут ухудшиться или улучшиться (Салин, Абламская, Ковалев, 1997).

В этой связи определяющим фактором является *собственное удержание* страховщика, представляющее собой экономически обоснованный уровень суммы,

в пределах которой страховая компания оставляет на своей ответственности определенную долю страхуемых рисков и передает в перестрахование суммы, превышающие этот уровень. В зависимости от вида страхования и его объекта, а также перестраховочного договора собственное удержание может быть выражено в виде абсолютной суммы (если иметь в виду ее определение как части страховой суммы или части убытка, погашаемой за счет принимающей компании) или в виде доли, выраженной в процентах. Государство в некоторых странах ставит размер собственного удержания в зависимость от оплаченного капитала (определенный процент от него) либо может быть установлено соотношение между удерживаемой премией и собственными активами страховой компании. Жесткой регламентации такого рода в нашей стране пока нет, и у российских страховых компаний возникает необходимость разработки собственных подходов к определению оптимального уровня собственного удержания. Существует множество различных способов решения данной задачи. Практика российских страховых компаний показывает, что уровень собственного удержания определяется, как правило, управленческим решением, которое, в свою очередь, основано на предыдущем опыте страховщика, анализе сложившегося страхового портфеля, а также предложений, поступающих от перестраховщиков и брокеров. В деятельности зарубежных страховых компаний используются экономико-статистические модели, основанные на теории риска, которые позволяют наряду с перечисленными выше факторам учитывать и стохастическую природу страхового бизнеса (Burkett, McIntyre, Sonlin, 2001; Swiss, 2003).

Существуют две основные формы перестрахования — пропорциональное и непропорциональное. При пропорциональном делении риска величина убытка  $X$  делится на две части  $cX$  (собственное удержание) и  $(1 - c)X$  по правилу  $X = cX + (1 - c)X$ ,  $0 < c < 1$ . При непропорциональном делении риска случайная величина убытка делится на первичный риск  $(X, a)$  ( $a$  — собственное удержание) и вторичный риск  $(X - a, 0)$ :

$$X = \min(X, a) + \max(X - a, 0), \quad a > 0.$$

При пропорциональном делении обе части всегда содержат убыток, в то время как при непропорциональном делении вторичный риск не реализуется, если убыток не превысил уровня  $a$ . Суть пропорционального перестрахования довольно проста и не ставит новых задач перед страховщиками. Непропорциональное перестрахование же, наоборот, порождает множество задач, одной из ключевых является определение оптимального уровня собственного удержания для страховой компании.

Для того чтобы иметь возможность управлять риском (в данном случае с помощью перестрахования) страховой компании необходимо уметь измерять его. Несмотря на существенные отличия страхования от банковского бизнеса (в частности, обязательства страховщика имеют рисковый характер), для измерения риска в страховании широко используется методология *VaR* (Value at Risk), пришедшая из банковской сферы. Данная методика была впервые использована финансовыми корпорациями в конце 1980-х гг. для измерения рискованности портфелей ценных бумаг.

Value at Risk — есть максимально возможный убыток, который может произойти с заданной вероятностью на определенном временном интервале. Для расчета *VaR* следует определить квантиль распределения суммарного убытка или прибыли. Построение упомянутого распределения производится с использованием метода моделирования Монте-Карло. Данная методика служит основой для определения величины рискованного капитала страховщика, величина которого и является мерой риска.

Употребляя далее термин «риск», мы подразумеваем ситуацию, которой присущи следующие характеристики:

- неопределенность влияния на экономические результаты, так как взаимосвязи между начальными и конечными величинами носят стохастический характер;
- существование целевого результата, отталкиваясь от которого человек, принимающий решение, может отличать хорошие исходы от плохих.

Когда речь идет о финансовых рынках, под риском понимается любое отклонение от ожидаемого значения, мы же будем рассматривать только те ситуации, которые приводят к негативным последствиям, так как именно они прежде всего интересуют руководство компании. В качестве случайной величины выступает финансовый (страховой) результат компании, который и будет моделироваться путем симуляций. Финансовый результат страховой компании рассчитывается следующим образом:

$$R = P - L - C,$$

где  $R$  — прибыль (мы не рассматриваем доходы от инвестиций, а также прочие доходы, поэтому прибыль выступает в качестве синонима к страховому результату);  $P$  — заработанная премия;  $L$  — суммарный убыток;  $C$  — расходы.

Как показывает практика, страховая компания с достаточной точностью может спрогнозировать объем премий, а также расходы на будущий год. Следовательно, единственной случайной величиной является суммарный убыток.

Случайная величина  $R$  характеризуется функцией распределения  $F_R(x) = \Pr(R \leq x)$  и выражает неопределенность влияния на финансовый результат. В качестве целевого результата, позволяющего отличать «плохие» результаты от «хороших», выступает любое отрицательное отклонение от ожидаемого финансового результата компании. Капитал, который призван сглаживать колебания страхового результата, назовем  $CaR$  (Capital at Risk). Пусть  $\alpha$  — приемлемая вероятность разорения, а  $H_\alpha = -F_R^{-1}(\alpha)$  — односторонняя (отрицательная) квантиль распределения финансового результата уровня  $\alpha$  ( $VaR$ ). Тогда  $\Pr(R \leq ER - H_\alpha) = \alpha$  и  $CaR = ER - H_\alpha$ , где  $ER$  — ожидаемая прибыль. Другими словами,  $CaR$  есть разность ожидаемого результата страховщика и предельного «плохого» результата, который рассматривает страховщик (рис. 1).

Ключевым моментом в решении задачи определения оптимального уровня собственного удержания является выработка критерия о том, какой уровень

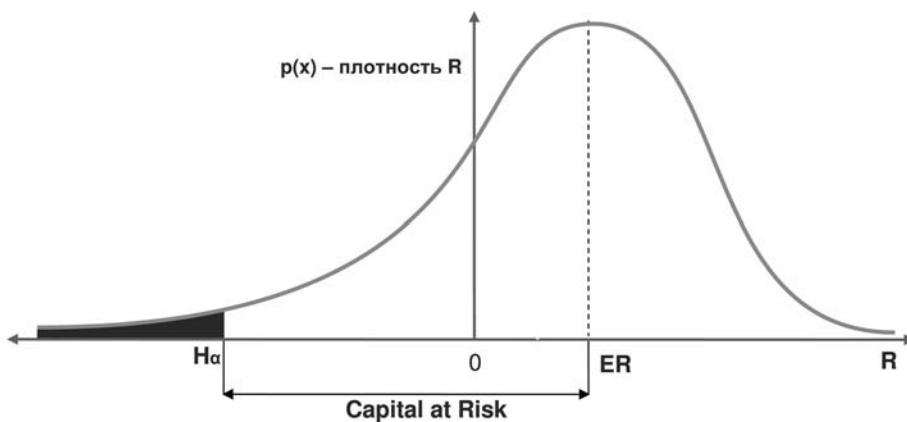


Рис. 1. Распределение финансового результата

собственного удержания считать оптимальным. Введенное понятие рискованного капитала ( $CaR$ ) позволяет соединить две важнейшие величины: риск и доход. Действительно, рассматривая квантиль распределения страхового результата, используя тем самым  $VaR$ , мы получаем возможность количественно оценить риск разорения страховой компании, рассматривая же его среднее значение, мы получаем ожидаемое значение прибыли. Связь между этими показателями выражает величина, которую назовем  $RoCaR$  (Return on Capital at Risk),

$$RoCaR = \frac{ER}{CaR}.$$

Таким образом, управление рисками страховой компании сводится к управлению величиной  $CaR$ , а следовательно, к выявлению факторов, способных оказать влияние на распределение прибыли за год и величину рискованного капитала, среди которых:

- рост премий выше ожидаемого при неизменном уровне риска обеспечивает получение большей прибыли при том же значении  $CaR$ ;
- уменьшение операционных издержек снижает потребность в капитале;
- изменение структуры портфеля компании может существенным образом повлиять на распределение прибыли.

Перечисленные условия не могут напрямую полностью обеспечить страховщиком. Существует множество факторов, от которых они зависят, таких как рыночная ситуация, политическая обстановка, принятие новых законов и т. д. Инструментом, используя который страховщик может самостоятельно оказывать влияние на величину прибыли и требуемый рискованный капитал, является перестрахование. Сравнение различных перестраховочных программ разумно производить, используя критерий  $RoCaR$ . Когда одна перестраховочная программа лучше другой по соотношению риск — доход, это означает выполнение соотношения:  $RoCaR1 > RoCaR2$ . Другими словами, перестраховочная программа А лучше, чем перестраховочная программа В, если:

- при одинаковом уровне риска ожидаемый страховой результат при использовании договора А больше, чем при использовании В;
- при одинаковом уровне ожидаемой прибыли рискованный капитал, требуемый при программе А, меньше, чем при программе В;
- отношение ожидаемой прибыли к рискованному капиталу при программе А больше, чем при программе В.

Соответственно оптимальной перестраховочной защитой, что в нашем случае эквивалентно оптимальному уровню собственного удержания, является такая программа, у которой показатель  $RoCaR$  наибольший из рассматриваемых. Описываемая ниже модель позволяет определить оптимальный уровень собственного удержания при перестраховании эксцедента убытка, используя стохастическое моделирование. Схематично модель изображена на рис. 2. Структурно модель состоит из трех основных модулей: модуля убытков, модуля перестрахования, результирующего модуля (рис. 2).

### Модуль убытков

Данный модуль предназначен для моделирования суммарного убытка. В качестве базы моделирования рассматривается страховой год. Пусть  $N$  — число убытков портфеля в интересующем нас временном периоде (в данном случае году) и пусть  $S_1, \dots, S_N$  — (независимые одинаково распределенные) размеры

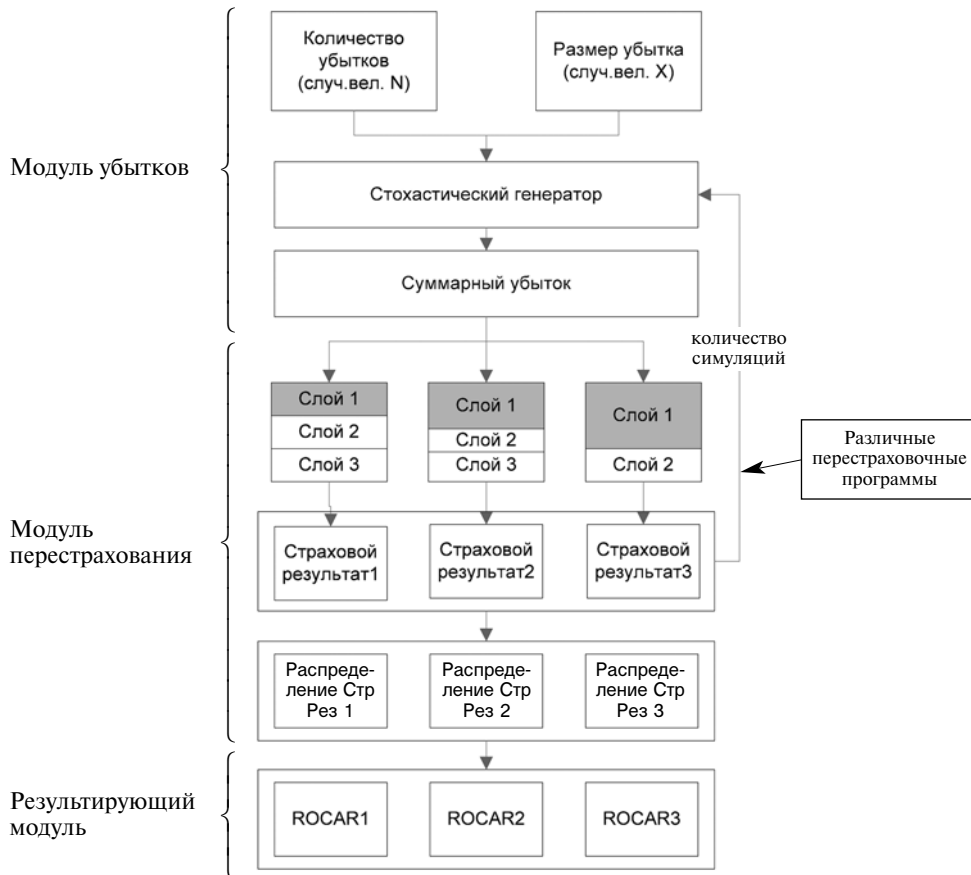


Рис. 2. Структура динамической модели

убытков, распределение которых не зависит от  $N$ . Тогда совокупный убыток представим в виде  $X = S_1 + \dots + S_N$ . Распределение  $G(x)$  величины суммарного убытка  $X$  можно выразить через распределение  $p_n = \Pr(N = n)$  числа убытков  $N$  и распределение  $F(s) = \Pr(S \leq s)$  размера убытка  $S$ :

$$G(x) = \Pr(X \leq x) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n \Pr(X \leq x | N = n).$$

Одним из способов его расчета является рекурсивный метод Пейнджера, который довольно трудоемок. Избежать громоздких вычислений позволяет одновременное моделирование количества убытков и среднего убытка. Ключевым вопросом здесь является выбор наиболее подходящей формы распределения для среднего убытка и частоты. Решение о принятии той или иной формы распределения должно производиться на основе статистических тестов. Параметры распределения случайных величин количества убытков ( $N$ ) и размера среднего убытка ( $S$ ) определяются по статистике, накопленной страховой компанией. Суммарный убыток является случайной величиной, равной  $N \times S$ . Каждая итерация позволяет получить значение суммарного убытка по итогам года. Проведя заданное количество симуляций (обычно от 20 000 до 100 000), получаем распределение суммарного убытка.

### Модуль перестрахования

В реальности эксцедент убытка страховщика очень часто делится на несколько слоев (лейеров) — опыт показывает, что для лейера с невысокой ответственностью легче найти перестраховщика, а также снизить стоимость. Пусть собственное удержание страховщика равняется  $a_0$ , верхняя граница первого лейера равняется  $a_1$ , второго —  $a_2$  и т. д. Тогда по каждому убытку  $X$  страховщик оплачивает сумму  $\min(X, a_0)$ , а перестраховщик — сумму  $\max(X - a_0, 0)$ , но тоже в пределах оговоренного максимума  $a_1$ , т. е.  $\min(\max(X - a_0, 0), a_1)$ . Остающаяся после вычета суммы  $a_0 + a_1$  часть убытка  $\max(X - a_0 - a_1, 0)$  снова попадает под ответственность перестраховщика (возможно, уже другого), с приоритетом  $a_2$  и т. д., пока весь убыток не будет расщеплен по лейерам перестраховочного договора. Важным моментом являются также условия восстановления защиты, которые определяют порядок покрытия убытков, попадающих в лейер после того, как он исчерпался. Поясним на примере. Рассмотрим лейер с верхней границей  $a_1$ , допустим также, что договором предусмотрено одно восстановление за 100% стоимости. При происшествии убытка, превышающего  $a_1$ , наш лейер будет полностью использован, однако, заплатив первоначальную цену за данный слой, страховщик получает право на еще одно «исчерпание» лейера. Стоимость и количество восстановлений для каждого договора свои, что следует учитывать в модели.

Перестраховочный модуль содержит различные варианты перестраховочной защиты (на рис. 2 их три). При этом входными данными являются параметры перестраховочного договора: объем передаваемых премий, количество слоев, количество восстановлений защиты и их стоимость. Смоделированное значение суммарного убытка расщепляется по слоям представленных перестраховочных программ, генерируя на выходе брутто-результат (без перестрахования) и нетто (после перестрахования). Осуществив заданное количество итераций, мы можем получить распределение страхового результата как брутто, так и нетто.

### Результирующий модуль

В данном блоке производится расчет величин  $CaR$ , ожидаемого страхового результата, а также  $RoCaR$ . Далее определяется наибольшее значение  $RoCaR$ , а соответствующий ему уровень собственного удержания является оптимальным для страховой компании.

Для иллюстрации предлагаемого подхода рассмотрим реальный перестраховочный договор эксцедента убытка, покрывающий риски железнодорожного транспорта, морского каско и перевозки грузов. При этом в настоящий момент компания находится в процессе возобновления договора на будущий год. Изучается вопрос о пересмотре уровня собственного удержания (на текущий момент перестраховщик покрывает все убытки свыше 200) на основе накопившейся статистики. Будем называть базовым договор, который действует в настоящий момент, его параметры приведены ниже (данные представлены в условных единицах):

- передаваемая премия = 8 800;
- структурно договор состоит из трех слоев при собственном удержании в 200 (табл. 1).

Данная таблица означает, что величина произошедшего убытка раскладывается на четыре части: от 0 до 200, от 200 до 500, от 500 до 2000, от 2000 до 5000.

Таблица 1

## Структура договора

	Ширина слоя	Нижняя граница	Стоимость слоя
Слой 1	300	200	255
Слой 2	1500	500	600
Слой 3	3000	2000	282
Всего	5000	200	1137

Первая часть остается на удержании самого страховщика, остальные части, в случае их ненулевых значений, покрываются перестраховщиками;

- каждый слой имеет по три платных восстановления за 100% стоимости;
- в качестве альтернативы рассмотрим 8 других договоров, отличающихся от базового уровнем собственного удержания и стоимостью (табл. 2).

Таблица 2

## Взаимосвязь удержания и стоимости защиты

Собственное удержание	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
Стоимость защиты	1137	1034	950	882	829	790	763	746	738

**Модуль убытков.** В качестве теоретического закона распределения для убытков выберем логнормальное с параметрами (6,14, 2,8), как наиболее близко описывающее реальную статистику убытков, накопленную страховой компанией. Частота описывается пуассоновским распределением с параметром 650 (что соответствует среднему количеству убытков за год). Количество итераций выберем равным 20 000. Данное значение обеспечивает достаточную устойчивость результатов. На рис. 3 изображено распределение суммарного убытка.

**Модуль перестрахования.** В результате расщепления суммарного убытка по слоям 9 перестраховочных программ получаем такое же количество распределений нетто-результата, а также распределение брутто-результата. На рис. 4 изоб-

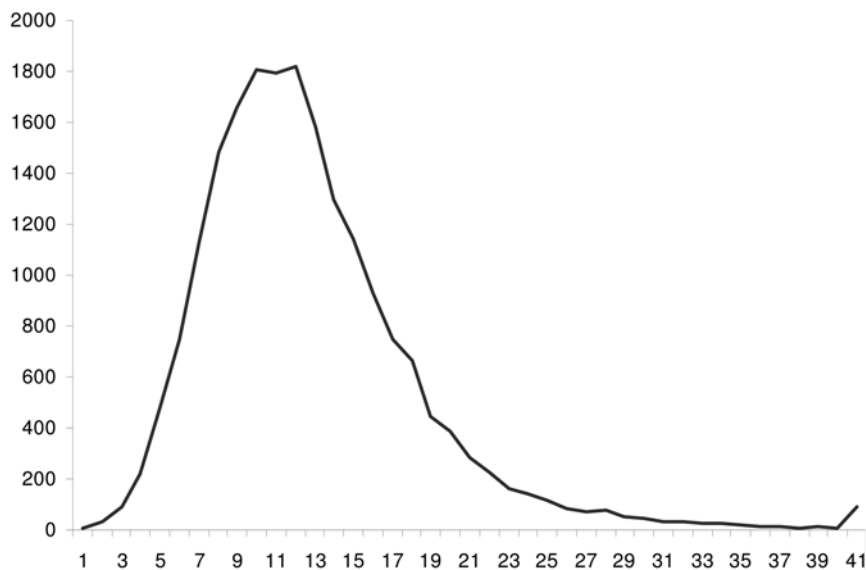


Рис. 3. Распределение суммарного убытка

ражены финансовые брутто- и нетто-результаты для уровней собственного удержания в 200 и 500.

**Результирующий модуль.** В результате получаем 9 различных значений рискованного капитала. Из графика видно, что увеличение уровня собственного удержания приводит к росту *CaR*, а следовательно, и риска (рис. 5). Ожидаемый страховой результат возрастает с увеличением уровня собственного удержания (рис. 6). Данная ситуация логична, так как с увеличением удержания снижается стоимость перестраховочной защиты.

На рис. 7 представлен график *RoCaR* в зависимости от уровня собственного удержания. Видно, что максимальное значение этой величины достигается при уровне собственного удержания в 500. Это означает, что, оставляя на своем

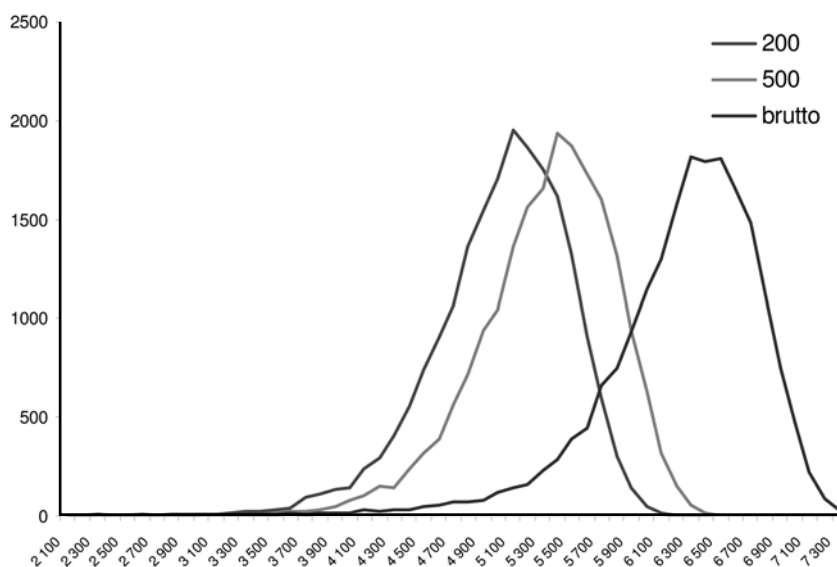


Рис. 4. Распределение страхового результата

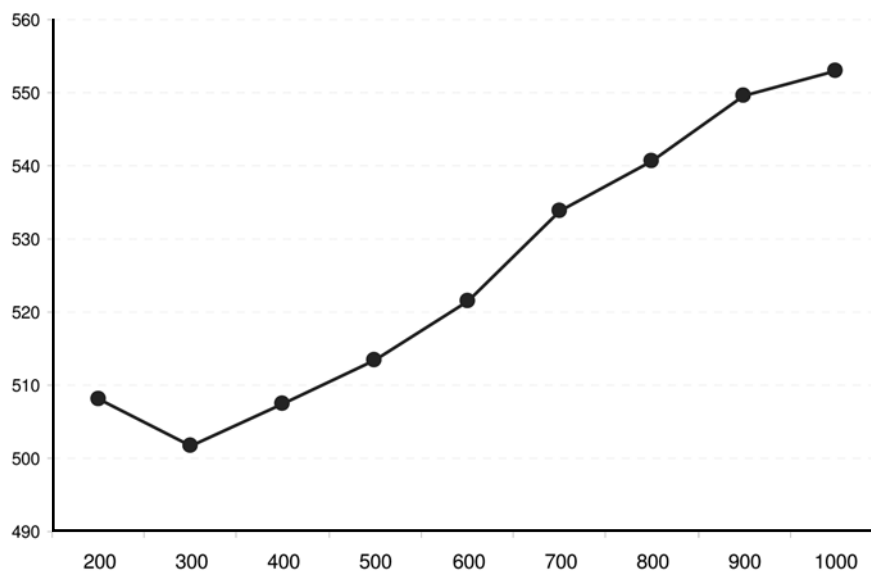


Рис. 5. *CaR*



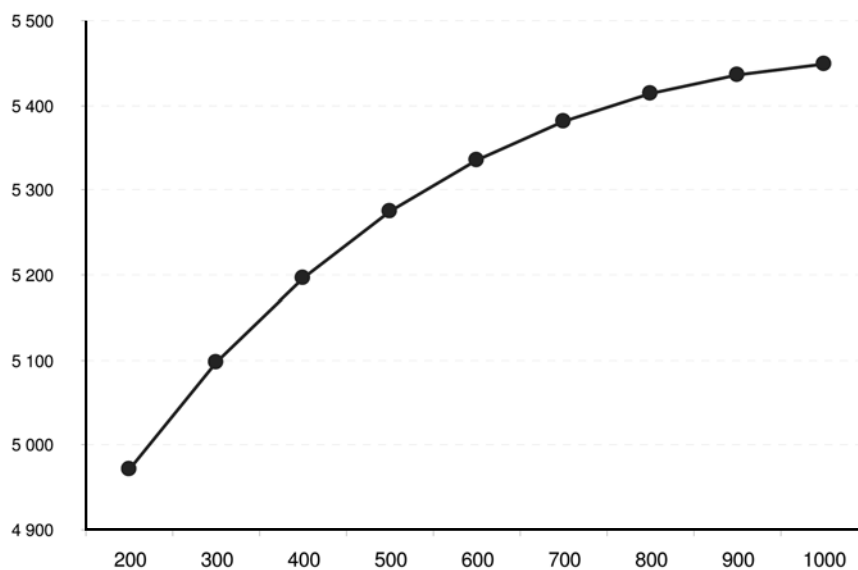


Рис. 6. Ожидаемый страховой результат

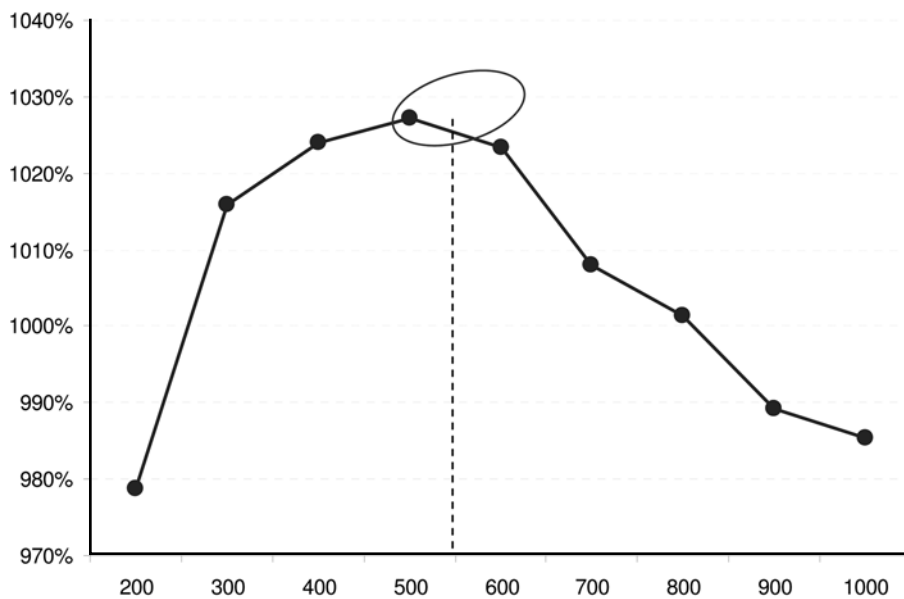


Рис. 7. RoCaR

удержании убытки, размер которых ниже 500, страховщик достигает оптимального соотношения принятого на себя риска и доходности. По результатам анализа можно порекомендовать заключить договор с уровнем собственного удержания в 500 взамен существующего с уровнем 200.

Обобщая полученные результаты, скажем, что представленная модель позволяет экономически обоснованно определять уровень собственного удержания, что, бесспорно, является одной из важнейших задач для российских страховых компаний. Результаты расчетов могут быть использованы в переговорах с перестраховочными компаниями при обосновании снижения стоимости перестраховочного договора. При этом есть существенный потенциал для применения

модели при решении более общих задач, таких как моделирование не одной линии бизнеса, а всего портфеля компании в целом; комбинирование различных видов перестрахования; определение оптимальной цены защиты, а также оптимизация структуры перестрахования в целом. Внедрение подобных моделей побуждает компании более тщательно относиться к накоплению страховой статистики, вести контроль за корректным вводом данных об убытках в информационную базу. При этом существуют и трудности с реализацией на практике:

- многие страховые компании не имеют репрезентативной статистики убытков, что затрудняет подбор теоретического распределения.

В данном случае рекомендуется использовать одно из общеиспользуемых распределений, например логнормальное или гамма. Другим способом решения этой проблемы является метод *bootstrap*, при котором суммарное распределение убытка получается путем генерирования уже произошедших убытков с равной вероятностью;

- как правило, страховщики не имеют много различных вариантов стоимости перестраховочного договора для различных уровней собственного удержания, так как процесс котировки достаточно трудоемок. Обычно запрашивается два-три различных варианта.

В данном случае, имея три-четыре различных варианта, компания может применить интерполяцию для получения стоимости для остальных, интересующих ее уровней.

По мнению автора, предлагаемый подход будет тем более полезен страховщикам, чем большее развитие обретет российский страховой рынок. Это касается и накопления статистики и развития отношений с иностранными рынками, что становится особенно актуальным в свете вступления нашей страны в ВТО.

### Источники

- Страхование / Под ред. Т. А. Федоровой М., 2004.  
*Салин В. Н., Абламская Л. В., Ковалев О. Н.* Математико-экономическая методология анализа рисков видов страхования. М., 1997.  
*Burkett J., McIntyre T., Sonlin S.* DFA Insurance Company Case Study, Part I: Reinsurance and Asset Allocation. Casualty Actuarial Society Forum. Spring, 2001.  
*Swiss R.* Setting optimal retentions. 2003.